DERS KİTABI

MATEMATİK 9 SINIF

DOKUZ YILLIK İLKÖĞRETİM EĞİTİMİNDE
IX. SINIF MATEMATİK DERS PROGRAMINA GÖRE

Sue Pemberton, Patrick Kivlin ve Paul Winters

lamina

Baski 7, 2024

Essential Mathematics for Cambridge Secondary 1 Stage 9 Pupil Book
Text © Sue Pemberton, Patrick Kivlin, and Paul Winters 2014
Illustrations © Oxford University Press 2014
This book was originally published in English in 2014.
This translation is published by arrangement with Oxford University Press.

Matematik 9, ders kitabı
Metin © Sue Pemberton, Patrick Kivlin ve Paul Winters 2014
Orijinal çizimler © Oxford University Press 2014
Bu kitap ilk kez İngilizce dilinde 2014 yılında yayınlanmıştır.
Bu çeviri „Oxford University Press" ile sözleşmeyle yayınlanmıştır.

Yazarlar
Syu Pemberton, Patrik Kivlin ve Pol Vinters
(Sue Pemberton, Patrick Kivlin, and Paul Winters)

Türkçeye uyarlanmış baskı
Ars Lamina-yayıncılık, Üsküp 2024
telif hakkı © 2024 Ars Lamina-yayıncılık
Genel düzenleyici
Branka Bugarska

Düzenleyici
Bilyana Stoyoska-Zlatkov

İngilizce'den çeviri
Ervin Salih

Dil redaksiyonu
Doç. Dr. Aktan Ago
Abdülgani Ali

Uzman redaksiyon
Dr. Aneta Gaçovska-Barandoska, Matematik Enstitüsünde doçent
Doğa Bilimler ve Matematik fakültesi, Aziz Kiril ve Metodiy Üniversitesi, Üsküp
Dr. Vesna Dimitrievska-Ristovska, FİNKI'de doçent
Aziz Kiril ve Metodiy Üniversitesi, Üsküp
Mr. Metodiya Yançeski, FİNKI'de doçent
Aziz Kiril ve Metodiy Üniversitesi, Üsküp
Vesna Boyacieva, Matematik öğretmeni
„Koço Raçin" İ.Ö.O - Üsküp

Teknik Düzenleme
Ars Lamina

Kapak Tasarımı
Darko Fidanoski

Basım
Ars Lamina, Üsküp 2024

Tiraj
60

Tüm haklar korunmuştur. Bu kitabın hiçbir bölümü yayınlayıcıdan yazılı izni olmadan yeniden yayınlanamaz, fotokopi etme ve dosyalama dahil, elektronik veya mekanik herhangi araçla veya herhangi bir formda aktarılamaz ya da yeniden icat etme sisteminde kayıtlanamaz.

Bu kitap, Eğitim ve Bilim Bakanlığı'nın 25.07.2018 tarihli ve 08-9084/1 numaralı kararnamesi ile 9. sınıflarda matematik dersinde kullanılmasının devamına izin verilmiştir..

CIP - Каталогизација во публикација
Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски", Скопје

373.3.016:51(075.2)=512.161

PEMBERTON, Sue
Matematik : 9 sinif : dokuz yillik ilköğretim eğitiminde IX. sinif matematik ders programina göre : ders kitabi / Sue Pemberton, Patrick Kivlin ve Paul Winters ; [ingilizce'den çeviri Ervin Salih]. - Baski 7. - Üsküp : Ars lamina - yayincilik, 2024. - IV, 307 стр. : илустр. ; 27 см

Превод на делото: Essential mathematics for Cambridge secondary 1 Stage 9 : pupil book. - Sözlük: стр. 305-307

ISBN 978-608-280-021-9

1. Kivlin, Patrick [автор] 2. Winters, Paul [автор]

COBISS.MK-ID 64136965

İçindekiler

1 Sayı ve Problemler Çözmek 1
- 1.1 Sayıların Yuvarlanması 2
- 1.2 Kuvvetler 5
- 1.3 10 Sayısının Tam Sayılı Kuvvetleri 11
- 1.4 Ondalık Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemi 13
- 1.5 Kesirleri Toplama ve Çıkarma 16
- 1.6 Kesirleri Çarpmak 20
- 1.7 Kesirleri Bölmek 23
- 1.8 Pozitif ve Negatif Sayılar 24
- Tekrarlama Ödevleri 28

2 Cebir ve Problemler Çözmek 30
- 2.1 Kuvvetlerin Sadeleştirilmesi 31
- 2.2 Eşit Tabanlı Kuvvetlerle İşlemlerin Kuralları 32
- 2.3 Çarpanlara Ayırmak 34
- 2.4 Cebirsel Kesirleri Toplama ve Çıkarma 36
- 2.5 Lineer Denklemlerin Çözümü 38
- 2.6 Cebirsel İfadeler Oluşturmak 40
- 2.7 Ters Fonksiyon 42
- 2.8 Dizide Sıradaki Terimi Belirleme Kuralı 45
- 2.9 Dizide *n*-inci Terimi Belirleme Kuralı 49
- 2.10 Aritmetik Dizinin *n*-inci Terimi 52
- Tekrarlama Ödevleri 55

3 Geometri ve Problemler Çözmek 58
- 3.1 Üç Boyut 58
- 3.2 Üç Boyutta Eksen Simetrisi 64
- 3.3 Mozaik Döşeme 66
- 3.4 Dönüşümleri Tanımlamak 70
- 3.5 Büyütme ve Benzerlik 75
- Tekrarlama Ödevleri 80

4 Ölçme ve Problemler Çözmek 84
- 4.1 Ölçü Birimleri Dönüştürmek 84
- 4.2 Alan 87
- 4.3 Daire 91
- Tekrarlama Ödevleri 95

5 Verilerle Çalışmak ve Problemler Çözmek 98
- 5.1 Araştırmayı Planlamak 98
- 5.2 Veri Biriktirme Aleti 102
- 5.3 Gövde-Yaprak Diyagramı 107
- 5.4 Büyük Veri Grupları İstatistikleri 111
- 5.5 Dağılımların Kıyaslanması 117
- Tekrarlama Ödevleri 122

6 Sayı ve Problemler Çözmek 126
- 6.1 Karekök ve Küpkökleri 127
- 6.2 İşlemlerin Sıralaması 130
- 6.3 Yüzdelerin Artması ve Azalması 132
- 6.4 Oranın Karşılaştırılması 138
- 6.5 Orantılılık 140
- Tekrarlama Ödevleri 150

7 Cebir ve Problemler Çözmek 154
- 7.1 Formüller Geliştirmek ve Formüllerde Sayılar Değiştirmek 155
- 7.2 Değişken İfade Etmek 159
- 7.3 Fonksiyonun Grafiğinin Eğimi 166
- 7.4 Lineer Fonksiyonun Grafiği 167
- 7.5 Gerçek Hayattaki Durumlardan Kaynaklanan Fonksiyonlar 170
- 7.6 Doğru Orantı 172
- 7.7 Denklem Sistemlerinin Grafiksel Çözülmesi 174
- 7.8 Denklem Sistemini Eleme Yöntemiyle Çözmek 175
- 7.9 İki Cebirsel İfadenin Çarpımı 180
- 7.10 Denemeler ve Hatalar 183
- 7.11 Eşitsizlikler 185
- Tekrarlama Ödevleri 190

8 Geometri ve Problemler Çözmek 192
- 8.1 Doğruların Çizimi 193
- 8.2 Düzgün Çokgenlerin Çizimi 197
- 8.3 Noktaların Geometrik Yeri 200
- 8.4 Çokgenin Açıları 203
- 8.5 Düzgün Mozaikler 214
- 8.6 Haritalar ve Azimut 217
- 8.7 Pisagor Teoremi 222
- 8.8 Pisagor Teoremin Uygulanması 226
- Tekrarlama Ödevleri 230

9 Ölçmek ve Problemler Çözmek 236
- 9.1 Ortalama Hız 236
- 9.2 Türetilmiş Ölçü Birimleri 240
- 9.3 Hacim 246
- 9.4 Prizma ve Silindir 249
- Tekrarlama Ödevleri 254

10 Verilerle Çalışmak ve Problemler Çözmek 257
- 10.1 Noktalı Diyagramlar ve Korelasyon 257
- 10.2 Deneysel Olasılık 263
- 10.3 Birbirini Eleyen Sonuçlar 268
- 10.4 Sonuçlar Tablosu 271
- Tekrarlama Ödevleri 275

Konu 1 ve 6 için Öz Sınama Ödevleri 277
Konu 2 ve 7 için Öz Sınama Ödevleri 284
Konu 3 ve 8 için Öz Sınama Ödevleri 288
Konu 4 ve 9 için Öz Sınama Ödevleri 295
Konu 5 ve 10 için Öz Sınama Ödevleri 300

Sözlük 305

Giriş

Bu ders kitabı, Makedonya Cumhuriyeti Eğitim Geliştirme Bürosu tarafından kabul edilen ulusal matematik müfredatına göre uyarlanmış ve Makedonya Cumhuriyeti'nin eğitim ve bilimi Bakanlığı tarafından onaylanmıştır.

Ders kitabı kolay ve uysal şekilde kullanılıyor, çünkü birinci ve ikinci yarıyıldaki programın öğretim amaçlarının sıralamasını tamamen takip ederek, öğrencilerin tematik bilgileriyle beraber araştırma becerilerini geliştirmek için içeriklerine aktif katılmalarını destekliyor.

Ders kitabın içeriğini daha kolay takip etmek için şu bölümler ve işaretler kullanılıyor:

Öğretim amaçları

Öğretim amaçları, bu sınıf için eğitim programına uyumludur ve onların aracılığıyla her konuda öğretilen alanlar, beklenilen sonuçlar açıklanıyor ve zihinsel stratejiler, matematik problemleri çözmekte teknikler ve beceriler açıklanıyor.

Zihinsel stratejiler ve problem çözme hedefleri tüm kitap boyunca kapsanmaktadır.

Örnekler

Verilen öğretim biriminde işlenilen içerikleri göstermek ve genişletmek amacıyla her derste çözülmüş örnekler verilmiştir. Öğrenciler bu örnekleri kendi başına çözdükten sonra, çözümü elde edilen çözümlerle karşılaştırmalıdırlar.

Pratik uygulama ödevleri: Bu ödevlerle edinilen bilgiler ve beceriler o şekilde gelişiyor ki öğrencileri, her günkü yaşamdan ödevler çözerek yaratıcı şekilde düşünmelerini veya metodik yaklaşım geliştirmelerini teşvik ediyor.

Bilgiyi genişletme ödevleri: Bu ödevler bu ders kitabındaki sıradan ödevlere göre ek ödevler tanımlıyor. Bu tür ödevlerde her dersle öğrenilen içeriklerin uygulanması ve genişlenmesi aranıyor.

Çerçevede matematik problemerin daha kolay çözülmeleri amacıyla ezberlenmesi gereken faydalı yönler ve öğütler verilmektedir.

Anahtar kelimeler: Anahtar kelimesi ders kitabında ilk kez anıldığında, kelime kalın **kırmızı harflerle** vurgulanacaktır. Tüm anahtar kelimelerin tanımlamaları ders kitabın sonunda verilen sözlükte bulunabilir.

Ek olarak, Ars Lamina yayınları yayınlayıcısı, Cambridge Uluslararası Sınavlar Merkezin programına göre bu dersten eğitim programın daha verimli ve daha etkili uygulanması için destek olarak,obrazovanie.literatura.mk sayfasından öğretmenlere büyük sayıda online kaynaklara ücretsiz erişim sağlıyor, derslerin gerçekleşmesi için fikirler sunuyor ve ebeveynlere yönelik malzemeler ve öğütler (çocuklarla çalımak ve okulun dışında proje fikirleri için) sağlamaktadır. Bütün bu kaynaklar, Cambridge Uluslararası Sınavlar Merkezi'nin adapte etmiş programına göre bu ders müfredatının uygulanmasında büyük destek sağlamaktadır.

1 Sayı ve Problemler Çözmek

Öğretim amaçları

- Belirli sayıda ondalık basamağına kadar sayılar yuvarlıyor; yuvarlamayı problemin çözümünde belirli doğrululuk derecesine ulaşmak için kullanıyor.
- Şu üsler ile üslü sayılar: sıfır, pozitif ve negatif tam sayı ve üssü pozitif tam sayıları olan üslü sayıların toplama ve çıkarma kanunlarını kullanıyor.
- Tam sayıları topluyor, çıkarıyor, çarpıyor ve bölüyor.
- 0,1; $\frac{1}{10}$ ve 10^{-1}; 'in eşdeğerliliğini tanıyor; üssü herhangi pozitif veya negatif sayı ve tabanı 10 olan üslü tam sayılar veya ondalık sayılar çarpıyor ve bölüyor.
- 0 ile 1 arasındaki sayılarla çarpma ve bölme sırasında elde edilen sonuçları tanıyor.
- Hesaplamanın basitleştirilmesi için aritmetik ve ters işlemler için geçerli kuralların uygulanmasını belirliyor.
- Ondalık sayılarla, kesirlerle, yüzdelerle ve çarpanlarla çalışırken, notlar kullanarak zihinsel yöntemler alanında bilgisini genişletiyor.
- Eşdeğerli hesaplamalar kullanarak ondalık sayılarla çarpıyor, ondalık işaretinin nerede bulunması gerektiğini anlıyor; tam sayı ile bölmeye dönüştürerek ondalık sayı ile bölüyor.
- Ortak bölenlerin kısaltılmasıyla kesiri kısaltılamaz şekilde yazılması hakkında bilgisini belirtiyor.
- Kesirler topluyor, çıkarıyor, çarpıyor ve bölüyor, bölmeyi çarpmanın ters işlemi olarak yorumluyor ve kesirleri çarpmadan veya bölmeden önce ortak bölenlerle kısaltıyor.

Elle hesaplamak



Hesap makinesi keşfedilmeden önce çoğu kez hesaplamalar elle yapılıyormuş.

Kullanımda olan birkaç hesaplama aracı varmış.

Onlardan biri kaydırıcılı cetveldir.

Resimlerde bir dairesel kaydırıcılı cetvel ve bir dikdörtgen şeklinde kaydırıcılı cetvel gösterilmiştir.



Aktarmalı çarpmak ve toplamayla bölmek için kaydırıcılı cetvel kullanılıyormuş.

Hesaplamalar, üslü sayılar ve üsler yardımıyla yapılıyormuş.

1.1 Sayıların Yuvarlanması

Ondalık basamaklar

Ondalık sayıları belirli sayıda **ondalık basamaklara (ondalıklara)** yuvarlayabiliriz.

Bir ondalık basamağa (1 ondalığa) yuvarlamak, ondalık virgülden sonra bir rakamın olduğu anlamına geliyor.

İki ondalık basamağa (2 ondalığa) yuvarlamak, ondalık virgülden sonra iki rakamın olduğu anlamına geliyor.

Ondalık sayılar 3 ondalığa, 4 ondalığa vs yuvarlayabiliriz.

1 ondalığa yuvarlamak için, ikinci ondalığa bakmalıyız.

İkinci ondalık basamağındaki sayı 5 veya 5'ten büyük ise, o zaman birinci ondalığı 1 arttırmalıyız yani „yukarıya" yuvarlıyoruz. İkinci ondalık basamağındaki sayı 5'ten küçük ise, o zaman birinci ondalık aynı kalıyor yani „aşağıya" yuvarlıyoruz.

Eğer 2 ondalığa yuvarlarsak, o zaman üçüncü ondalığa bakmalıyız.

Devamda „ondalık basamak" yerine „o.b." yazacağız.

Örnek 1

Sayıları verilen ondalık basamak sayısına yuvarla.

a) 23,956'yı 1 o.b.'a

b) 4,9762'yi 2 o.b.'a

c) 23,5804'ü 3 o.b.'a

ç) 8,0325'i 3 o.b.'a

a) 23,956 sayısı 23,9 ile 24,0 arasındadır.

İkinci ondalık 5 tir, birinci ondalığı 1 için büyütmeliyiz, demek 10 olacak (0 ve 1 yazarak tam sayıya dönüşür).

23,956 sayısı 1 o.b.'a 24,0'dır.

24,0'ın sonundaki sıfır, sayının 1 o.b.'na yuvarlanmış olduğunu gösteriyor.

b) 4,9762 sayısı 4,97 ile 4,98 arasındadır.

Üçüncü ondalık 5'ten daha büyüktür, böylece „yukarı" yuvarlıyoruz.

4,9762 sayısı 2 o.b.'a 4,98'dir.

c) 23,5804 sayısı 23,580 ile 23,581 arasındadır.

Dördüncü ondalık 5'ten daha küçüktür, böylece „altta" yuvarlıyoruz.

23,5804 sayısı 3 o.b.'a 23,580'dir.

23,580 sayısındaki sıfır, bu sayı 3. ondalık basamağında yuvarlanmış olduğunu göstermektedir.

ç) 8,0325 sayısı 8,032 ile 8,033 arasındadır.

Dördüncü ondalık 5'ten daha büyüktür ya da aynıdır, böylece „yukarı" yuvarlıyoruz.

8,0325 sayısı 3.o.b.'a 8,033'tür.

Anlamlı rakamlar

Sayıları, belirli sayıda **anlamlı rakama** yuvarlayabiliriz.

Anlamlı rakamları sol taraftan birinci sıfır olmayan rakamdan başlayarak belirliyoruz.

Devamda „anlamlı rakamlar“ yerine kısaca „a.r.“ yazacağız.

342,014 sayısının anlamlı rakamları:

3	4	2	,	0	1	4
↑	↑	↑		↑	↑	↑
birinci a.r.	ikinci a.r.	üçüncü a.r.		dördüncü a.r.	beşinci a.r.	altıncı a.r.

Birinci anlamlı rakam 3'tür. Bu rakam en anlamlıdır, çünkü onun değeri 300'dür.

0,0345 sayısı için anlamlı rakamlar:

0	,	03	4	5
		↑	↑	↑
		birinci a.r.	ikinci a.r.	üçüncü a.r.

Birinci anlamlı rakam 3'tür. Sayının başındaki sıfırlar anlamlı rakamlar değildir.

Bir sayıyı verilen sayıda anlamlı rakama yuvarlamamız gerektiği zaman, sıradaki anlamlı rakama bakıyoruz. Sıradaki rakam 5 veya 5'ten daha büyük ise, o zaman önceki anlamlı rakamı 1 arttırıyoruz. Aksi takdirde, önceki anlamlı sayı aynı kalıyor. Sayıların yuvarlama şekline çok benzerdir, fakat bu durumda sadece anlamlı rakamları göz önüne alıyoruz.

Örnek 2

Aşağıdaki sayıları 2 anlamlı rakama yuvarla.

a) 789 **b)** 6,0524 **c)** 0,002534 **ç)** 0,603

a)

7	8	9
↑	↑	↑
birinci a.r.	ikinci a.r.	üçüncü a.r.

Üçüncü anlamlı rakam 5'ten daha büyüktür, bu yüzden sayıyı yukarı yuvarlıyoruz.

789 = 790 (2 a.r.)

Yuvarlama yapıldıktan sonra, en önemli rakamın basamak değeri, ilkel sayının basamak değeriyle aynı olup olmadığını daima yoklamalısınız. Örnekte, 7'nin değeri 700'dür. Onun yuvarlamadan önceki değeri de 700'e eşittir.

b)

6	,	0	5	2	4
↑		↑	↑		
birinci a.r.		ikinci a.r.	üçüncü a.r.		

Üçüncü anlamlı rakam 5'tir, bu yüzden sayıyı yukarı yuvarlıyoruz.

6,0524 = 6,1 (2 a.r.)

c) 0 , 0 0 2 5 3 4

↑ ↑ ↑

birinci a.r. ikinci a.r. üçüncü a.r.

Üçüncü anlamlı rakam 5'ten daha küçüktür, bu yüzden sayıyı aşağı yuvarlıyoruz.

0,002534 = 0,0025 (2 a.r.)

ç) 0 , 6 0 3

↑ ↑ ↑

birinci a.r. ikinci a.r. üçüncü a.r.

Üçüncü anlamlı rakam 5'ten daha küçüktür, bu yüzden sayıyı aşağı yuvarlıyoruz.

0,002534 = 0,0025 (2 a.r.)

Kaç önemli rakama yuvarlamalıyız?

Bazen sayıyı ne kadar doğrulukla yuvarlayacağımıza ya da sayıyı kaç anlamlı rakamlı yazacağımıza karar vermeliyiz. Anlamlı rakamların sayısına **doğruluk derecesi** deriz.

Yuvarlama yapıldıktan sonra nihayi sonucun önemli rakam sayısı, hesaplamada bulunan sayıların önemli rakamlarından fazla olmamalıdır.

Örnek 3

Andrey toplam 125 g un kullanarak 16 kurabiye yapmış.

Her kurabiyede ne kadar un vardır?

Çözümü belirli doğruluk derecesiyle tanımla.

125 : 16 = 7,8125 g

Un 3 anlamlı rakama kadar ölçülmüştür (ödevde verilen koşula göre).

Bir kurabiyedeki unun kütlesi 3 anlamlı rakamdan fazla oluşamaz.

7,8 g (2 a.r) iyi seçilmiş doğruluktur, çünkü 2 a.r'a yuvarlanmıştır ve bu ödevde a.r.'dan verilen sayıdan 1 a.r. için daha azdır.

Ödevler

1. Sayıları verilen ondalık basamağına yuvarla.

a) 12,59'u 1 o.b.'a. **b)** 3,428'i 2 o.b.'a. **c)** 5,98'i 1 o.b.'a **ç)** 49,9752'yi 1 o.b.'a

d) 19,95'i 1 o.b.'a **e)** 1,0508'i 3 o.b.'a **f)** 3,05'i 1 o.b.'a **g)** 5,8602'yi 3 o.b.'a

2. Aşağıdaki sayıları 2 anlamlı rakama yuvarla.

a) 48,2 **b)** 2,59 **c)** 5,605 **ç)** 8,03

d) 40,09 **e)** 7,98 **f)** 29,7 **g)** 49,09

3. Aşağıdaki sayıları 1 anlamlı rakama yuvarla.

a) 32 **b)** 407 **c)** 970 **ç)** 2348

d) 0,056 **e)** 76,8 **f)** 8345 **g)** 99

4. Aşağıdaki sayıları 3 anlamlı rakama yuvarla.

a) 4589 **b)** 23,56 **c)** 1,0435 **ç)** 0,002387

d) 0,04289 **e)** 0,05832 **f)** 0,0088412 **g)** 0,05997

5. Hesap makinesiyle hesapla.

Çözümleri 2 anlamlı rakama yuvarla.

a) 23 : 7 **b)** 6 : 38 **c)** 3 : 129 **ç)** 520 · 530

d) 0,28 : 34 **e)** 20 : 3 **f)** 8 : 9 **g)** 49 : 11

6. 0,850 kg kütleli bir pizza, 6 kişi arasında eşit parçalara bölünmelidir.

Her kişinin payı ne kadar olacak? Çözümü belirli doğruluk derecesiyle kilogramlarla ifade ederek yaz.

7. Aleksandar 125 m'yi 22,5 saniyede koşuyor.

Her saniye başına kaç metre geçiyor? Çözümü belirli doğruluk dereceyle yaz.

8. Leyla 100 m'lik mesafe ölçmüştür.

Bir sayı 1., 2. ya da 3. basamakta yuvarlanmış olup olmadığını neden diyemediğimizi örneklerle açıklayınız.

9. Marko 3,5 · 3,5 = 12,25 olduğunu hesaplamış.

Bu durumu başka sayılarla doğrulamayı dene.

3,25 · 3,25 = 10,5625

3,255 · 3,255 = 10,595025

Marko diyor ki: „1 o.b.'lı bir sayıyı, 1 o.b.'lı sayıyla çarptığınız zaman, her zaman 2 o.b.'lı sonuç elde ediyorsunuz."

„2 o.b.'lı bir sayıyı, 2 o.b.'lı sayıyla çarptığınız zaman, her zaman 4 o.b.'lı sonuç elde ediyorsunuz" vs.

Marko haklı mıdır?

10. Filip, kitabının genişliğini ölçmüş. 1 ondalık basamağına yuvarlayarak 23,5 cm olduğunu yazmıştır. Kitabın genişliğinin en küçük ve en büyük değeri ne kadar olabilir?

1.2 Kuvvetler

Kuvvetin derecesi

5^3 ifadesinde, 5 sayısının üst kısmında yazılmış olan ^{3} **üs** veya **kuvvetin derecesi olarak adlandırılır**. Üs, sayısının kendisi ile kaç kez çarpıldığını gösterir.

5 sayısına **taban** denir.

Üs (Kuvvet) tabanın kendi kendisiyle kaç kez çarpılmış olduğunu gösterir.

$4^6 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4096$

Altı tane dört birbiriyle çarpılıyor. Çarpmayı adım adım inceleyelim.

$4 \cdot 4 = 16 \quad 16 \cdot 4 = 64 \quad 64 \cdot 4 = 256 \quad 256 \cdot 4 = 1024 \quad 1024 \cdot 4 = 4096$

Devamda birkaç örnek verilmiştir:

$9^4 = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 6561$

$3^7 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2187$

$7^1 = 7$

Son örnekte 1 üssü gerekli değildir.

Her sayı için 1 üssü olduğu kabul edilebilir. $x^1 = x$

Örnek 1

Üslü ifade şeklinde yaz.

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

b) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

c) $3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

a) Sekiz tane beş, birbiriyle çarpılır.

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^8$

b) Altı tane on vardır.

$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6$

c) İki tane üç ve dört tane beş vardır.

Tabanlar farklı olduğundan dolayı üslü ifadelerin yazılışını ayrı ayrı yapıyoruz.

$3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 3^2 \cdot 4^5$

Örnek 2

Aşağıdaki üslü ifadelerin değerlerini hesapla:

a) 2^6 **b)** 6^3 **c)** 8^7

a) $2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$

b) $6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

c) **a)** ve **b)** şıklarında çözümleri kolayca, hesap makinesi kullanmadan hesaplıyoruz.

ç) şıkkında hesap makinesi kullanacağız. Hesap makinesinde x^y veya $x^{\square}$ ile işaretlenmiş düğmeler vardır.

$8^7 = 2097152$ olduğunu elde ediyoruz.

Tabanları eşit olan üslü ifadelerle işlem kuralları

$6^4 \cdot 6^3$ çarpımını inceleyelim.

Bu ifadeyi şöyle yazabiliriz: $6^4 \cdot 6^3 = (6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6) \cdot (6 \cdot 6 \cdot 6) = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^7$

dört tane altı üç tane altı yedi tane altı

Kısaca: $6^4 \cdot 6^3 = 6^{4+3} = 6^7$

Demek ki, **Eşit tabanlı üslü sayıları çarpma kuralı şudur:**

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$$

Eşit tabanlı üslü sayılar çarpıldığı zaman, taban aynı kalıyor, üsler ise toplanıyor.

Şimdi $7^5 : 7^3$ bölmeyi inceleyelim.

Kesir şeklinde yazarsak, şunu elde ediyoruz: $7^5 : 7^3 = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{7 \cdot 7 \cdot 7} = \frac{7 \cdot 7 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}}{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}}$

$= 7 \cdot 7 = 7^2$

Kısaltmadan sonra, $5 - 3 = 2$ tane yedi kalıyor.

Kısaca: $7^5 : 7^3 = 7^{5-3} = 7^2$

Demek ki, **Eşit tabanlı üslü sayıları bölme kuralı şudur:**

$$x^a : x^b = x^{a-b}$$

Eşit tabanlı üslü sayılar bölündüğü zaman, taban aynı kalıyor, üsler ise çıkarılıyor.

Aynı sorunun iki cevabı birbirine eşit olmalıdır.

$6^5 : 6^5$ bölmeyi inceleyelim.

Üslü sayıları bölme kuralını uygularsak, $6^5 : 6^5 = 6^{5-5} = 6^0$ elde ediyoruz.

Böldüğümüz zaman, $6^5 : 6^5 = \frac{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6} = 1$

Aynı sorunun iki cevabı birbirine eşit olmalıdır.

$6^0 = 1$ elde ediyoruz.

Bu $x^a : x^a$ biçiminde her bölme için bu işlem doğrudur. Bu şekilde şu kural elde edilir:

$$x^0 = 1$$

Herhangi sayının sıfırıncı kuvveti, 1'e eşittir.

$(4^2)^5$ üslü ifadeyi inceleyelim.

Bunun anlamı şudur $4^2 \cdot 4^2 \cdot 4^2 \cdot 4^2 \cdot 4^2 = 4^{10}$

$10 = 2 \cdot 5$ olduğunu biliyoruz

Şunu inceleyelim $(6^3)^4 = 6^3 \cdot 6^3 \cdot 6^3 \cdot 6^3 = 6^{12}$

Bu durumda $12 = 3 \cdot 4$ olduğunu biliyoruz

Böylece, **kuvvetin kuvveti kuralını** elde ediyoruz:

$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

Üstü bir ifadenin kuvveti alındığında, taban aynı kalmak üzere üsler çarpılır.

Örnek 3

Üslü ifadeleri sadeleştir.

a) $7 \cdot 7^3$ **b)** $8^9 : 8^5$ **c)** $(3^2)^7$ **ç)** $5^3 \cdot (5^4)^3 : 5^7$

a) Üslü sayıları çarparken, üsleri topluyoruz.

$7 = 7^1$ olduğunu biliyoruz

$7^1 \cdot 7^3 = 7^4$

b) Üslü sayıları bölerken, üsleri çıkarıyoruz.

$8^9 : 8^5 = 8^4$

c) Üslü bir ifadenin kuvveti alındığında, üstleri çarpıyoruz.

$(3^2)^7 = 3^{14}$

ç) Bu örnekte üssüleri çarpma, bölme ve üssünün üssü kombinasyonu vardır.

$5^3 \cdot (5^4)^3 : 5^7$

$= 5^3 \cdot 5^{12} : 5^7$

$= 5^{3+12-7} = 5^8$

Örnek 4

Şu ifadelerin değerlerini hesapla.

a) $4^6 : 4^4$ **b)** 25^0 **c)** $7^4 \cdot 7^5 : 7^8$

a) $4^6 : 4^4 = 4^2 = 16$ Üslü ifadeyi önce sadeleştirirsek daha kolay hesaplanır.

b) $25^0 = 1$ Her sayının sıfırıncı kuvveti 1'e eşittir.

c) $7^4 \cdot 7^5 : 7^8 = 7^{4+5-8} = 7^1 = 7$

Ödevler

1. Aşağıdaki çarpımları üslü ifade şeklinde yaz.

a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

b) $5 \cdot 5 \cdot 5$

c) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$

ç) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

d) $11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11$

e) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

f) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4$

g) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

ğ) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$

h) $x \cdot y \cdot y \cdot y$

ı) $a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b \cdot c \cdot c$

i) $p \cdot q \cdot r \cdot p \cdot q \cdot q \cdot r \cdot r$

2. Üslü ifadelerin değerlerini hesapla:

a) 2^4 **b)** 3^3 **c)** 5^4 **ç)** 10^5 **d)** 9^2

e) 1^8 **f)** 1^{10} **g)** 8^0 **ğ)** 12^1 **h)** 15^0

3. İfadeleri sadeleştir. Çözümleri üslü ifade şeklinde yazınız.

a) $3^4 \cdot 3^5$ **b)** $4^7 \cdot 4^2$ **c)** $5^9 \cdot 5^2$ **ç)** $3 \cdot 3^4$

d) $7^4 : 7^2$ **e)** $6^8 : 6^5$ **f)** $10^{11} : 10^4$ **g)** $5^9 : 5^8$

ğ) $(2^3)^3$ **h)** $(3^4)^2$ **ı)** $(10^2)^4$ **i)** $(7^4)^6$

4. İfadeleri sadeleştir. Çözümleri üslü ifade şeklinde yazınız.

a) $8^2 \cdot 8^3 \cdot 8^4$ **b)** $5^9 \cdot 5^2 : 5^6$ **c)** $(8^2)^3 : 8^6$

ç) $(5^3)^4 \cdot 5$ **d)** $7^3 \cdot 7 : 7^2$ **e)** $(9^4)^5 : (9^3)^6$

f) $(5^7)^3 \cdot 5^2 : 5^8$ **g)** $3^5 \cdot 3^3 : 3^8$ **ğ)** $2 \cdot 2^3 : 2^4$

h) $x^5 \cdot x^4 \cdot x^2$ **ı)** $y^8 \cdot y^4 : y^{10}$ **i)** $(t^3)^2 \cdot t^6 : t^5$

5. İfadeleri sadeleştir ve ardından onların değerlerini hesapla.

a) $2^3 \cdot 2^4 : 2^5$ **b)** $(6^3)^4 : 6^{10}$ **c)** $(5^3)^4 : (5^2)^6$

ç) $7^5 : 7^4$ **d)** $10^7 \cdot 10 : 10^6$ **e)** $3^5 \cdot (3^3)^3 : 3^{11}$

6. Aşağıdaki denklemlerde x'in değerini belirleyin:

a) $9^x = 1$ **b)** $(5^x)^3 = 5^6$ **c)** $(8^4)^x = 8^{20}$

ç) $(10^x)^4 = (10^6)^2$ **d)** $(3^x)^6 = 3^6$

b), c), ç) ve **d)** şıkları altında her iki tarafı üslü ifade olarak yaz. Örneğin **b)** şıkı altında $5^{3x} = 5^6$, buradan $3x = 6$.

Üstlü ifadenin negatif kuvveti

$4^2 : 4^3$ bölmeyi inceleyelim.

Üslü sayıları bölme kuralından, şunu elde ediyoruz: $4^2 : 4^3 = 4^{-1}$

Fakat, eğer bölersek şunu ediyoruz: $4^2 : 4^3 = \frac{\cancel{4} \cdot \cancel{4}}{\cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4}} = \frac{1}{4}$

Buradan $4^{-1} = \frac{1}{4}$ elde ediyoruz.

Şimdi $2 : 2^4$ bölümünü inceleyelim.

Üslü sayıları bölme kuralına göre: $2 : 2^4 = 2^{-3}$

Eğer bölersek, şunu elde ediyoruz: $2 : 2^4 = \frac{\cancel{2}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cancel{2}} = \frac{1}{2^3}$

$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$ elde ediyoruz.

Bunlar, genel kural için iki örnektir $a > 0$ içindir:

$$x^{-a} = \frac{1}{x^a}$$

Örnek 5

Hesapla:

a) 3^{-2} **b)** $10^3 \cdot 10^{-5}$

a) $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

b) $10^3 \cdot 10^{-5} = 10^{3-5}$

$= 10^{-2}$

$= \frac{1}{10^2}$

$= \frac{1}{100}$

Örnek 6

İfadeleri sadeleştir. Çözümleri üslü ifade şeklinde yaz.

a) $6^3 \cdot 6^{-5} \cdot 6^4$ **b)** $(3^4)^{-1} : (3^{-2})^3$

a) $6^3 \cdot 6^{-5} \cdot 6^4$

$= 6^{3+(-5)+4}$

$= 6^2$

b) $(3^4)^{-1} : (3^{-2})^3$

$= 3^{(-4)-(-6)}$

$= 3^{-4+6}$

$= 3^2$

Pozitif ve negatif sayıların toplama ile çıkarma kurallarını uyguluyoruz.

Ödevler

1. Aşağıdaki üslü sayıları kesir şeklinde yaz:

a) 2^{-4} **b)** 3^{-1} **c)** 5^{-3} **ç)** 10^{-2}

d) 8^{-2} **e)** 7^{-2} **f)** 3^{-3} **g)** 2^{-3}

ğ) 15^{-2} **h)** 10^{-3}

2. Aşağıdaki ifadelerin kesir ya da tam sayı olarak değerlerini belirle.

a) $5^2 \cdot 5^{-3}$ **b)** $6 \cdot 6^{-1}$ **c)** $2^4 \cdot 2^{-3}$ **ç)** $10^{-2} \cdot 10$

d) $7^4 \cdot 7^{-5}$ **e)** $3^4 \cdot 3^{-6} \cdot 3^2$ **f)** $2^9 : 2^{10}$ **g)** $3 : 3^{-1}$

ğ) $6^2 : 6^3$ **h)** $10^4 : 10^3$ **ı)** $2^5 \cdot 2^{-1} : 2^2$ **i)** $4^2 \cdot 4^{-5} \cdot 4$

3. İfadeleri sadeleştir. Çözümleri üslü sayı şeklinde yaz.

a) $4^3 \cdot 4^{-7}$ **b)** $5^{-2} \cdot 5^5$ **c)** $8^2 : 8^4$ **ç)** $6^7 : 6^{-3}$

d) $(3^2)^{-1} \cdot 3^{-4}$ **e)** $2^5 : (2^2)^{-3}$ **f)** $2 \cdot 2^{-5} : 2^3$ **g)** $3^4 : 3^{-5} \cdot (3^2)^2$

ğ) $x^5 \cdot x^{-5}$ **h)** $x^4 \cdot x^{-6}$ **ı)** $y^2 : y^5$ **i)** $x^7 : x^{-2} \cdot x^{-4}$

4. Şu ifadelerin değerlerini hesapla:

a) $9 \cdot 3^{-3}$ **b)** $8 \cdot 2^{-4}$ **c)** $10^{-3} \cdot 100$ **ç)** $16 : 2^4$

d) $4^3 : 2^5$ **e)** $9^2 \cdot 3^{-3}$ **f)** $4^{-3} \cdot 8^2$ **g)** $8^2 : 2^3 \cdot 4^{-2}$

5. Aşağıdaki denklemlerde x'in değerini belirle:

a) $(3^2)^x = \frac{1}{9}$ Sağ taraftaki ifadeyi 3'ün üssü olarak yaz. $\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$, buna göre $3^{2x} = 3^{-2}$

b) $(2^x)^2 = \frac{1}{16}$ **c)** $5^x \cdot 5^6 = 25$ **ç)** $7^4 \cdot 7^x = 49$

d) $(2^x)^x = 16$ Dikkat edin, x için iki olası çözüm vardır.

1.3 10 Sayısının Tam Sayılı Kuvvetleri

10 tabanlı tam sayılı kuvvetlerin okunması ve yazılışı

Biliyoruz ki:

$10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 = 1000$

$10 \cdot 10 = 10^2 = 100$

$10 = 10^1 = 10$

Bu dizinin kuralını inceleyelim. Üs her zaman 1 için azaldığında, farkediyoruz ki:

1. Sol tarafta bir tane on daha az vardır,
2. Sağ tarafın değeri 10 ile bölünmüştür.

Diziyi okumaya devam edersek, şunu elde edeceğiz:

$1 = 10^0 = 1$

$\frac{1}{10} = 10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

$\frac{1}{10 \cdot 10} = 10^{-2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$

$\frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10} = 10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$

10^2 ve 10^{-3} şeklinde yazılmış sayıları üs şeklinde yazılmış kayıt veya sadece üs olarak adlandırıyoruz.

Örnek 1

Şu üslerin değerlerini hesaplayın: **a)** 10^6 **b)** 10^{-5}

a) $10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000000$ (bir milyon)

b) $10^{-5} = \frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{1}{100000} = 0{,}00001$

Örnek 2

Verilen sayıları üs şeklinde yazın: **a)** 10000 **b)** 0,0001

a) $10000 = 10^4$

b) $0{,}0001 = 10^{-4}$

Sayıları 10'un kuvvetleriyle çarpma ve bölme

Çarpma ve bölme işlemlerine başlamadan önce, ilk önce 10 tabanlı her bir üsü, üs 0'dan daha büyük ise sayı olarak yazıyoruz ya da üs 0'dan daha küçük ise kesir olarak yazıyoruz. Ondan sonra çarpıyoruz veya bölüyoruz.

Sonucun doğru olup olmadığını şu şekilde kontrol edebiliriz:

0 ile 1 arasında bir sayıyla çarptığımız zaman, sonucun başlangıç sayısından daha küçük olması gerekiyor.

0 ile 1 arasında bir sayıyla böldüğümüz zaman, sonucun başlangıç sayısından daha büyük olması gerekiyor.

Örnek 3

Hesaplayın:

a) $245 \cdot 10^3$

b) $0{,}25 \cdot 10^{-1}$

c) $2{,}45 : 10^{-3}$

ç) $230 : 10^2$

a) $245 \cdot 10^3 = 245 \cdot 1000$ — 10 tabanlı tam sayıyı sayı olarak yazıyoruz (3, 0'dan daha büyüktür, demek ki 10 · 10 · 10 çarpıyoruz)

$= 245000$ — Yoklama: 10^3 sayısı 1'den büyüktür, sonuç 245' ten büyüktür. ✓

b) $0{,}25 \cdot 10^{-1} = 0{,}25 \cdot \frac{1}{10}$ — 10 tabanlı tam sayıyı kesir olarak yazıyoruz (−1, 0'dan daha küçüktür, demek ki 1:10 bölüyoruz)

$= 0{,}025$ — Kontrol: 10^{-1} 0 ile 1 arasındadır, sonuç 0,25'ten daha küçüktür ✓

c) $2{,}45 : 10^{-3} = 2{,}45 : \frac{1}{1000}$ — 10 tabanlı tam sayıyı kesir olarak yazıyoruz (-3, 0'dan daha küçüktür)

$= 2{,}45 \cdot 1000$ — Kesirle bölüyuruz öyle ki onun evrik kesiriyle çarpıyoruz

$= 2450$ — Kontrol: 10^3 0 ile 1 arasındadır, cevap 2,45'ten daha büyüktür ✓

ç) $230 : 10^2 = 230 : 100$ — 10 tabanlı tam sayıyı sayı olarak yazıyoruz (2, 0'dan daha büyükür)

$= 2{,}3$ — Kontrol: 10^2, 1'den daha büyüktür, cevap 230'dan daha küçüktür ✓

Ödevler

Aşağıdaki ödevleri hesap makinesini kullanmadan çöz.

1. Sayıları üs şeklinde yaz.

a) 10000000 **b)** 100 **c)** 100000 **ç)** 0,00001 **d)** 0,1 **e)** 0,000001

2. Üslerin değerlerini hesapla.

a) 10^3 **b)** 10^5 **c)** 10^9 **ç)** 10^{-5} **d)** 10^{-2} **e)** 10^0

3. Hesapla.

a) $2{,}3 \cdot 10^2$ **b)** $4{,}5 \cdot 10^4$ **c)** $210 \cdot 10^2$ **ç)** $5{,}32 \cdot 10^5$

d) $0{,}45 \cdot 10^2$ **e)** $20{,}1 \cdot 10^{-1}$ **f)** $508 \cdot 10^{-2}$ **g)** $5{,}4 \cdot 10^{-3}$

4. Hesapla.

a) $289 : 10^2$ **b)** $305 : 10^{-1}$ **c)** $25{,}8 : 10^{-2}$ **ç)** $240 : 10^3$

d) $0{,}25 : 10^{-3}$ **e)** $0{,}205 : 10^1$ **f)** $2{,}5 : 10^2$ **g)** $3{,}05 : 10^{-2}$

Çarpımı diğer çarpanla kıyasla ve bu şekilde 1'den daha büyük ya da daha küçük sayıyla çarpman veya bölmen gerektiğini bileceksin.

5. Şu ifadeleri yeniden yaz. Eşitliğin doğru olması için „?" işaretini 10 tabanlı tam sayı üs ile değiştir.

a) $40{,}8 \cdot ? = 408$ **b)** $248{,}9 \cdot ? = 2{,}489$ **c)** $48{,}5 : ? = 4850$ **ç)** $2{,}8 : ? = 0{,}0028$

6. Şu ifadeleri yeniden yaz. „?" işareti eşitliğin doğru olacağı değerle değiştir.

Aranan sayılar 2 ve 4 rakamlarını sırasıyla içermelidir.

a) $? \cdot 10^3 = 24$ **b)** $? \cdot 10^{-2} = 24$ **c)** $? : 10^6 = 2{,}4$ **ç)** $? : 10^{-3} = 240$

7. Mihail'e öğretmeni tarafından şu ödev verilmiştir.

$245 \square ? = 2{,}45$

$\square$ · veya : ile değiştirmelidir.

? işaretini sayıyla değiştirmelidir.

Mihail bir çözümden fazla çözüm olduğunu söylüyor.

$\square$ ve ? için edebildiğin kadar fazla çözüm belirle.

1.4 Ondalık Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemi

Ondalık sayılarla çarpma

Şimdiye dek öğrendiğimiz kuralları, ondalık sayıların çarpımında uygulayabiliriz. Ondalık kesirlerin (sayıların) çarpımında, yardımcı olarak **denk hesaplamalardan** yararlanabiliriz.

Farklı olan şey, elde ettiğimiz sonuca virgül koymamız gerektiğidir.

Örneğin, 0,3 ile çarpmamız yerine, ilk önce 3 ile çarpıyoruz, ardından sonucu 10 ile bölüyoruz.

0,03 ile çarpmamız yerine, ilk önce 3 ile çarpıyoruz, ardından sonucu 100 ile bölüyoruz.

$300 \cdot 0{,}2$ hesaplamamız gerekiyorsa, o zaman 300'ü 10 ile bölüyoruz ve 0,2'yi 10 ile çarpıyoruz.

Denk hesaplama gibi $20 \cdot 2$ olabilir, bu çarpım da başlangıç çarpımıyla eşdeğerlidir.

Şimdi kolayca $30 \cdot 2 = 60$ çarpımını hesaplıyoruz.

Örnek

Hesapla: **a)** $700 \cdot 80$ **b)** $400 \cdot 0{,}6$ **c)** $0{,}15 \cdot 0{,}06$

a) $700 \cdot 80 = 7 \cdot 100 \cdot 8 \cdot 10$
$= 7 \cdot 8 \cdot 100 \cdot 10$
$= 56 \cdot 1000$
$= 56000$

Bu yöntemi aklımızda hesaplamak için kullanabiliriz.

b) $400 \cdot 0{,}6 = 40 \cdot 6$
$= 240$

Denk hesaplama ile dönüştürerek, aynı sonuca varıyoruz.

c) $0{,}15 \cdot 0{,}06$

İlk önce ondalık işaretleri göz ardı ederek çarpıyoruz, $15 \cdot 6 = 90$.

Ardından çarpanların toplam ondalık basamaklar sayısını belirliyoruz.

Bu durumda iki çarpanda toplam 4 ondalık basamak vardır. Buna göre çözümde dört ondalık basamağın olması gerekiyor.

Sonuç 0,0090'dır.

Çözümde ondalık basamaklarını ayırman gerektiği zaman dikkat et. Elde edilen çarpımın ondalık basamaklarını sayman gerekiyor. Bizim örneğimizde, 90 sayısının 2 hanesi var ve bu yüzden elde edilen sonuçta 2 sıfır daha ekliyoruz. Ondalık basamakların saymasını sağdan sola, yani geriye doğru yapıyoruz.

Ödevler

Aşağıdaki ödevleri hesap makinesini kullanmadan çöz.

1. Hesapla.

a) $30 \cdot 60$ **b)** $40 \cdot 30$ **c)** $20 \cdot 300$ **ç)** $500 \cdot 30$
d) $400 \cdot 50$ **e)** $60 \cdot 7000$ **f)** $600 \cdot 5000$ **g)** $240 \cdot 600$

2. Hesapla.

a) $400 \cdot 0{,}2$ **b)** $300 \cdot 0{,}8$ **c)** $800 \cdot 0{,}7$ **ç)** $500 \cdot 0{,}4$
d) $150 \cdot 0{,}3$ **e)** $250 \cdot 0{,}7$ **f)** $125 \cdot 0{,}3$ **g)** $25 \cdot 0{,}4$

3. Hesapla.

a) $0{,}25 \cdot 0{,}2$ **b)** $0{,}35 \cdot 0{,}4$ **c)** $0{,}24 \cdot 0{,}03$ **ç)** $0{,}24 \cdot 0{,}4$
d) $0{,}02 \cdot 0{,}03$ **e)** $0{,}32 \cdot 0{,}04$ **f)** $0{,}55 \cdot 0{,}4$ **g)** $7{,}5 \cdot 0{,}4$

4. Aşağıdaki ifadelerde ne dikkat edilebilir?

a) $12 \cdot 0{,}2$ $48 : 20$ $6 \cdot 0{,}4$ $24 \cdot 0{,}1$ $9{,}6 : 4$
b) $64 : 20$ $32 \cdot 10^{-1}$ $80 \cdot 0{,}04$ $96 : 30$ $12{,}8 : 4$

5. Sonucu 4,8 olan birkaç çarpma ve bölme ifade yaz.

6. Çarpımı 0,08 olan üç sayı bul.

Çarpımı 8 olan üç sayı bul ve ardından her sayıda ondalık işaretin nerede olması gerektiğine karar ver.

7. Hesapla.

a) $1,5 \cdot 1,5$ **b)** $1,2 \cdot 1,2$ **c)** $1,6 \cdot 0,16$ **ç)** $14 \cdot 0,14$

Ondalık sayıyla bölme işlemi

Çok sık, ondalık sayı ile bölmeyi, **tam sayı** ile bölmeye dönüştürüyoruz.
Bu amaçla **denk kesirlerden** yararlanıyoruz.

Değerleri eşit olan kesirler, denk kesirlerdir.

Örnek

Hesapla:

a) $\frac{6}{0,2}$ **b)** $\frac{30}{0,1}$ **c)** $\frac{0,09}{0,01}$ **ç)** $2,5 : 0,05$

a) $\frac{6}{0,2} \overset{\cdot 10}{=} \frac{60}{2}$ Pay ve paydayı 10 ile çarpıyoruz.

$= 30$

b) $\frac{30}{0,1} \overset{\cdot 10}{=} \frac{300}{1}$ Pay ve paydayı 10 ile çarpıyoruz.

$= 300$

c) $\frac{0,09}{0,01} \overset{\cdot 100}{=} \frac{9}{1}$ Pay ve paydayı 100 ile çarpıyoruz.

$= 9$

ç) $2,5 : 0,05 = \frac{2,5}{0,05}$ Bölmeyi kesir olarak yazıyoruz.

$\frac{2,5}{0,05} \overset{\cdot 100}{=} \frac{250}{5}$ Pay ve paydayı 100 ile çarpıyoruz.

$= 50$

Ödevler

Aşağıdaki ödevleri hesap makinesini kullanmadan çöz.

1. Hesapla.

a) $\frac{6}{0,2}$ **b)** $\frac{16}{0,4}$ **c)** $\frac{12}{0,3}$ **ç)** $\frac{20}{0,1}$

d) $\frac{1,4}{0,7}$ **e)** $\frac{0,04}{0,2}$ **f)** $\frac{1,8}{0,3}$ **g)** $\frac{80}{0,4}$

2. Hesapla.

a) $\frac{1,2}{0,02}$ **b)** $\frac{3,6}{0,09}$ **c)** $\frac{16}{0,08}$ **ç)** $\frac{0,8}{0,04}$

d) $\frac{1,6}{0,02}$ **e)** $\frac{4}{0,05}$ **f)** $\frac{0,15}{0,05}$ **g)** $\frac{14}{0,07}$

3. Hesapla.

a) $\frac{1,2}{0,02}$ **b)** $\frac{3,6}{0,09}$ **c)** $\frac{16}{0,08}$ **ç)** $\frac{0,8}{0,04}$

d) $\frac{1,6}{0,02}$ **e)** $\frac{4}{0,05}$ **f)** $\frac{0,15}{0,05}$ **g)** $\frac{14}{0,07}$

4. Hesapla.

a) 25 : 0,1 **b)** 1,6 : 0,4 **c)** 640 : 0,08 **ç)** 0,8 : 0,02

5. Ali demiş ki „2,5 : 0,5 eşittir 0,5".

Ali nasıl bir hata yapmış?

Doğru cevap nedir?

Önce doğru cevabı hesapla.

6. Maya'nın 140 litre su içeren fıçısı vardır.

Maya demiş ki „0,75 litrelik 70 tane şişe doldurursam, fıçı tamamen boşalacaktır".

İlk önce doğru cevap nedir?

Maya nasıl bir hata yapmış?

Fıçıdan en çok kaç şişe doldurulabilir?

Önce doğru cevabı hesapla.

7. **a)** 0,3 kg altın 712521 denar için satılıyor.
Bir kilogram altının fiyatı ne kadardır?

b) 0,4 kg platin 980220 denar için satılıyor.
1 kg platin mi 1 kg altın satın almak mı daha pahalıdır? Süreci açıkla.

İlk önce 1 kg platinin kaç para olduğunu hesapla.

8. Hesapla.

a) 225 : 1,5 **b)** 125 : 2,5 **c)** 90 : 1,5

9. Bir boru parçalara kesilmiştir. Her parça 0,25 metre uzundur.

Eğer boru 4 metre uzun ise, o zaman borudan verilen uzunluktan kaç parça kesilebilir?

1.5 Kesirleri Toplama ve Çıkarma

Denk kesirler

$\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}$ kesirlerin aynı değerleri var. Onlara **denk** kesirler denir.

Bir kesrin **payını** ve **paydasını**, aynı sayıyla çarparsak, eşdeğerli kesir elde edeceğiz. Pay kesir çizgisinin üstündedir, payda ise kesir çizgisinin altındadır.

Bir kesrin payı ve paydasını aynı sayıyla bölersek, eşdeğerli kesir elde edeceğiz. Sadece payın ve paydanın ortak bölenleriyle bölebiliriz.

Buna genelde **sadeleştirme** ya da **kısaltma** denir.

Kesiri daha fazla sadeleştiremezsek, kesir **kısaltılamaz** denir ya da kesir en basit haldedir.

Örnek 1

$\frac{28}{32}$ kesirini kısaltılamaz kesire kadar sadeleştir.

$$\frac{28}{32} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \frac{14}{16} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \frac{7}{8}$$

Bunu bir adımda yapabiliriz eğer payı ve paydayı 4 ile bölersek.

$$\frac{28}{32} = \frac{7}{8}$$

Kesiri daha fazla sadeleştiremeyiz. Bu kesir kısaltılamaz kesirdir.

Kesirleri toplamak

Kesirleri toplayabilmek için paydalarının aynı olması gerekiyor.

Kesirlerin aynı paydaları yoksa, şu şekilde davranıyoruz:

Tüm paydaların en küçük ortak katını belirliyoruz.

Her kesiri o paydayla yazıyoruz.

İki kesri topluyoruz.

Mümkünse, sonucu sadeleştiriyoruz.

Tam sayılı kesirlerin bir toplama şekli, ayrıdan tam sayıları, ayrıdan da düzgün kesirleri toplamaktır. Aynı öyle, ilk önce düzgün olmayan kesirlere dönüştürürsek, ardından kesirler toplama işlemini uygularsak, karışık sayıları bu şekilde de toplayabiliriz.

Tam sayılı kesir, tam sayıdan ve düzgün kesirden oluşuyor.

Örnek 2

Hesapla: $\frac{5}{6} + \frac{7}{8}$

6 ve 8'in en küçük ortak katı 24'tür.

$$\frac{5}{6} \overset{\cdot 4}{\underset{\cdot 4}{=}} \frac{20}{24} \qquad \frac{7}{8} \overset{\cdot 3}{\underset{\cdot 3}{=}} \frac{21}{24}$$

$$\frac{5}{6} + \frac{7}{8} = \frac{20}{24} + \frac{21}{24}$$

$$= \frac{20 + 21}{24}$$

$$= \frac{41}{24}$$

$$= 1\frac{17}{24}$$

Örnek 3

Hesapla: $1\frac{5}{6}+2\frac{7}{8}$

$1\frac{5}{6}+2\frac{7}{8}=1+2+\frac{5}{6}+\frac{7}{8}$ Düzgün kesirlerin tam kısımlarını ayırıyoruz.

$=3+\frac{20}{24}+\frac{21}{24}$ Tam kısımları topladıktan sonra, basit kesirleri eşit paydalı kesirler biçiminde yazıyoruz.

$=3+\frac{41}{24}$ Düzgün kesirleri topluyoruz.

$=3+1+\frac{17}{24}$ Tam sayılı kesirleri ise, tam sayı ve basit kesrin toplamı biçiminde yazıyoruz.

$=4\frac{17}{24}$

Kesirleri çıkarmak

Kesirlerin çıkarmasını kesirlerin toplanması gibi benzerdir.

Kesirlerin aynı paydası yoksa, bu şekilde davranıyoruz:

Paydaların en küçük ortak katını belirliyoruz.

Kesirlerin hepsini o paydayla yazıyoruz.

Payları paydayı çıkarıyoruz.

Eğer mümkünse, sonucu sadeleştiriyoruz.

Karışık sayılar çıkarıldığı zaman, yöntemlerden biri onları **bileşik kesir** şekilde yazdırmaktır.

Kesrin payı paydasından büyükse ona bileşik kesir denir.

Örnek 4

Hesapla: $1\frac{1}{2}-\frac{4}{5}$

$1\frac{1}{2}-\frac{4}{5}=\frac{3}{2}-\frac{4}{5}$ Tam sayılı kesri bileşik kesir biçiminde yazıyoruz.

$\frac{3}{2}\overset{\cdot 5}{=}\frac{15}{10}$ $\quad$ $\frac{4}{5}\overset{\cdot 2}{=}\frac{8}{10}$ 2 ve 5'in en küçük ortak katı 10'dur.

$\frac{3}{2}-\frac{4}{5}=\frac{15}{10}-\frac{8}{10}$

$=\frac{15-8}{10}$

$=\frac{7}{10}$ Payları çıkarıyoruz.

Örnek 5

Hesapla: $3\frac{1}{4} - 1\frac{2}{5}$

$3\frac{1}{4} - 1\frac{2}{5} = \frac{13}{4} - \frac{7}{5}$ Tam sayılı kesri bileşik kesir biçiminde yazıyoruz.

$\frac{13}{4} \overset{\cdot 5}{=} \frac{65}{20}$ $\frac{7}{5} \overset{\cdot 4}{=} \frac{28}{20}$ 4 ve 5'in en küçük ortak katı 20'dir.

$\frac{13}{4} - \frac{7}{5} = \frac{65}{20} - \frac{28}{20}$

$= \frac{65 - 28}{20}$

$= \frac{37}{20}$ Payları çıkarıyoruz.

$= 1\frac{17}{20}$ Bileşik kesri, tam sayılı kesir biçiminde yazıyoruz.

Ödevler

1. Kesirleri kısaltılamaz kesir şeklinde yaz.

a) $\frac{4}{24}$ **b)** $\frac{16}{52}$ **c)** $\frac{12}{99}$ **ç)** $\frac{18}{32}$

2. Hesapla. Çözümleri kısaltılamaz kesir şeklinde yaz.

a) $\frac{3}{8} + \frac{3}{4}$ **b)** $\frac{2}{5} + \frac{3}{7}$ **c)** $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$ **ç)** $1\frac{3}{4} + 1\frac{2}{3}$

3. Hesapla. Çözümleri kısaltılamaz kesir şeklinde yaz.

a) $\frac{7}{8} - \frac{5}{16}$ **b)** $\frac{2}{3} - \frac{4}{7}$ **c)** $2\frac{3}{8} - \frac{2}{3}$ **ç)** $2\frac{4}{9} - \frac{7}{12}$

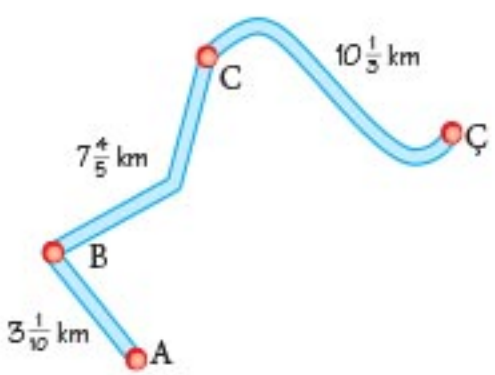
4. Hesapla. Çözümleri kısaltılamaz kesir şeklinde yaz.

a) $\frac{11}{18} + \frac{7}{24}$ **b)** $\frac{13}{36} + \frac{11}{20}$ **c)** $\frac{7}{24} - \frac{5}{30}$ **ç)** $\frac{8}{15} - \frac{7}{27}$

5. Hesapla. Çözümleri kısaltılamaz kesir şeklinde yaz.

a) $3\frac{5}{12} + 4\frac{11}{18}$ **b)** $7\frac{17}{24} + 3\frac{15}{32}$ **c)** $5\frac{7}{18} - 2\frac{11}{12}$ **ç)** $4\frac{11}{24} - 1\frac{13}{18}$

6. Nikola A noktasından Ç noktasına kadar bisiklet sürüyor. Sürerken B ve C noktalarında duruyor.



Nikola toplam kaç kilometre yol geçmiş? Çözümü kısaltılamaz şekilde yaz.

7. Reçel dolu kavanozun toplam $\frac{9}{20}$ kg kütlesi vardır.
Sadece reçelin $\frac{7}{24}$ kg kütlesi vardır.
Kavanozun kütlesi ne kadardır?

8. Eksik olan kesirleri hesapla.

İlk önce kesirleri bileşik kesirler biçiminde yazınız.

a) $2\frac{5}{12} + ? = 4\frac{5}{16}$ **b)** $5\frac{7}{12} - ? = \frac{11}{18}$

9. **a)** $\frac{1}{2}$, a, $\frac{3}{4}$ sayıları artan sıralamada sıralanmıştır.
a'nın değeri $\frac{1}{2}$ ve $\frac{3}{4}$ arasında tam ortadadır.
a'nın değerini hesapla.

Eşdeğerli kesirler kullan.

b) $\frac{1}{2}$, m, n, $\frac{3}{4}$ sayıları artan sıralamada sıralanmıştır.
Herhangi iki yan yana sayının arasındaki fark eşittir.
m ve n'in değerlerini hesapla.

10. Hesapla. Çözümleri kısaltılamaz kesir olarak yaz.

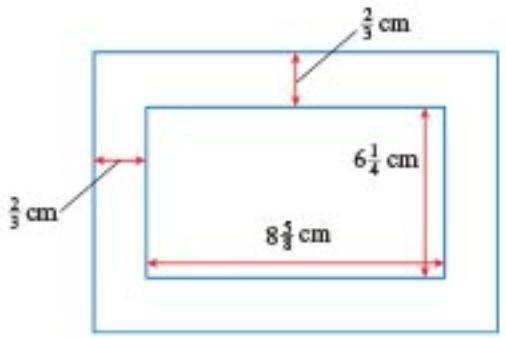
a) $1\frac{2}{5} + \frac{7}{20} + \frac{7}{30}$ **b)** $1\frac{4}{5} + \frac{1}{6} + \frac{7}{12}$ **c)** $1\frac{3}{5} + 2\frac{5}{6} + \frac{8}{15}$

ç) $4\frac{1}{4} + \frac{3}{5} - \frac{7}{20}$ **d)** $3\frac{2}{3} + 1\frac{5}{6} - \frac{14}{15}$ **e)** $4\frac{3}{8} + \frac{7}{12} - \frac{5}{6}$

11. Dikdörtgen şeklinde bir fotoğraf $6\frac{1}{4}$ cm uzun ve $8\frac{5}{8}$ cm geniştir.

a) Fotoğrafın çevresi ne kadardır?

b) Fotoğraf $\frac{2}{3}$ cm genişliğinde bir çerçevede koyulmuş.
Çerçevenin çevresi ne kadardır?



1.6 Kesirleri Çarpmak

Tam sayıyı kesirle çarpma

$3 \cdot \frac{4}{5}$ çarpımı, $\frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5}$ olarak, ya da $\frac{4+4+4}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5}$ olarak yazabiliriz.

Tam sayılı kesirleri o şekilde çarpıyoruz ki payda aynı kalıyor, payı ise tam sayıyla çarpılıyor.

Bir değerin kısmını hesaplamak için, verilen kesiri o değerle çarpıyoruz. Hatırlayalım ki „kısmı", „çarp" demektir, buna göre 36'nın $\frac{2}{3}$ kısmı, $\frac{2}{3} \cdot 36$ demektir.

Örnek 1

Hesapla: **a)** $\frac{5}{8} \cdot 36$ **b)** 18'in $\frac{7}{12}$'si

a) $\frac{5}{8} \cdot 36 = \frac{180}{8}$

$= \frac{45}{2}$

$= 22\frac{1}{2}$

b) $\frac{7}{12} \cdot 18 = \frac{126}{12}$

$= \frac{21}{2}$

$= 10\frac{1}{2}$

İlk önce çarparsak, büyük sayılar meydana gelebilir. Büyük sayılarla çalışmaktan kaçınmak için, ilk önce kısaltıyoruz, ondan sonra çarpıyoruz.

a) $\frac{5}{\cancel{8}_{2}} \cdot \overset{9}{\cancel{36}} = \frac{45}{2}$ 4 ile kısaltıyoruz.

$= 22\frac{1}{2}$

b) $\frac{7}{\cancel{12}_{2}} \cdot \overset{3}{\cancel{18}} = \frac{21}{2}$ 6 ile kısaltıyoruz.

$= 10\frac{1}{2}$

Kesri kesirle çarpma

İki kesrin çarpımı, payı çarptığımız kesirlerin paylarının çarpımına eşit, paydası ise çarptığımız kesirlerin paydalarının çarpımına eşit olan kesirdir.

Büyük sayılardan kaçınmak için, çarpmadan önce kısaltıyoruz, Örnek 2'de gösterilmiş olduğu gibi.

Tam sayılı kesirleri çarptığımız zaman, ilk önce onları düzgün olmayan kesir şeklinde yazmalıyız.

Örnek 2

Çarpımları hesaplayın. Çözümleri kısaltılamaz kesirler şeklinde yazınız.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8}$ **b)** $\frac{7}{12} \cdot \frac{3}{28}$

a) $\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{3} \cdot \frac{5}{\cancel{8}_{4}} = \frac{5}{12}$ 2 ile kısaltıyoruz.

b) $\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\cancel{12}_{4}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{28}_{4}} = \frac{1}{16}$ Önce 7 ile, sonra da 3 ile kısaltıyoruz.

Örnek 3

Hesapla. Çözümleri kısaltılmaz kesirler şeklinde yaz.

Çözümlerde, tam sayılı kesirler, önce bileşik kesirler biçiminde yazılır.

a) $2\frac{5}{8} \cdot 2\frac{2}{7}$ **b)** $3\frac{3}{7} \cdot 2\frac{1}{10}$

a) $2\frac{5}{8} \cdot 2\frac{2}{7} = \frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{1}{\cancel{8}}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{16}}}{\underset{1}{\cancel{7}}} = \frac{6}{1} = 6$

b) $3\frac{3}{7} \cdot 2\frac{1}{10} = \frac{\overset{12}{\cancel{24}}}{\underset{1}{\cancel{7}}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{5}{\cancel{10}}} = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5}$

Ödevler

1. Hesapla. Çözümleri kısaltılamaz kesirler şeklinde yaz.

Çözümlerde bileşik kesirleri, tam sayılı kesirler biçiminde yazınız.

a) 36'nın $\frac{2}{3}$'si **b)** 24'ün $\frac{3}{8}$'ü **c)** 24'ün $\frac{2}{5}$'si **ç)** 16'nın $\frac{5}{12}$'i

d) $\frac{3}{4} \cdot 24$ **e)** $\frac{7}{8} \cdot 20$ **f)** $\frac{7}{15} \cdot 24$ **g)** $\frac{5}{12} \cdot 28$

2. Hesapla. Çözümleri kısaltılamaz kesirler şeklinde yaz.

Çözümlerde bileşik kesirleri, tam sayılı kesirler biçiminde yazınız.

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9}$ **b)** $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{9}$ **c)** $\frac{8}{9} \cdot \frac{3}{5}$ **ç)** $\frac{6}{11} \cdot \frac{4}{9}$

3. Hesapla. Çözümleri kısaltılamaz kesirler şeklinde yaz.

Çözümlerde bileşik kesirleri, tam sayılı kesirler biçiminde yazınız.

a) $1\frac{1}{9} \cdot \frac{3}{5}$ **b)** $2\frac{4}{5} \cdot \frac{4}{7}$ **c)** $\frac{25}{32} \cdot 3\frac{1}{5}$ **ç)** $1\frac{1}{8} \cdot \frac{2}{3}$

d) $1\frac{7}{9} \cdot \frac{3}{8}$ **e)** $\frac{4}{5} \cdot 2\frac{1}{12}$ **f)** $\frac{2}{5} \cdot 1\frac{7}{8}$ **g)** $2\frac{1}{10} \cdot \frac{5}{7}$

ğ) $1\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10}$ **h)** $1\frac{1}{9} \cdot 2\frac{2}{5}$ **ı)** $1\frac{7}{8} \cdot 1\frac{1}{5}$ **i)** $2\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{4}$

j) $2\frac{2}{9} \cdot \frac{6}{25}$ **k)** $1\frac{1}{10} \cdot 1\frac{11}{25}$ **l)** $4\frac{1}{6} \cdot 1\frac{13}{35}$ **m)** $1\frac{11}{12} \cdot 1\frac{1}{5}$

4. Leyla her gün iş yerine kadar 24 km yol yapıyor.

Leyla yolun $\frac{3}{5}$'ünü bisiklet sürerek geçiyor, ondan sonra yürüyerek devam ediyor.

Bisikletle geçtiği yol, yürüyerek geçtiği yoldan kaç km için daha fazladır?

5. Bir kutuda yumuşak kapaklı her birinin kütlesi $\frac{3}{10}$ kg olmak üzere 6 adet aynı kitaptan vardır ve cilt (kalın) kapaklı her birinin kütlesi $\frac{4}{5}$ kg olmak üzere 5 adet aynı kitaptan vardır. Boş kutunun kütlesi $2\frac{3}{8}$ kg'dır. Tüm kitaplarla beraber kutunun toplam kütlesi ne kadardır?

Cilt kapaklı kitapların toplam kütlesini ve yumuşak kapaklı kitapların toplam kütlesini hesapla.

6. Hesapla. Çözümleri kısaltılamaz kesirler şeklinde yaz.

Çözümlerde bileşik kesirleri, tam sayılı kesirler biçiminde yazınız.

a) $1\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{2}$ **b)** $2\frac{1}{4} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot 2\frac{2}{3}$

1.7 Kesirleri Bölmek

Tam sayıyı kesirle bölmek

Tam sayıyı kesirle o şekilde bölüyoruz ki, sayıyı kesrin çarpımsal tersi ile çarpıyoruz. Bir kesrin çarpımsal tersini elde etmek için, pay ve paydasının yerleri değiştiriliyor, yani kesri "tersine çeviriyoruz".

Örnek 1

Hesapla: $4 : \frac{2}{3}$

$$4 : \frac{2}{3} = \overset{2}{4} \cdot \frac{3}{\underset{1}{2}}$$
$$= \frac{6}{1}$$
$$= 6$$

$\frac{3}{2}$ kesri, $\frac{3}{2}$ kesrinin çarpımsal tersidir.

Kesiri kesirle bölmek

Bir kesiri başka kesirle bölerken, birinci kesiri, ikinci kesirin evrik değeriyle çarpıyoruz.

Şunu unutmayalım, bölmeden önce karışık sayıları kesir şeklinde yazmalıyız.

Örnek 2

Hesapla: $2\frac{6}{7} : 1\frac{1}{4}$

$$2\frac{6}{7} : 1\frac{1}{4} = \frac{20}{7} : \frac{5}{4}$$
$$= \overset{4}{\frac{20}{7}} \cdot \frac{4}{\underset{1}{5}}$$
$$= \frac{16}{7}$$
$$= 2\frac{2}{7}$$

$\frac{4}{5}$ kesri, $\frac{5}{4}$ kesrinin çarpımsal tersidir.

Ödevler

1. Hesapla.

a) $4 : \frac{1}{2}$ **b)** $3 : \frac{3}{4}$ **c)** $6 : \frac{3}{8}$ **ç)** $8 : \frac{2}{5}$

2. Hesapla. Çözümleri kısaltılamaz kesirler şeklinde yaz.

Çözümlerde bileşik kesirleri, tam sayılı kesirler biçiminde yazınız.

a) $\frac{4}{5} : \frac{2}{3}$ **b)** $\frac{7}{10} : \frac{3}{5}$ **c)** $\frac{12}{19} : \frac{6}{7}$ **ç)** $\frac{16}{25} : \frac{8}{15}$

3. Hesapla. Çözümleri kısaltılamaz kesirler şeklinde yaz.

Çözümlerde bileşik kesirleri, tam sayılı kesirler biçiminde yazınız.

a) $1\frac{7}{9} : 2\frac{2}{3}$ **b)** $\frac{8}{15} : \frac{24}{25}$ **c)** $\frac{5}{18} : 2\frac{1}{12}$ **ç)** $1\frac{1}{15} : 1\frac{3}{5}$

d) $1\frac{7}{8} : 2\frac{1}{4}$ **e)** $1\frac{1}{8} : 1\frac{1}{2}$ **f)** $1\frac{1}{20} : 2\frac{4}{5}$ **g)** $1\frac{7}{8} : \frac{3}{4}$

ğ) $3\frac{3}{5} : \frac{9}{10}$ **h)** $\frac{4}{9} : 2\frac{2}{3}$ **ı)** $2\frac{1}{10} : 2\frac{4}{5}$ **i)** $2\frac{2}{5} : \frac{8}{15}$

j) $2\frac{1}{4} : \frac{3}{10}$ **k)** $1\frac{7}{8} : \frac{5}{12}$ **l)** $2\frac{2}{3} : 2\frac{2}{9}$ **m)** $1\frac{11}{25} : 1\frac{1}{15}$

4. Boş bir kutunun $3\frac{3}{8}$ kg kütlesi vardır.

Bir parça aletin $1\frac{1}{8}$ kg kütlesi vardır.

Kutunun kütlesini sadece bir kez dahil et.

Kutunun, tüm içeriği dahil ederek taşıyabildiği toplam kütle, 25 kg'dan daha azdır.

Kutuda koyulabileceği en çok alet sayısı ne kadardır?

5. Hesapla. Cevapları mümkün olduğu kadar sadeleştir.

a) $2\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{9} : 1\frac{3}{5}$ **b)** $1\frac{5}{9} \cdot \frac{5}{7} : 1\frac{1}{24}$

6. Bir kutu 20 adet aynı türden kurabiye içeriyor.

Boş kutunun $12\frac{1}{2}$ g kütlesi vardır.

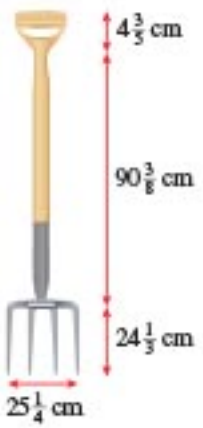
Her kurabiyenin kütlesi $5\frac{2}{5}$ g'dır.

Kurabiyeler kutuda iken, kutunun toplam kütlesi ne kadardır?

7. Resimde bahçe çatalı gösterilmiştir.

a) Bahçe çatalın toplam uzunluğu ne kadardır?

b) Çatalın komşu dişlerin uçlarının arasındaki mesafe ne kadardır?



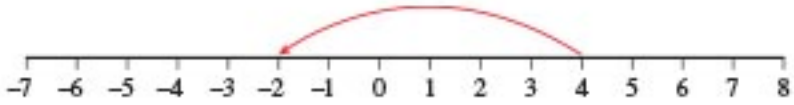
1.8 Pozitif ve Negatif Sayılar

Toplama ve çıkarma

Pozitif ve negatif sayıları sayı ekseninde gösteriyoruz, öyle ki sıfırın solunda negatif sayılardır, sıfırın sağında ise pozitif sayılardır.

Sayı eksenini pozitif ve negatif sayıları toplamak ve çıkarmak için kullanabiliriz.

Resimde (+4) + (−6) toplamı gösterilmiştir.



Kırmızı ok +4'ten başladığımızı ve 6 adım sola doğru hareket ettiğimizi gösteriyor.

Küçük tam sayılar için sayı eksenini kullanabiliyoruz.

Diğer sayılar için parantezlerden kurtulma kurallarını uygulamaktayız:

+ + eşittir +	örneğin, −4 + (+6) eşittir −4 + 6 = +2
+ − eşittir −	örneğin, −4 + (−6) eşittir −4 − 6 = −10
− + eşittir −	örneğin, −4 − (+6) eşittir −4 − 6 = −10
− − eşittir +	örneğin, −4 − (−6) eşittir −4 + 6 = +2

Örnek 1

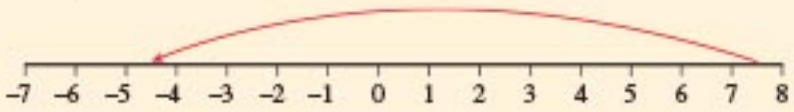
Hesapla.

a) (+7,5) − (+12,2) **b)** (−8,1) + (+14,8) **c)** (−23,5) − (−17,8)

a) (+7,5) − (+12,2)

= +7,5 − 12,2 − + eşittir −

Ondalık sayıları sayı ekseninde daha zor toplayabiliriz.



Onun yerine, 7,5 − 12,2 ifadesini onun ters sayılarıyla yazıyoruz, 12,2 − 7,5.

Hesap makinesini sadece çok büyük sayılarla çalıştığımız zaman kullanıyoruz.

12,2 − 7,5 = 4,7

Buna göre, 7,5 − 12,2 = −4,7

12,2
− 7,5
4,7

b) (−8,1) + (+14,8)

= −8,1 + 14,8 + + eşittir, +

= 14,8 − 8,1

= 6,7

c) (−23,5) − (−17,8)

= −23,5 + 17,8 − − eşittir, +

= − (23,5 − 17,8) Ters işlemi kullanıyoruz.

= −5,7

Çarpma ve bölme

Pozitif ve negatif sayıları çarpma ve bölme kuralları:

pozitif ve pozitif = pozitif

pozitif ve negatif = negatif

negatif ve pozitif = negatif

negatif ve negatif = pozitif

Kuralları kısaca şöyle yazıyoruz:

+ + eşittir +
+ − eşittir −
− + eşittir −
− − eşittir +

Temel kural çarpmak için ve bölmek için aynıdır.
Eğer iki işaret aynıysa, o zaman pozitif olacak.
Eğer iki işaret farklıysa, o zaman negatif olacak.

Örnek 2

Hesapla: **a)** $-7 \cdot (+12)$ **b)** $-23{,}6 \cdot (-9)$ **c)** $(-63) : 9$ **ç)** $220{,}8 : (-12)$

a) İşaretler faklıdır, buna göre sonuç negatif olacak.
$7 \cdot 12 = 84$ olduğunu biliyoruz.
Bu yüzden, $-7 \cdot 12 = -84$

b) İşaretler aynıdır, buna göre sonuç pozitif olacak.
Hesaplıyoruz $23{,}6 \cdot 9 = 212{,}4$
Bu yüzden, $-23{,}6 \cdot (-9) = 212{,}4$

$$\begin{array}{r} 23{,}6 \\ \cdot\ \ 9 \\ \hline 212{,}4 \\ \hline {\scriptstyle 5\ 5} \end{array}$$

c) İşaretler faklıdır, buna göre sonuç negatif olacak.
$63 : 9 = 7$ olduğunu biliyoruz.
Bu yüzden, $-63 : 9 = -7$

ç) İşaretler faklıdır, buna göre sonuç negatif olacak.
Hesaplıyoruz $220{,}8 : 12 = 18{,}4$
Bu yüzden, $220{,}8 : (-12) = -18{,}4$

$$\begin{array}{r|l} 220{,}8 & 12 \\ -12 & \\ \hline 100 & \\ -96 & \\ \hline 48 & \\ -48 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Örnek 3

Hesapla: **a)** $(-4) \cdot (+8) \cdot (-10)$ **b)** $(-6)^2$

a) İfadede iki sayıdan fazla sayı olduğu zaman, yazılış sıralamasına göre hesaplamamız gerekiyor.

Kolaylaştırmak için, parantezler içinde yazabiliriz.

$(-4) \cdot (+8) \cdot (-10)$

$= ((-4) \cdot (+8)) \cdot (-10)$

$= (-32) \cdot (-10)$

$= 320$

Çift sayıda negatif işaret olduğu zaman, sonuç pozitif olacak.

Tek sayıda negatif işaret olduğu zaman, sonuç negatif olacak.

b) $(-6)^2 = (-6) \cdot (-6) = 36$

Negatif sayının karesini hesaplayınca, sonuç pozitiftir.

Ödevler

Hesapla:

1. $(-2{,}5) + (+8{,}5)$ **2.** $3 + (-9)$ **3.** $(-6{,}4) - (+9)$

4. $6{,}2 - (-8{,}5)$ **5.** $(-13) + (-14)$ **6.** $(-8) + (+28)$

7. $(-5{,}8) - (-7{,}8)$ **8.** $0{,}5 + (+1{,}5)$ **9.** $(-3{,}9) + (+4{,}9)$

10. $(-5{,}2) + (-4{,}8)$ **11.** $7{,}6 - (+5{,}3)$ **12.** $3 - (+13{,}6)$

13. $15{,}3 + (-12{,}2)$ **14.** $(-12{,}8) - (+13{,}8)$ **15.** $(-21) - (-26{,}9)$

16. $(-13{,}7) + (-16{,}8)$ **17.** $-9 \cdot (+8)$ **18.** $-7 \cdot (-6)$

19. $+9{,}2 \cdot (-5)$ **20.** $-4{,}3 \cdot (-8)$ **21.** $+16{,}3 \cdot (+5)$

22. $-17{,}2 \cdot (+3)$ **23.** $+25{,}8 \cdot (-2)$ **24.** $-16{,}4 \cdot (-10)$

25. $-72 : 8$ **26.** $-48 : (-6)$ **27.** $128 : (-8)$

28. $-354 : (-6)$ **29.** $18{,}7 : (-11)$ **30.** $-650 : (-10)$

31. $-65{,}1 : 7$ **32.** $-89{,}5 : (-5)$ **33.** $(-3)^2$

34. $(-8)^2$ **35.** $(-10)^2$ **36.** $-5 \cdot (-4) \cdot 6$

37. $-4 \cdot (-2) \cdot (-7)$ **38.** $9 \cdot (-3) \cdot (-10)$ **39.** $-3 \cdot 8 \cdot (-4) \cdot (-10)$

40. $(-2)^3$ $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$

Tekrarlama Ödevleri

1. Aşağıdaki sayıları verilen sayıda ondalık basamağına yuvarla.

a) 2,58'i 1 o.b.'na **b)** 2,68961'i 2 o.b.'na **c)** 2,089'u 1 o.b.'na

ç) 8,99'u 1 o.b.'na **d)** 2,034'ü 1 o.b.'na

2. Aşağıdaki sayıları verilen sayıda anlamlı rakama yuvarla.

a) 458'i 2 a.r. **b)** 2,35841'i 3 a.r. **c)** 0,0258'i 1 a.r.

ç) 99,8'i 2 a.r. **d)** 99,8'i 1 a.r.

3. Hesapla.

a) $60 \cdot 300$ **b)** $5000 \cdot 20$ **c)** $300 \cdot 0{,}8$ **ç)** $250 \cdot 0{,}2$

d) $0{,}35 \cdot 0{,}2$ **e)** $0{,}08 \cdot 0{,}04$ **f)** $0{,}24 \cdot 0{,}6$ **g)** $6000 \cdot 0{,}09$

4. İfadeleri üslu sayı şekline sadeleştir.

a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ **b)** $12 \cdot 12 \cdot 12$ **c)** $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3$

ç) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$

5. İfadeleri sadeleştir. Çözümleri üslü sayı şeklinde yaz.

a) $4^2 \cdot 4^4$ **b)** $5^8 : 5^3$ **c)** $6^2 \cdot 6^4 \cdot 6$ **ç)** $(10^2)^3$

d) $(5^3)^4$ **e)** $x^4 \cdot x^3 : x$ **f)** $y^5 : y^3 \cdot y^2$ **g)** $x^4 \cdot x^3 : x^{-1}$

6. İfadeleri sadeleştir ve ardından onların değerlerini hesapla.

a) $8^{-5} \cdot 8^7$ **b)** $(5^2)^3 : 5^4$ **c)** $9 : 3^2$ **ç)** $16 \cdot 2^{-3}$

7. Hesapla.

a) $\frac{2}{0{,}4}$ **b)** $\frac{16}{0{,}8}$ **c)** $\frac{14{,}4}{0{,}9}$ **ç)** $\frac{1{,}8}{0{,}6}$ **d)** $\frac{6{,}3}{0{,}07}$

e) $\frac{1{,}5}{0{,}01}$ **f)** $\frac{0{,}8}{0{,}02}$ **g)** $\frac{0{,}18}{0{,}03}$ **ğ)** $3 : 0{,}1$ **h)** $20 : 0{,}01$

8. Hesapla.

a) $4{,}5 \cdot 10^2$ **b)** $450 \cdot 10^{-1}$ **c)** $508 \cdot 10^{-3}$ **ç)** $0{,}0054 \cdot 10^3$

d) $0{,}0492 \cdot 10^{-1}$ **e)** $42 : 10^2$ **f)** $589 : 10^1$ **g)** $0{,}05 : 10^{-3}$

ğ) $0{,}0089 : 10^{-2}$ **h)** $0{,}025 : 10^{-3}$

9. Şunların değerlerini belirle:

a) 6^2 **b)** $(-8)^2$ **c)** 15^2 **ç)** $(-17)^2$

d) 1^8 **e)** 12^0 **f)** 5^{-2} **g)** 6^{-1}

10. Hesapla. Çözümleri kısaltılamaz kesir şeklinde yaz.

a) $\frac{13}{20} + \frac{11}{18}$ **b)** $\frac{5}{12} - \frac{3}{20}$ **c)** $3\frac{25}{32} + 4\frac{7}{24}$ **ç)** $4\frac{7}{27} - 2\frac{11}{18}$

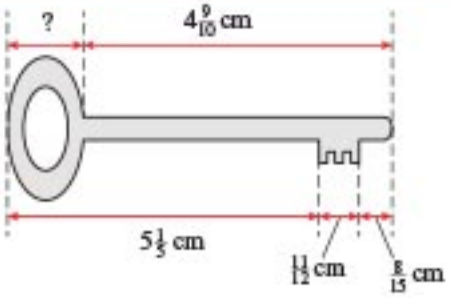
11. Elena otobüs durağına kadar $\frac{4}{5}$ km yürüyerek gidiyormuş.

Ondan sonra $4\frac{2}{3}$ km otobüsle yolculuk ediyormuş.

En sonunda, okula kadar $\frac{7}{12}$ km yürüyormuş.

Elena toplam olarak kaç kilometre yolculuk yapıyormuş?

12. Resimde gösterilen uzunukları kullanarak şunları belirle:



a) anahtarın toplam uzunluğunu

b) anahtar „başının" uzunluğunu.

13. Hesapla. Çözümleri kısaltılamaz kesir şeklinde yaz.

Çözümlerde, düzgün olmayan kesirleri karışık sayı şeklinde yaz.

a) $\frac{4}{15} \cdot \frac{9}{16}$ **b)** $\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8}$ **c)** $\frac{4}{25} \cdot \frac{15}{16}$

ç) $2\frac{7}{10} \cdot 2\frac{7}{9}$ **d)** $4\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{28}$ **e)** $2\frac{2}{9} \cdot 1\frac{11}{25}$

14. Hesapla. Çözümleri kısaltılamaz kesir şeklinde yaz.

Çözümlerde, düzgün olmayan kesirleri karışık sayı şeklinde yaz.

a) $1\frac{3}{8} : \frac{1}{4}$ **b)** $\frac{4}{5} : \frac{3}{10}$ **c)** $\frac{7}{8} : \frac{5}{12}$

ç) $4\frac{2}{3} : \frac{7}{9}$ **d)** $2\frac{5}{8} : 1\frac{5}{16}$ **e)** $1\frac{1}{6} : 2\frac{1}{3}$

2 Cebir ve Problemler Çözmek

Öğretim amaçları

- „Cebir" kelimenin kökenini ve onun Arap matematikçi El-Hârizmî ile bağlantısını biliyor.
- Pozitif tam sayı üs ile üslü sayılar yazıyor; cebirsel ifadeleri dönüştürmekte üslü sayılarla çarpma ve bölme kurallarını uyguluyor.
- Ortak tam bölen olarak monom alarak cebirsel ifadeleri sadeleştiriyor veya dönüştürüyor.
- Basit cebirsel kesirleri topluyor ve çıkarıyor.
- Katsayısı tam sayı olan lineer (doğrusal) denklemler oluşturuyor ve çözüyor (parantezli veya parantezsiz, denklemde negatif işaretler, pozitif ya da negatif çözümler); lineer denklemler oluşturarak ve çözerek sayı ile problemler çözüyor.
- Cebirsel ifadeler oluşturuyor.
- Lineer fonskiyonun ters fonksiyonunu buluyor.
- Dizinin genel terimini kullanarak sıradaki terimi belirleme veya dizide herhangi terimi belirleme kuralını uygulayarak dizi terimleri üretiyor.
- Aritmetik dizinin *n*-nci terimini belirlemek için ifade tanımlıyor.

El-Hârizmî

Muhammed bin Mûsâ el-Hârizmî 783 yılı civarında doğan ünlü Arap matematikçisidir.

Çok sayıda kitap yazmış. „Hesaplama Rehberi ve Denge Yöntemi" adlı eserinde bir denklemin iki tarafından sayı çıkarmayı tanımlayan „el-cebr " kelimesini kullanıyor.

Günümüzde kullandığımız „cebir" kelimesi „el-cebr " teriminden kaynaklanıyor.

Bu eserin tek Arapça kopyası Oxford'ta bulunuyor, eserin Latince çevirisi ise Cambridge'te bulunuyor.

Resimde El-Hârizmî'nin adı ve „1200 yıl" yazıldığı posta pulu gösterilmiştir. Bu pul 1983 yılında El-Hârizmî'nin doğuşundan 1200 yıldönümü sebebiyle yapılmıştır.



2.1 Kuvvetlerin Sadeleştirilmesi

$a \cdot a \cdot a \cdot a$ ifadesini şu şekilde yazabiliriz: a^4 ← **üs (kuvvet)**, **taban**

ve $y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y$ ifadesini y^7 olarak yazabiliriz.

$3x \cdot 2x \cdot 5x$ ifadesini şu şekilde yazabiliriz: $3 \cdot x \cdot 2 \cdot x \cdot 5 \cdot x = 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot x \cdot x \cdot x$

$= 30 \cdot x^3$

$= 30x^3$

$\frac{2x}{6}$ ifadesini şu şekilde yazarak $\frac{2 \cdot x}{2 \cdot 3}$ şu şekile kadar sadeleştirilebilir: $\frac{x}{3}$

Örnek 1

İfadeleri sadeleştir: **a)** $5a \cdot a \cdot 2a$ **b)** $2x \cdot 3y \cdot x \cdot 4y$

a) $5a \cdot a \cdot 2a = 5 \cdot a \cdot a \cdot 2 \cdot a$

$= 5 \cdot 2 \cdot a \cdot a \cdot a$

$= 10a^3$

b) $2x \cdot 3y \cdot x \cdot 4y = 2 \cdot x \cdot 3 \cdot y \cdot x \cdot 4 \cdot y$

$= 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y$

$= 24x^2y^2$

Örnek 2

Şu ifadeleri sadeleştir: **a)** $\frac{12x}{3y}$ **b)** $\frac{5x^2}{10xy}$

a) $\frac{12x}{3y} = \frac{3 \cdot 4 \cdot x}{3 \cdot y}$ Payı ve paydayı 3 ile bölüyoruz.

$= \frac{4x}{y}$

b) $\frac{5x^2}{10xy} = \frac{5 \cdot x \cdot x}{2 \cdot 5 \cdot x \cdot y}$ Payı ve paydayı 5 ve x ile bölüyoruz.

$= \frac{x}{2y}$

Ödevler

1. Sadeleştir:

a) $3x \cdot 4x$ **b)** $5x \cdot x$ **c)** $2y \cdot y \cdot 3y$

ç) $2a \cdot 3a \cdot 4a$ **d)** $2b \cdot 3b \cdot b \cdot 4b \cdot b$ **e)** $4p \cdot p \cdot 3p \cdot p \cdot p$

2. Sadeleştir:

a) $5a \cdot a \cdot 2b$ **b)** $2p \cdot 3q \cdot p \cdot 4q \cdot p$ **c)** $7x \cdot 3y \cdot 2x$

ç) $2x \cdot 3y \cdot 4y \cdot 5x$ **d)** $6a \cdot b \cdot a \cdot 7ab$ **e)** $x \cdot 8xy \cdot 2xy \cdot 3x$

3. Sadeleştir:

a) $\frac{5x}{10}$ **b)** $\frac{6y}{8}$ **c)** $\frac{8a}{12}$ **ç)** $\frac{14x}{21}$ **d)** $\frac{6x}{4}$

e) $\frac{5x}{x^2}$ **f)** $\frac{3x^2}{12x}$ **g)** $\frac{12xy}{8x}$ **ğ)** $\frac{6y}{y^2}$ **h)** $\frac{2xy}{y^2}$

ı) $\frac{7x}{14y}$ **i)** $\frac{9xy}{3xyz}$ **j)** $\frac{8ab^2}{b}$ **k)** $\frac{2xy}{6x^2y^2}$ **l)** $\frac{2a^2b}{5ab^2}$

4. Aşağıdak sayıları 2 tabanlı üslü sayı ya da 2^x şeklinde yaz. (Örneğin, $16 = 2^4$)

a) 32 **b)** 8 **c)** 4 **ç)** 64 **d)** 256

5. Aşağıdaki sayıları x^y şeklinde yaz. (Örneğin, $125 = 5^3$)

a) 49 **b)** 27 **c)** 10000 **ç)** 169 **d)** 243

6. Denklemleri çöz.

Birinci denklem örnek olarak çözülmüştür.

a) $2^x = 8$ 8'i 2 tabanlı üslü sayı gibi yaz.

$2^x = 2^3$ Tabanlar eşit olduğuna göre, üsler de eşit olmalıdır.

$x = 3$

b) $2^x = 64$ **c)** $3^x = 9$ **ç)** $10^x = 100$ **d)** $5^x = 125$ **e)** $2^x = 256$

f) $4^x = 64$ **g)** $2^x = 512$ **ğ)** $3^x = 27$ **h)** $2^x = 16$ **ı)** $3^x = 81$

7. Denklemleri çöz.

Birinci denklem örnek olarak çözülmüştür.

a) $5^{x+1} = 125$ 125'i 5 tabanlı üslü sayı şeklinde yaz.

$5^{x+1} = 5^3$ Tabanlar eşit olduğuna göre, üsler de eşit olmalıdır.

$x + 1 = 3$ İki taraftan 1 çıkar.

$x = 2$

b) $2^{2x} = 64$ **c)** $2^{x+1} = 16$ **ç)** $2^{x-1} = 8$ **d)** $5^{x-2} = 125$ **e)** $3^{x-1} = 81$

f) $2^{x-2} = 128$ **g)** $2^{2x+1} = 32$ **ğ)** $5^{x-1} = 125$ **h)** $3^{2x+1} = 27$ **ı)** $10^{3x} = 1000000$

2.2 Eşit Tabanlı Kuvvetlerle İşlemlerin Kuralları

Devamda verilmiş olan üç kural aynı tabanlı üslü sayılarla işlemler kuralları olarak biliniyor.

Eşit tabanlı kuvvetlerin çarpma işlemi

Şu çarpımı inceleyelim: $2^5 \cdot 2^3 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^8$

Eşitliğin başlangıcını ve sonunu karşılaştırırsak şunu elde ediyoruz: $2^5 \cdot 2^3 = 2^{5+3} = 2^8$

KURAL 1 $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$

Eşit tabanlı kuvvetleri bölme

Bölmeyi inceleyelim: $4^5 : 4^3 = \frac{\cancel{4}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{4}\cdot 4\cdot 4}{\cancel{4}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{4}} = 4^2$

Eşitliğin başlangıcını ve sonunu karşılaştırırsak şunu elde ediyoruz: $4^5 : 4^3 = 4^{5-3} = 4^2$

KURAL 2 $x^a : x^b = x^{a-b}$

Kuvvetin kuvveti

Şu kuvveti inceleyelim: $(5^2)^3 = (5\cdot 5)\cdot(5\cdot 5)\cdot(5\cdot 5) = 5^6$

Eşitliğin başlangıcını ve sonunu bağlarsak şunu elde ediyoruz: $(5^2)^3 = 5^{2\cdot 3} = 5^6$

KURAL 3 $(x^a)^b = x^{a\cdot b}$

Örnek 1

Sadeleştir: **a)** $y^3\cdot y^4$ **b)** $a^8 : a^3$ **c)** $(f^3)^4$

a) $y^3\cdot y^4 = y^{3+4}$ Üsleri topluyoruz.
$= y^7$

b) $a^8 : a^3 = a^{8-3}$ Üsleri çıkarıyoruz.
$= a^5$

c) $(f^3)^4 = f^{3\cdot 4}$ Üsleri çarpıyoruz.
$= f^{12}$

Örnek 2

Sadeleştir: **a)** $5xy^2\cdot 2x^2y^5\cdot 7x^3y^4$ **b)** $\frac{2x^7y^8}{6x^3y^2}$

a) $5xy^2\cdot 2x^2y^5\cdot 7x^3y^4 = 5\cdot 2\cdot 7\cdot x^1\cdot x^2\cdot x^3\cdot y^2\cdot y^5\cdot y^4$
$= 70\cdot x^{1+2+3}\cdot y^{2+5+4}$
$= 70x^6y^{11}$

b) $\frac{2x^7y^8}{6x^3y^2} = \frac{2}{6}\cdot(x^7 : x^3)\cdot(y^8 : y^2)$
$= \frac{1}{3}\cdot x^{7-3}\cdot y^{8-2}$
$= \frac{x^4y^6}{3}$

Ödevler

İfadeleri sadeleştir:

1. a) $x^3\cdot x^2$ **b)** $y^2\cdot y^4$ **c)** $a^8\cdot a$ **ç)** $p^4\cdot p^7$

d) $f\cdot f^3$ **e)** $y^3\cdot y^3$ **f)** $q^6\cdot q^3$ **g)** $d^4\cdot d^8$

2. **a)** $2x^3 \cdot 3x^4$ **b)** $4y^5 \cdot 2y^3$ **c)** $3a^4 \cdot 5a^2$ **ç)** $4f^2 \cdot f^5$

d) $5y^3 \cdot 5y^3$ **e)** $4d \cdot 3d^5$ **f)** $7e^8 \cdot 4e^6$ **g)** $9c^4 \cdot 4c^9$

3. **a)** $x^3 \cdot x^5 \cdot x^7$ **b)** $y^6 \cdot y \cdot y^2$ **c)** $2a^3 \cdot 5a^2 \cdot 3a^4$ **ç)** $8d^4 \cdot d \cdot 2d^7$

4. **a)** $x^7 : x^2$ **b)** $x^8 : x^4$ **c)** $a^8 : a^5$ **ç)** $p^6 : p$

5. **a)** $\frac{16x^7}{4x^5}$ **b)** $\frac{8x^6}{16x^2}$ **c)** $\frac{3a^5}{12a^2}$ **ç)** $\frac{2y^8}{8y^2}$

d) $\frac{5y^7}{15y^4}$ **e)** $\frac{12w^6}{18w^2}$ **f)** $\frac{25a^8}{50a^3}$ **g)** $\frac{18g^5}{27g^2}$

6. **a)** $\frac{x^4 \cdot x^3}{x^5}$ **b)** $\frac{y^8 \cdot y^8}{y^7}$ **c)** $\frac{x^{10}}{x^2 \cdot x^4}$ **ç)** $\frac{a^4 \cdot a^7}{a^2 \cdot a^3}$

d) $\frac{2x^2 \cdot 3x^5}{4x^3}$ **e)** $\frac{3y^4 \cdot 6y^3}{2y^5}$ **f)** $\frac{8x^9}{2x^3 \cdot 2x^4}$ **g)** $\frac{2a^5 \cdot 5a^2}{3a \cdot 4a^4}$

7. **a)** $(y^3)^2$ **b)** $(x^4)^3$ **c)** $(x^2)^6$ **ç)** $(a^4)^4$ $(y^3)^2$, $y^3 \cdot y^3$ anlamına geliyor

8. **a)** $(2x^3)^2$ **b)** $(3a^2)^4$ **c)** $(10y^4)^3$ **ç)** $\left(\frac{h^3}{2}\right)^2$ $(2x^3)^2$, $2x^3 \cdot 2x^3$ anlamına geliyor

2.3 Çarpanlara Ayırmak

VIII. sınıfta **parantezlerden kurtulmayı** öğrendik.

Bu sürece göre, $2(x + 5)$ ifadesini $2x + 10$ olarak yazabiliriz.

Bunu iki şekilde açıklayabiliriz.

Birinci Şekil

Çizimle.

Kenarları 2 ve $x + 5$ olan dikdörtgenin alanı, resimde gösterildiği gibi dikdörtgeni ikiye ayırarak bulunabilir.



Buna göre, $2(x + 5) = 2x + 10$.

İkinci Şekil

Çarpmayla.

$2(x + 5) = 2 \cdot x + 2 \cdot 5$

$= 2x + 10$

Parantezlerdeki her terim 2 ile çarpılır.

Çarpanlara ayırmak, parantezlerden kurtulmak sürecinin ters sürecidir. Bu süreçle parantezdeki tüm ortak çarpanları, parantez önüne çıkarmalıyız.

Buna göre, $2x + 10$ ifadesini $2(x + 5)$ olarak yazıyoruz.

Bir ifadeyi çarpanlara ayırmak gerektiği zaman, tamamen çarpanlara ayırmak önemlidir.

Örneğin, $12x + 8 = 2(6x + 4)$ sadece kısmen çarpanlara ayırmaktır.

Tamamen ayrıştırmakla $12x + 8 = 4(3x + 2)$ elde etmemiz gerekiyor.

Örnek

Şu ifadeleri çarpanlara ayır: **a)** $30x + 12$ **b)** $3x^2 - 9xy$ **c)** $6xy^2 + 8x^2y^3$

a) $30x + 12$
$= 6(5x + 2)$

6 iki ifadenin en büyük ortak bölenidir (EBOB).
$30x = 6 \cdot 5x$ ve $12 = 6 \cdot 2$.
Parantezlerden kurtulmakla elde edilen sonucu yoklamalıyız.
Kontrol: $6(5x + 2) = 6 \cdot 5x + 6 \cdot 2 = 30x + 12$.

b) $3x^2 - 9xy$
$= 3x(x - 3y)$

3 iki üyenin EBOB'dir.
$3x^2 = 3x \cdot x$ ve $9xy = 3x \cdot 3y$.
Kontrol: $3x(x - 3y) = 3x \cdot x - 3x \cdot 3y = 3x^2 - 9xy$.

c) $6xy^2 + 8x^2y^3$
$= 2xy^2(3 + 4xy)$

$2xy^2$ iki ifadenin EBOB'dir.
$6xy^2 = 2xy^2 \cdot 3$ ve $8x^2y^3 = 2xy^2 \cdot 4xy$.
Kontrol: $2xy^2(3 + 4xy) = 2xy^2 \cdot 3 + 2xy^2 \cdot 4xy = 6xy^2 + 8x^2y^3$.

Ödevler

1. Aşağıdaki ifadelerde parantezlerden kurtul.

a) $8(x + 7)$ **b)** $3(5 - y)$ **c)** $7(9y - 2)$ **ç)** $x(x - 2)$
d) $y(3y + 8)$ **e)** $2x(5 - 4x)$ **f)** $2xy(3 - y)$ **g)** $5x^2(3 - 2x)$

2. İfadeleri tekrar yaz ve boşlukları doldur.

a) $8x + 10 = 2(4x + \square)$ **b)** $6x - 9 = 3(2x - \square)$ **c)** $21x + 14 = 7(3x + \square)$
ç) $18x + 27 = 9(\square + 3)$ **d)** $24y + 40 = \square(3y + \square)$ **e)** $54 - 42x = \square(9 - \square)$

3. Andre'nın ev ödevi için birkaç ifadeyi çarpanlara ayırması gerekiyormuş.
Andreya birkaç yanlış yapmış.

a) $12y - 8 = 4(3y - 4)$

b) $30x + 15 = 5(6x + 3)$

c) $4x - 10 = 4(x - 2{,}5)$

Ödevleri tekrar yaz ve Andreya'nın yanlışlarını düzelt.

Ödev **4, 5, 6, 7** ve **8**'de ifadeleri çarpanlara ayır.

4. **a)** $3x+6$ **b)** $7y-14$ **c)** $8x+24$ **ç)** $9y+12$
d) $3x-15$ **e)** $16y-12$ **f)** $30x+14$ **g)** $20-16x$
ğ) $42+21y$ **h)** $60-45x$ **ı)** $38-19y$ **i)** $144-108x$

5. **a)** x^2+4x **b)** y^2-5y **c)** x^2-10x **ç)** $2a^2-4a$
d) x^2+9x **e)** $8x-3x^2$ **f)** $10y-2y^2$ **g)** $16x-12x^2$
ğ) $14x-7x^2$ **h)** $6x+4x^2$ **ı)** $12y^2-9y$ **i)** $72x^2-54x$

6. **a)** $6\pi+2$ **b)** $24-16\pi$ **c)** $\pi r+2r$ **ç)** $\pi r^2+2\pi rh$

7. **a)** $2x+4y+6z$ **b)** $9x^2+6x+3$ **c)** $8a-12b+30c$ **ç)** $12x^3+6x^2-3x$

8. **a)** $xy+x^2$ **b)** $2x^2+6xy$ **c)** $8x^2y-4xy$ **ç)** $10x^3y^2-15x^3y$
d) $16xy^3-24x^3y$ **e)** $24a^2b+16ab$ **f)** $45x^5y-54x^2y$ **g)** $8x^6y^4-6x^5y^2$

9. Cebirsel kesirleri, payı ve paydayı çarpanlara ayırarak, ondan sonra payın ve paydanın ortak bölenleriyle kısaltarak sadeleştirebiliriz.

Örneğin,

$$\frac{6x+18}{24} = \frac{6\cdot(x+3)}{6\cdot 4} = \frac{x+3}{4} \quad \text{ve} \quad \frac{x^2-2x}{xy} = \frac{x\cdot(x-2)}{x\cdot y} = \frac{x-2}{y}$$

Verilen kesirleri sadeleştir:

a) $\frac{4x+2}{10}$ **b)** $\frac{9x-6}{12}$ **c)** $\frac{6x+12}{8}$ **ç)** $\frac{24-16y}{20}$
d) $\frac{5a+5b}{5c}$ **e)** $\frac{8x-4y}{16z}$ **f)** $\frac{3x+3}{x^2+x}$ **g)** $\frac{5x}{x^2-5x}$

2.4 Cebirsel Kesirleri Toplama ve Çıkarma

Cebirsel kesirleri toplama ve çıkarma kuralları, sayısal kesirleri toplama ve çıkarma kuralları ile aynıdır.

Durum 1

Kesirlerin paydaları aynıdır:

$$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}$$

Benzer şekilde, $\frac{2x}{7}+\frac{3x}{7}=\frac{5x}{7}$.

Durum 2

Kesirlerin paydaları farklıdır:

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}$$
$$=\frac{11}{12}$$

Kesirleri aynı ortak paydaya (EKOK) getirmemiz gerekiyor. Örnekteki durumda EKOK 12'dir.

Benzer şekilde, $\frac{2x}{3}+\frac{x}{4}=\frac{8x}{12}+\frac{3x}{12}$

$$=\frac{11x}{12}$$

Örnek

Aşağıdaki ifadeleri bir kesir olarak yaz.

a) $\frac{9}{y}-\frac{2}{y}$ b) $\frac{5x}{4}-\frac{2x}{5}$ c) $\frac{2}{3x}+\frac{1}{6x}$ ç) $\frac{3}{x}+\frac{2}{y}$

a) $\frac{9}{y}-\frac{2}{y}=\frac{7}{y}$ Paydalar eşittir.

b) $\frac{5x}{4}-\frac{2x}{5}=\frac{25x}{20}-\frac{8x}{20}$
$=\frac{17x}{20}$ Kesirleri aynı paydaya getirmeliyiz, bu durumda 20'dir.

c) $\frac{2}{3x}+\frac{1}{6x}=\frac{4}{6x}+\frac{1}{6x}$
$=\frac{5}{6x}$ Kesirleri aynı paydaya getirmeliyiz, bu durumda $6x$'tir.

ç) $\frac{3}{x}+\frac{2}{y}=\frac{3y}{xy}+\frac{2x}{xy}$
$=\frac{3y+2x}{xy}$ Kesirleri aynı paydaya getirmeliyiz, bu durumda xy'dur.

Ödevler

1. Aşağıdaki ifadeleri bir kesir olarak yaz.

a) $\frac{x}{3}+\frac{x}{3}$ b) $\frac{2x}{5}+\frac{x}{5}$ c) $\frac{x}{7}+\frac{3x}{7}$ ç) $\frac{x}{5}+\frac{1}{5}$ d) $\frac{2x}{9}+\frac{2x}{9}$

e) $\frac{x}{8}-\frac{y}{8}$ f) $\frac{5x}{7}-\frac{2x}{7}$ g) $\frac{x}{7}-\frac{2}{7}$ ğ) $\frac{5}{x}+\frac{2}{x}$ h) $\frac{7}{y}-\frac{3}{y}$

ı) $\frac{x}{y}+\frac{2}{y}$ i) $\frac{a}{x}-\frac{b}{x}$ j) $\frac{x}{4}+\frac{x}{4}$ k) $\frac{5x}{6}-\frac{x}{6}$ l) $\frac{8}{9xy}-\frac{2}{9xy}$

2. Teodora şöyle yazmış:

$\frac{x}{8}+\frac{2x}{3}=\frac{3x}{11}$

Teodora nerede hata yaptığını açıkla ve doğru çözümü hesapla.

3. Aşağıdaki ifadeleri tek bir kesir olarak yaz.

a) $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}$ b) $\frac{x}{4}+\frac{x}{5}$ c) $\frac{y}{3}-\frac{y}{4}$ ç) $\frac{x}{2}+\frac{x}{8}$ d) $\frac{2x}{5}+\frac{x}{10}$

e) $\frac{5x}{8}-\frac{x}{2}$ f) $\frac{2x}{5}-\frac{x}{4}$ g) $\frac{5y}{7}-\frac{y}{2}$ ğ) $\frac{3x}{8}+\frac{x}{3}$ h) $\frac{2y}{3}+\frac{y}{6}$

4. Diğerlerinden farklı olan ifadeyi belirle.

$\frac{x}{6}+\frac{5x}{12}$ $\frac{5x}{6}-\frac{x}{4}$ $\frac{x}{4}+\frac{x}{3}$ $\frac{x}{6}+\frac{3x}{4}$ $\frac{2x}{3}-\frac{x}{12}$

Ödev **5, 6** ve **7**'deki ifadeleri bir kesir olarak yaz.

5. a) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}$ b) $\frac{x}{3}+\frac{2x}{5}+\frac{x}{4}$ c) $\frac{x}{2}+\frac{x}{10}+\frac{2x}{5}$ ç) $\frac{5x}{6}+\frac{x}{4}-\frac{2x}{3}$

6. a) $\frac{1}{2x}+\frac{3}{x}$ b) $\frac{2}{3y}+\frac{1}{y}$ c) $\frac{3}{4x}+\frac{1}{2x}$ ç) $\frac{3}{xy}+\frac{2}{y}$

7. a) $\frac{x}{4}+\frac{x+1}{2}$ b) $\frac{x+2}{3}+\frac{x+7}{4}$ c) $\frac{x-8}{4}+\frac{x+2}{5}$ ç) $\frac{x-4}{3}-\frac{x-5}{7}$

2.5 Lineer Denklemlerin Çözümü

Denklemlerin nasıl çözüldüğünü hatırlayalım.

Örnek 1

Denklemi çöz: $\frac{x}{2}-4=12$

$\frac{x}{2}-4=12$ İki tarafa 4 ekliyoruz.

$\frac{x}{2}=16$ İki tarafı 2 ile çarpıyoruz.

$x=32$

Örnek 2

Denklemi çöz: $3(2x+5)=2(2x-7)+25$

$3(2x+5)=2(2x-7)+25$ Parantezlerden kurtuluyoruz.

$6x+15=4x-14+25$ Benzer terimleri topluyoruz.

$6x+15=4x+11$ İki taraftan $4x$ çıkarıyoruz.

$2x+15=11$ İki taraftan 15 çıkarıyoruz.

$2x=-4$ İki tarafı 2 ile bölüyoruz.

$x=-2$

$\frac{x+1}{4}=\frac{x+8}{5}$, denklemini çözmemiz için, ilk önce denklemin iki tarafını en küçük ortak katla (EKOK) çarpmamız gerekiyor, 4 ve 5'in EKOK'i 20 olduğuna göre, 20 ile çarpıyoruz

$20\cdot\frac{(x+1)}{4}=20\cdot\frac{(x+8)}{5}$ Kısaltıyoruz 20 : 4 = 5 ve 20 : 5 = 4

$5(x+1)=4(x+8)$ Parantezlerden kurtuluyoruz.

$5x+5=4x+32$ İki taraftan 4x çıkarıyoruz.

$x+5=32$ İki taraftan 5 çıkarıyoruz.

$x=27$

Denklemin iki tarafında birer kesir varsa, o zaman daha hızlı yöntem kullanabiliriz.

$\frac{x+1}{4}=\frac{x+8}{5}$ Çapraz çarpıyoruz.

$5(x+1)=4(x+8)$ Parantezlerden kurtuluyoruz.

$5x+5=4x+32$ İki taraftan 4x çıkarıyoruz.

$x+5=32$ İki taraftan 5 çıkarıyoruz.

$x=27$

Ödevler

1. Denklemleri çöz.

a) $3x+2=23$ **b)** $2x-1=-9$ **c)** $5x-3=27$ **ç)** $4x+7=17$

d) $\frac{x+2}{5}=4$ **e)** $\frac{2x-3}{4}=-2$ **f)** $\frac{x}{3}-2=2$ **g)** $\frac{x}{5}+6=-2$

ğ) $15-2x=9$ **h)** $30-4x=24$ **ı)** $3(2x-7)=-27$ **i)** $2(5-2x)=16$

2. Denklemleri çöz.

a) $2(x+3)+4(2x-1)=22$ **b)** $3(2x-2)+5(x+6)=13$

c) $4(3x+2)-3(2x-1)=35$ **ç)** $5(2x-3)-2(3x+5)=-23$

d) $5x+4=4x+7$ **e)** $7x-2=5x+5$

f) $8x+1=5x-8$ **g)** $2x-5=7-x$

ğ) $3(x+1)=2x-8$ **h)** $2+4(x-3)=2x+7$

ı) $12-2x=20-5x$ **i)** $3(2x+7)+2=4(x-8)$

3. Denklemleri çöz.

a) $\frac{2x-5}{2}=\frac{x+1}{8}$ **b)** $\frac{x-1}{2}=\frac{2x+10}{12}$ **c)** $\frac{4x+7}{3}=\frac{8x+9}{5}$ **ç)** $\frac{2x+2}{6}=\frac{x+5}{5}$

d) $\frac{3x-2}{7}=\frac{x-2}{3}$ **e)** $\frac{4x-3}{9}=\frac{3x-4}{5}$ **f)** $\frac{2x+1}{2}=\frac{5x+7}{4}$ **g)** $\frac{3x-8}{6}=\frac{x-2}{3}$

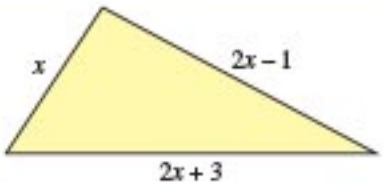
4. Amir bir sayı düşünmüş.

Düşündüğü sayıya 5 eklemiş, ondan sonra 7 ile bölmüş.

Düşündüğü sayıdan 1 çıkarırsa ve ondan sonra 4 ile bölerse aynı sonuç elde ediliyor.

Amir'in düşündüğü sayı kaçtır?

5. Resimde verilen üçgenin çevresi 15 cm'dir.



a) Üçgenin çevresini hesaplamak için x ile denklem yaz.

b) x'in değerini bulmanız için, **a)** şıkındaki denklemi çöz.

6. A ifadesi B ifadesinden 7 için daha küçüktür.

A $25-2x$ B $3(x+4)$

x'in değerini hesapla.

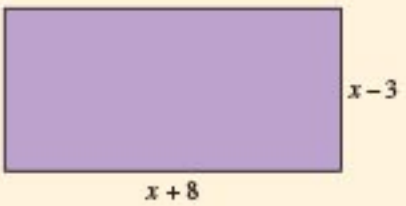
7. Denklemleri çöz.

a) $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=14$ **b)** $\frac{2x}{3}-\frac{x}{5}=21$ **c)** $\frac{6x}{7}-\frac{x}{3}=22$ **ç)** $\frac{2x}{9}-\frac{x}{2}=10$

2.6 Cebirsel İfadeler Oluşturmak

Örnek 1

Dikdörtgenin alanını hesaplayacak ifade yaz.



alan = taban · karşılıklı yükseklik

$= (x+8)(x-3)$

$= x^2-3x+8x-24$

$= x^2+5x-24$

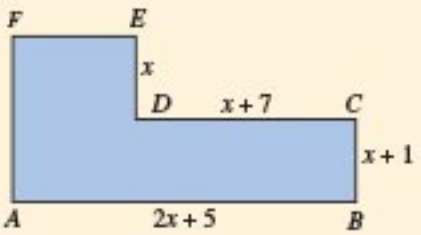
Örnek 2

Resimde verilen verilere göre, şunları hesaplayacağınız ifadeleri yaz:

a) $\overline{EF}$ kenarın uzunluğu

b) $\overline{AF}$ kenarın uzunluğu

c) $ABCDEF$ 2 boyutlu şeklin çevresi



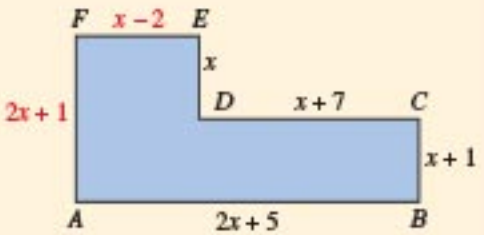
a) $\overline{EF}=\overline{AB}-\overline{DC}=(2x+5)-(x+7)$

$=2x+5-x-7$

$=x-2$

b) $\overline{AF}=\overline{BC}+\overline{DE}=x+1+x$

$=2x+1$



c) çevre $=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{FA}$

$=(2x+5)+(x+1)+(x+7)+x+(x-2)+(2x+1)$

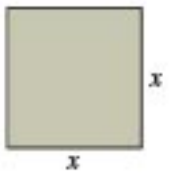
$=8x+12$

Ödevler

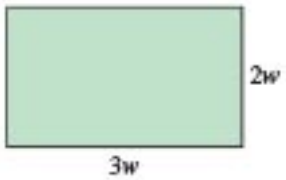
1. Şekillerdeki verilere göre, her 2 boyutlu şeklin çevreleri için cebirsel ifade yaz.

Elde ettiğin ifadeleri sadeleştir.

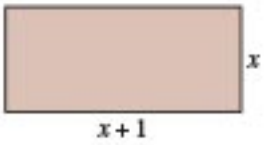
a)



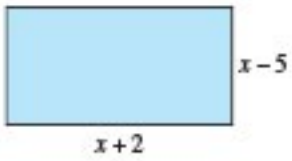
b)



c)



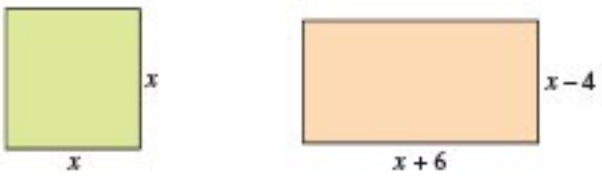
ç)



2. Alıştırma 1'deki her 2 boyutlu şeklin alanı için ifade yazınız.

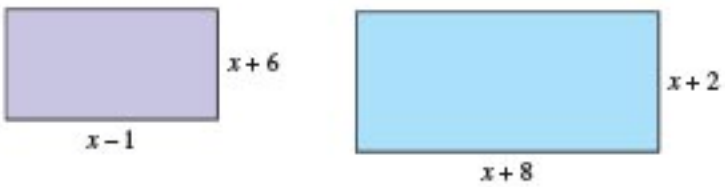
Elde ettiğin ifadeleri sadeleştir.

3.



Kare ve dikdörtgenin eşit alanları vardır. x'in değerini hesapla.

4.



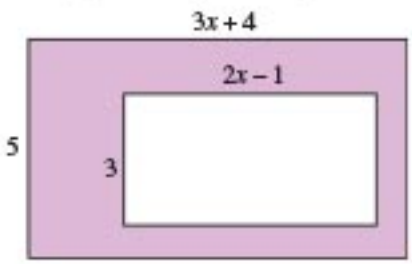
İki dikdörtgenin toplam alanını hesaplayacak ifade yaz.

Elde ettiğin ifadeyi sadeleştir.

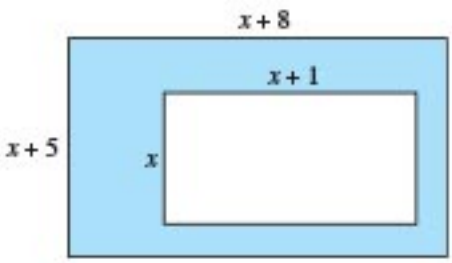
5. Verilen 2 boyutlu şekillerin boyalı (taranmış) kısımlarının alanını hesaplamak için ifade yaz.

Elde ettiğin ifadeyi sadeleştir.

a)



b)



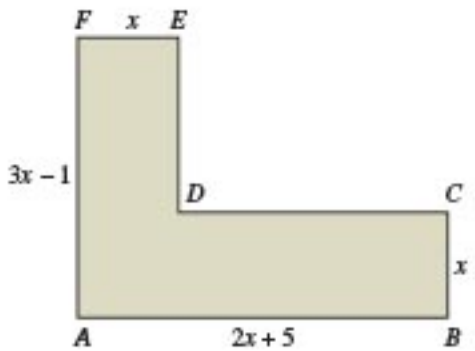
6. Resimdeki verilere göre, şunların hesaplanması için ifadeler yaz:

a) $\overline{DC}$'nin uzunluğu

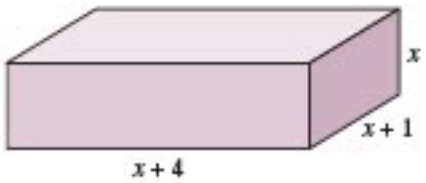
b) $\overline{DE}$'nin uzunluğu

c) $ABCDEF$'nin çevresi

ç) $ABCDEF$ 2 boyutlu şeklin alanı



7.



Resimdeki verilere göre, verilen dikdörtgenler prizmasının alanını hesaplamak için ifade yaz. Elde ettğiniz ifadeyi sadeleştir.

8. **a)** Elena x km 20 km/h orta hızla bisiklet sürüyor.

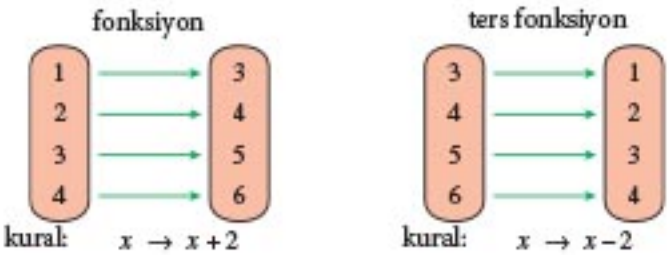
Elena'nın tüm yolu aynı hızla geçmesi için gereken zamana ait, x e göre, ifade yaz.

b) Elena devamda $2x$ km daha 30km/h orta hızla sürüyormuş.

Yolculuğun iki bölümünün tamamını bitirmek için Elena'ya saatle ifade edilmiş gereken toplam zaman için, x e göre, ifade yaz ve bu zamanın $\frac{7x}{60}$ 'a kadar sadeleştirileceğini göster.

2.7 Ters Fonksiyon

Diyagramlarda „2 ekliyoruz" fonksiyonu ve onun **ters fonksiyonu** „2 çıkarıyoruz" gösterilmiştir.



Ters fonksiyon, asıl fonksiyondaki işlemlerin ters işlemlerini uygulayan fonskiyondur.

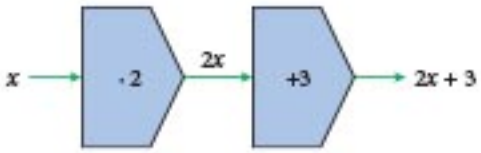
Benzer olarak, $x \to 3x$ fonksiyonun ters fonksiyonu $x \to \frac{x}{3}$ fonksiyonudur.

Bunu, şu şekilde yazabiliriz:

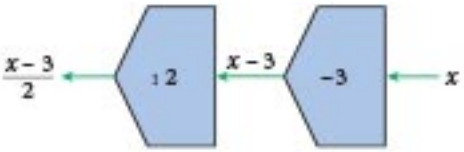
$y = 3x$ fonksiyonun ters fonksiyonu $y = \frac{x}{3}$ fonksiyonudur.

Ters fonksiyonel makine yardımıyla her bir fonksiyonun ters fonksiyonunu bulabiliriz.

$x \to 2x + 3$ fonksiyonu için fonksiyonel makine şudur:

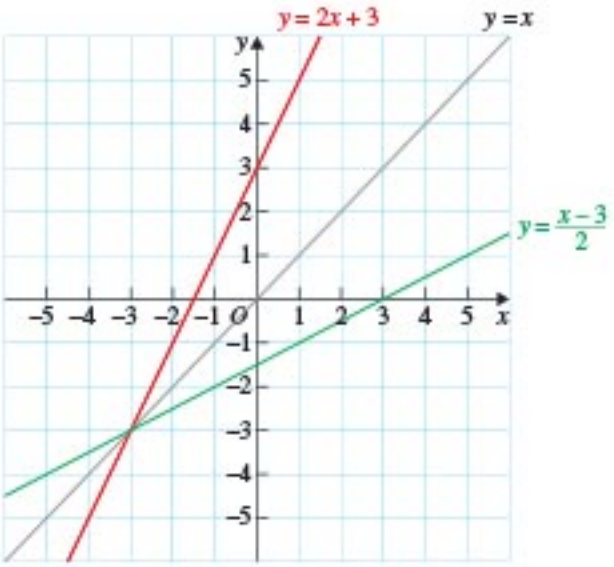


Ters fonksiyonel makine şudur:



Buna göre, $x \to 2x + 3$ fonksiyonun ters fonksiyonu $x \to \frac{x-3}{2}$ fonksiyonudur.

$y = 2x + 3$ fonksiyonunun ve ona ters olan $y = \frac{x-3}{2}$ fonksiyonunun grafiklerini aynı koordinat sisteminde çizersek özel bağlantı göreceğiz.

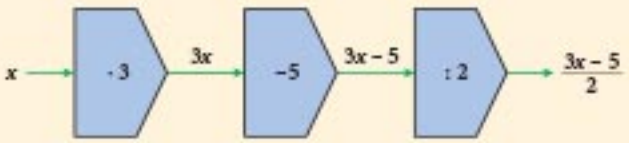


Bir fonksiyonun ve onun ters fonksiyonun grafikleri $y = x$ doğrusuna göre birbirine simetrik doğrulardır.

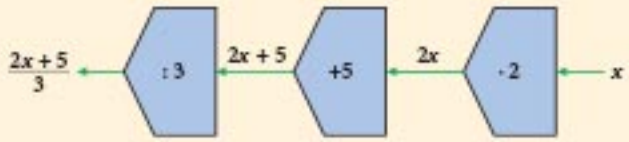
Örnek 1

$x \to \frac{3x-5}{2}$ fonksiyonun ters fonksiyonunu belirle.

Fonksiyonun fonksiyonel makinesi şudur:



Ters fonksiyonel makine şudur:



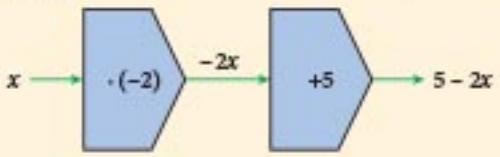
Buna göre ters fonksiyon $x \to \frac{2x+5}{3}$ fonksiyonudur.

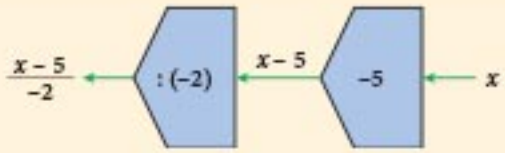
Örnek 2

$x \to 5 - 2x$ fonksiyonun ters fonksiyonunu belirle.

İlk önce fonksiyonu şu şekilde yazıyoruz: $x \to -2x + 5$

Fonksiyonun kuralı „ -2 ile çarpıyoruz“ ve ardından „5 ekliyoruz“.





Buna göre, ters fonksiyon $x \to \frac{x-5}{-2}$ fonksiyonudur, bunu $x \to \frac{5-x}{2}$ fonskiyonuna kadar sadeleştirebiliriz.

Ödevler

1. Her fonksiyonun ters fonksiyonunu yaz.

a) $x \to 2x$ **b)** $x \to x+3$ **c)** $x \to x-6$ **ç)** $x \to \frac{x}{5}$

2. Fonksiyonel makine yardımıyla aşağıdaki fonksiyonların ters fonksiyonlarını bul.

a) $x \to 3x+1$ **b)** $x \to 5x-3$ **c)** $x \to 4x+3$ **ç)** $x \to 7x-1$

d) $x \to 2(x+3)$ **e)** $x \to 4(x-7)$ **f)** $x \to \frac{x+2}{4}$ **g)** $x \to \frac{x-8}{3}$

ğ) $x \to \frac{x}{4}-2$ **h)** $x \to \frac{x}{6}+5$ **ı)** $x \to \frac{3x+1}{2}$ **i)** $x \to \frac{2x-3}{5}$

j) $x \to 5(2x-1)$ **k)** $x \to \frac{2x}{3}+1$ **l)** $x \to \frac{4x+7}{2}$ **m)** $x \to \frac{3x-4}{7}$

3. Aşağıdaki fonksiyonlarını ters fonskiyonlarını belirle.

a) $x \to 7-x$ **b)** $x \to 8-2x$ **c)** $x \to 15-3x$ **ç)** $x \to \frac{3-2x}{4}$

4. Marko'ya $x \to 2x-5$ fonksiyonun ters fonkisyonu bulma ödevi verilmiştir.

Marko şunları yazmış:

Şu adımları takip edersem, ters fonksiyonu bulacağım:

Adım 1 Fonksiyonu şu şekilde yaz: $y = 2x - 5$

Adım 2 x ve y'nun yerlerini değiştir $x = 2y - 5$

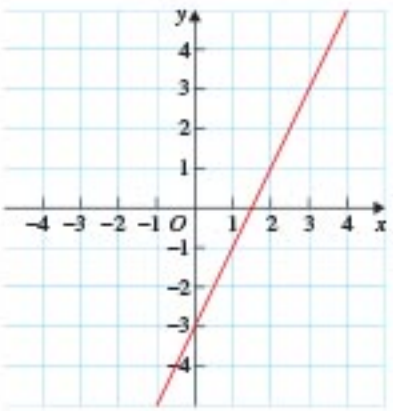
Adım 3 y'nu ifade et: $y = \frac{x+5}{2}$

Adım 4 Ters fonksiyonu yaz. $x \to \frac{x+5}{2}$

Bu yöntemi aşağıda verilen fonksiyonların ters fonksiyonlarını bulmanız için uygula:

a) $x \to 2x-9$ **b)** $x \to 4x+2$ **c)** $x \to \frac{2x-1}{4}$ **ç)** $x \to \frac{3-2x}{5}$

5. Aşağıdaki grafiği çiz ve verilen fonksiyonun ters fonksiyonunun grafiğini çizerek tamamla.



2.8 Dizide Sıradaki Terimi Belirleme Kuralı

Dizi, belli bir kuralla bağlı olan sayılar ya da şekiller listesidir.

8, 2, −4, −10, ... lineer (doğrusal) dizidir.

Bu diziyi **lineer dizi** (veya **aritmetik dizi**) olarak adlandırıyoruz, çünkü herhangi iki yan yana terimin arasındaki fark aynıdır.



Dizide sıradaki terimi belirleme kuralı „−6“ ya da „6 çıkarıyoruz“‘dur.

3, 6, 11, 18, 27, ... dizisi **lineer olmayan dizi** olarak adlandırılır, çünkü herhangi iki yan yana terimin arasındaki fark aynı değildir.



Yan yana (komşu) terimlerin arasındaki farklar yeni sayı dizisi oluşturuyor.

Dizide sıradaki terimlerini bulmamız için farklar dizisini kullanabiliriz.



Örnek 1

15, 18, 21, 24, …

Şunları yaz: **a)** Sıradaki terimi belirleme kuralı **b)** Dizinin sıradaki iki terimi

a)



Dizinin kuralı „3 ekliyoruz“‘dur.

b)



Dizinin sıradaki iki terimi 27 ve 30'dur.

Örnek 2

12, 17, 25, 36, 50, …

Dizinin sıradaki iki terimi yaz.

İlk önce farklardan oluşan sayısal düzeni inceleyelim, ondan sonra sıradaki terimeri yazmamız için düzeni kullanalım.



Dizinin sıradaki iki terimi 67 ve 87'dir.

Ödevler

1. Dizilerin her biri için şunları yaz: **I** dizide sıradaki terimi belirleme kuralı
II sıradaki üç terimi

a) 3, 5, 7, 9, ... **b)** 7, 11, 15, 19, ... **c)** 1, 6, 11, 16, ...

ç) 7; 8,5; 10; 11,5; ... **d)** 16, 13, 10, 7, ... **e)** 5, −4, −13, −22, ...

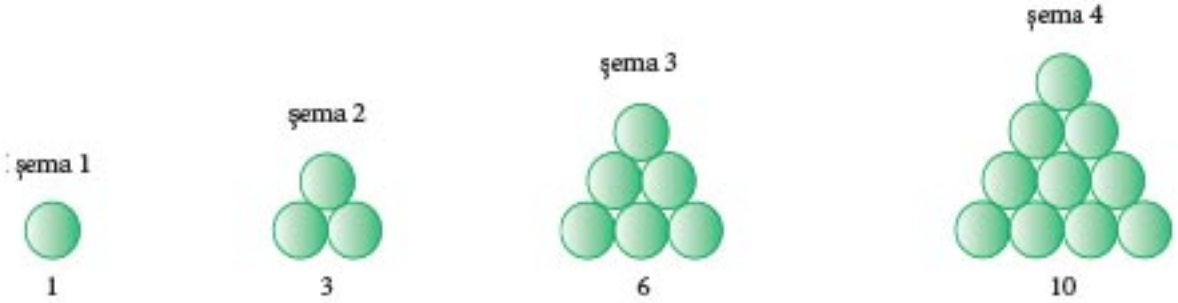
f) 1, 3, 9, 27, ... **g)** 1, 10, 100, 1000, ... **ğ)** 32, 16, 8, 4, ...

2. Dizilerden her birinde yan yana terimlerin arasındaki farkı gözetleyerek sıradaki üç terimi yaz.

a) 1, 2, 4, 7, 11, ... **b)** 5, 6, 9, 14, 21, ... **c)** 2, 5, 11, 20, 32, ...

ç) 4, 9, 19, 34, 54, ... **d)** 20, 19, 17, 14, 10, ... **e)** −4, −2, 2, 8, 16, ...

3. Aşağıdaki çizimler ilk dört üçgensel sayının nasıl oluştuğunu gösteriyor.



a) Sıradaki üç üçgensel sayıyı yaz.

b) Aşağıdaki tabloyu çiz ve boş yerleri doldur.

Şema	1	2	3	4	5	6	7
Dairelerin sayısı	$1=\frac{1\cdot 2}{2}$	$3=\frac{2\cdot 3}{2}$	$6=\frac{3\cdot 4}{2}$	$10=\frac{4\cdot 5}{2}$			

c) n -inci üçgensel sayıyı bulma formülünü yazman için **b)** şıkkındaki tablodan düzenleri kullan.

ç) Yüzüncü üçgensel sayıyı yazman için **c)** şıkkının çözümünü kullan.

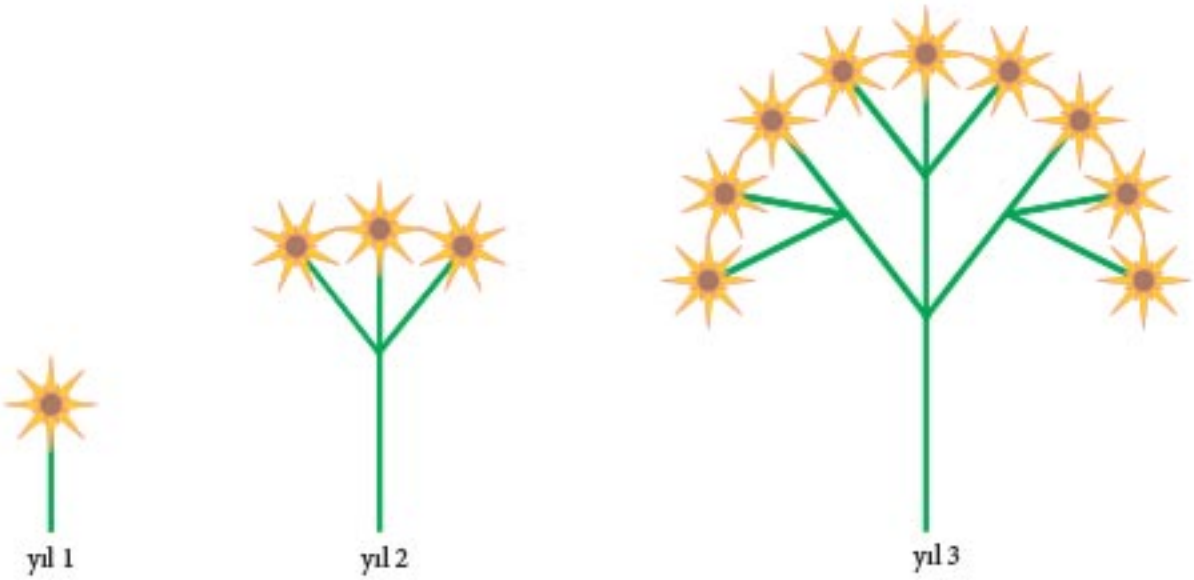
4. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... dizisi Fibonacci dizisi olarak adlandırılır.

Fibonacci dizisinde ilk iki terim hariç, her terimi dizinin önceki iki terimin toplamıdır.

Aşağıdaki dizilerde Fibonacci dizisinin kuralıyla sıradaki üç terimi yaz:

a) 5, 7, 12, 19, 31, ... **b)** 2, 2, 4, 6, 10, 16, ... **c)** 3, −4, −1, −5, −6, ...

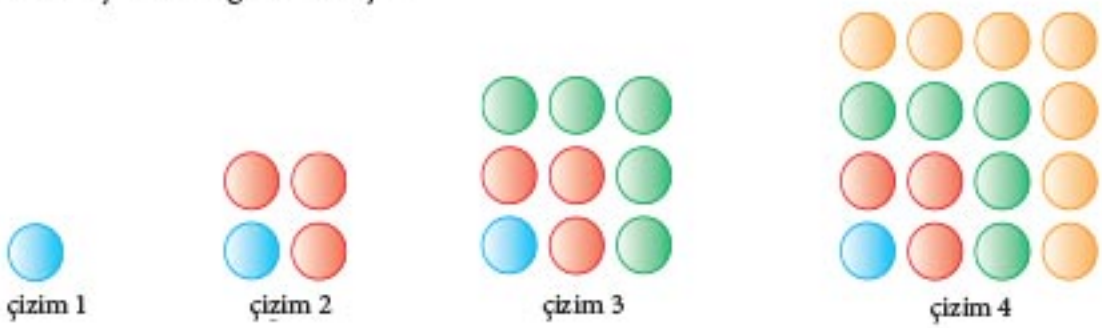
5. Verilen çizimde bir bitkinin üç yıl zarfında büyümesi gösterilmiştir.
Her yıl çiçek üç sapla ve üç daha yeni çiçekle değiştiriliyor.



Tabloyu çiz ve boşlukları doldur.

Yıl	1	2	3	4	5
Çiçekler sayısı	1	3	9		
Saplar sayısı	1	4			

6. Çizimde sayısal dizi gösterilmiştir:



Çizimlerde dizinin nasıl oluştuğunu görebiliriz:

çizim 1: $1 = 1 = 1^2$

çizim 2: $1 + 3 = 4 = 2^2$

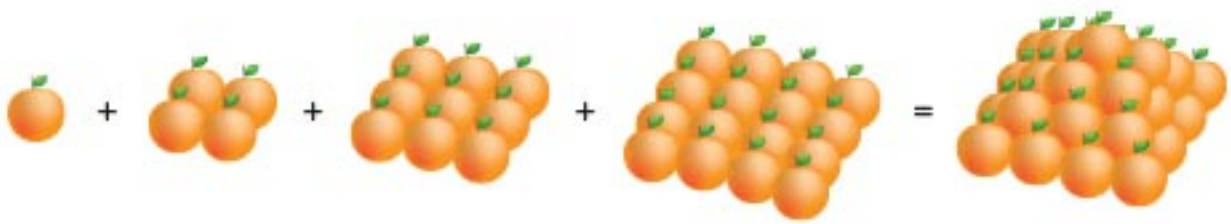
çizim 3: $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

çizim 4: $1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$

a) Bu sayısal dizinin sıradaki iki sırayı yaz.

b) İlk 20 tek sayının toplamını belirlemek için sayısal düzenleri kullan.

7. Çizimde portakal piramidin nasıl oluştuğu gösterilmiştir.



Bu piramidin dört seviyesi vardır. Piramitte portakalların sayısı = 1 + 4 + 9 + 16 = 30'dur.

a) Üç seviyeli piramitte kaç portakal vardır?

b) Beş seviyeli piramitte kaç portakal vardır?

c) Altı seviyeli piramitte kaç portakal vardır?

8. 83, 39, 42, 23, ... dizisi verilmiştir.

Dizide sıradaki terimi bulma kuralı „son sayının rakamlarını çarp ve ardından 15 ekle"dir.

a) Dizinin ilk 10 terimini yaz.

b) Dizinin ellinci terimi nedir?

9. Şu sayısal dizi verilmiştir:

sıra 1: $1^3 = 1 = 1 = \left(\frac{1 \cdot 2}{2}\right)^2$

sıra 2: $1^3 + 2^3 = 1 + 8 = 9 = \left(\frac{2 \cdot 3}{2}\right)^2$

sıra 3: $1^3 + 2^3 + 3^3 = 1 + 8 + 27 = 36 = \left(\frac{3 \cdot 4}{2}\right)^2$

sıra 4: $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 1 + 8 + 27 + 64 = 100 = \left(\frac{4 \cdot 5}{2}\right)^2$

a) Bu sayısal dizinin sıradaki iki sırayı yaz.

b) İlk n küp sayının toplamını belirleyen formülü yaz.

10. Marko, Fibonacci dizisini inceliyormuş: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

Marko aynı zamanda yan yana olan terimlerin bölümünü de inceliyormuş.

Bulduğu her bölümü $1 : n$ şeklinde yazıyormuş.

Birinci sayının ve ikinci sayının bölümü eşittir 1 : 1

İkinci sayının ve üçüncü sayının bölümü eşittir 1 : 2

Üçüncü sayının ve dördüncü sayının bölümü eşittir 2 : 3 = 1 : 1,5

Dördüncü sayının ve beşinci sayının bölümü eşittir 3 : 5 = 1 : 1,666...

a) Sıradaki altı bölümü belirle ve o sayıların ne tanımladığını açıkla.

b) İnternette „altın oran" adıyla da bilinen bu „altın bölümü" hakkında fazla bilgi arayın.

11.



çizim 1



çizim 2



çizim 3



çizim 4

Yukarıdaki çizimlerde Koch kar tanesinin çizilmesinde ilk dört adım gösterilmiştir.

Koch kar tanesi fraktal düzendir.

a) İnterneti kullanarak Serpinski üçgeni hakkında bilgi edin.

Serpinski üçgeninin ilk dört çizimini çiz.

b) İnternet yardımıyla diğer fraktal düzenleri incele.

2.9 Dizide *n*-inci Terimi Belirleme Kuralı

Bir dizide sayıları bulmamız için, **dizide *n*-inci terimi belirleme kuralını** da uygulayabiliriz.

Eğer dizinin kuralı şu ise: terim = 3 · terimin sıra numarası, ve 5 ekliyoruz, o zaman ilk dört terim şöyle olacak:

terim 1 $= 3 \cdot 1 + 5 = 3 + 5 = 8$

terim 2 $= 3 \cdot 2 + 5 = 6 + 5 = 11$

terim 3 $= 3 \cdot 3 + 5 = 9 + 5 = 14$

terim 4 $= 3 \cdot 4 + 5 = 12 + 5 = 17$

Bu kuralı şu formülle de yazabiliriz: n-inci terim $= 3n + 5$.

Örnek 1

Dizide n-inci terimi bulma kuralı: n-inci terim $= 7n - 2$.

a) Dizinin ilk dört terimini yaz.

b) Dizide kaçıncı terimin değeri 327'dir?

a) terim 1 $= 7 \cdot 1 - 2 = 7 - 2 = 5$

terim 2 $= 7 \cdot 2 - 2 = 14 - 2 = 12$

terim 3 $= 7 \cdot 3 - 2 = 21 - 2 = 19$

terim 4 $= 7 \cdot 4 - 2 = 28 - 2 = 26$

İlk dört terim şunlardır: 5, 12, 19, 26

b) $7n - 2 = 327$ denklemini çözeceğiz

$7n = 329$ İki tarafa 2 ekliyoruz.

$n = 47$ İki tarafı 7 ile bölüyoruz.

47'nci terimin değeri 327'dir.

Örnek 2

Dizide n-inci terimi bulma kuralı: n-inci terim $= 2n^2 + 5$.

Dizinin ilk dört terimini yaz.

terim $1 = 2 \cdot 1^2 + 5 = 2 \cdot 1 + 5 = 7$

terim $2 = 2 \cdot 2^2 + 5 = 2 \cdot 4 + 5 = 13$

terim $3 = 2 \cdot 3^2 + 5 = 2 \cdot 9 + 5 = 23$

terim $4 = 2 \cdot 4^2 + 5 = 2 \cdot 16 + 5 = 37$

Dizinin ilk dört terimi şunlardır: 7, 13, 23 ve 37.

Ödevler

1. n-inci terimi aşağıda verilmiş lineer dizilerin ilk dört terimini yaz:

a) $n + 2$ **b)** $3n - 1$ **c)** $5n + 3$ **ç)** $2n + 5$

d) $4n - 3$ **e)** $40 - n$ **f)** $80 - 5n$ **g)** $5 - 3n$

ğ) $0{,}5n + 3$ **h)** $12 - 0{,}5n$ **ı)** $\frac{2n-7}{2}$ **i)** $\frac{6-5n}{4}$

2. n-ci terimi verilmiş lineer olmayan dizinin ilk beş terimini yazınız:

a) n^2 **b)** $n^2 + 2$ **c)** $n^2 - 1$ **ç)** $3n^2$

d) $n(n + 1)$ **e)** $n^2 - 3n$ **f)** n^3 **g)** $n^3 + 1$

ğ) $2n^3$ **h)** $n(n+ 1)(n + 2)$ **ı)** $\frac{n}{n+1}$ **i)** $\frac{n+5}{2n}$

3. n-inci terimi = $6n + 3$ olan dizi verilmiştir.
Dizide kaçıncı terimin değeri 405'tir?

4. n-inci terimi = $2n - 7$ olan dizi verilmiştir.
Dizide kaçıncı terimin değeri 301'dir?

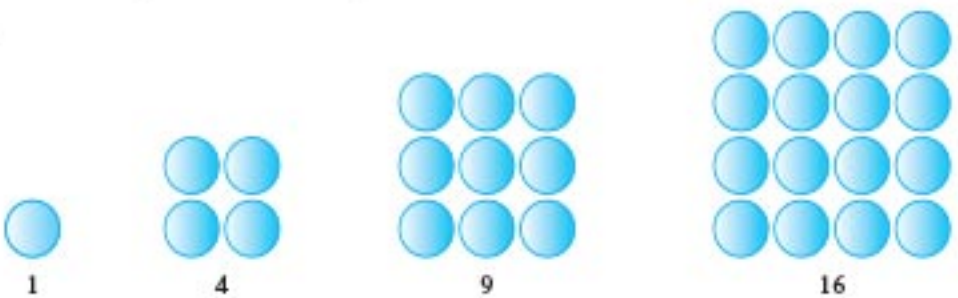
5. n-inci terimi = $10 - 4n$ olan dizi verilmiştir.
Dizide kaçıncı terimin değeri -258'dir?

6. n-inci terimi = $\frac{5n+3}{2}$ olan dizi verilmiştir.
Dizide kaçıncı terimin değeri 374'tür?

7. n-inci terimi = $n^2 + 4$ olan dizi verilmiştir.
Dizide kaçıncı terimin değeri 488'dir?

8. n-inci terimi = $2^n - 1$ olan dizi verilmiştir.
Dizide kaçıncı terimin değeri 511'dir?

9.



Modellenen sayı örüntüsünde tam kareler dizisinin ilk dört terimi gösterilmiştir.

Tam kareler dizisinde n-inci terimin bulma kuralı şudur:
n-inci terim = n^2.

Verilen her dizi tam kareler dizileri ile bağıntılıdır.

Bağlantıyı bul ve ondan sonra dizide n-inci terimi hesaplama kuralını yaz.

Birinci örneğin çözümü verilmiştir.

a) 4, 7, 12, 19, …

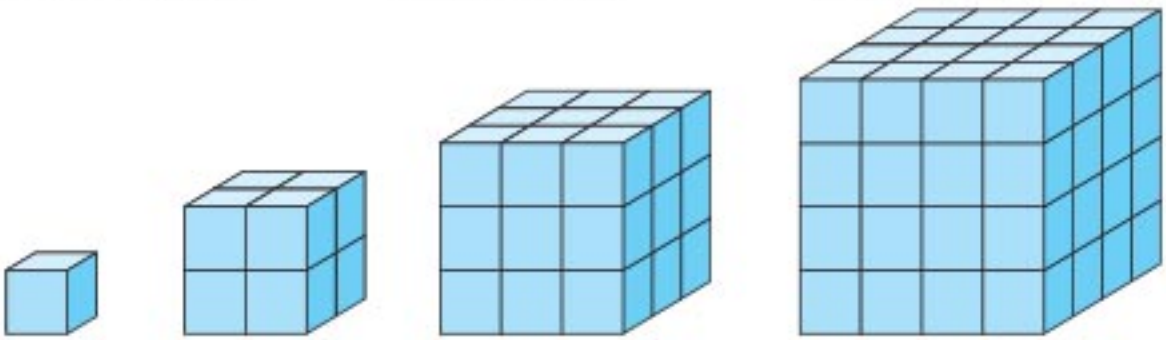
tam kareler:	1	4	9	16	
	↓	↓	↓	↓	kural „3 ekliyoruz“
dizi:	4	7	12	19	

Buna göre, kural şöyledir: n-inci terim $= n^2 + 3$.

b) 2, 5, 10, 17, … **c)** 0, 3, 8, 15, … **ç)** 7, 10, 15, 22, …

d) 3, 6, 11, 18, … **e)** 2, 8, 18, 32, … **f)** 1, 7, 17, 31, …

10.



Modellenen sayı örüntüsünde tam kareler dizisinin ilk dört terimi gösterilmiştir.

Tam küpler dizisinde n-inci terimi bulma kuralı şudur: n-inci terim = n^3.

Verilen her model tam küpler dizileri ile bağıntılıdır.

Bağlantıyı bul ve ondan sonra dizide n-inci terimi hesaplama kuralını yaz.

a) 2, 9, 28, 65, … **b)** 0, 7, 26, 63, … **c)** 6, 13, 32, 69, …

ç) 4, 11, 30, 67, … **d)** 2, 16, 54, 128, … **e)** 3, 17, 55, 129, …

11. 2, 4, 8, 16,... dizisi şu şekilde oluşmuştur.

$2^1 = 2$ $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$ $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

Buna göre dizide n-inci terim kuralı şöyledir: n-inci terim $= 2^n$.

Verilen dizilerden her biri 2, 4, 8, 16, ...dizisiyle bağlıdır.

Bağlantıyı bul ve ondan sonra dizide n-inci terimi hesaplama kuralını yaz.

a) 3, 5, 9, 17, … **b)** 0, 2, 6, 14, … **c)** 4, 6, 10, 18, …

ç) 1, 3, 7, 15, … **d)** 6, 12, 24, 48, … **e)** 7, 13, 25, 49, …

2.10 Aritmetik Dizinin *n*-inci Terimi

Sayısal dizilerle çalıştığımız zaman, sıkça dizinin belirli terim değerinin bulunması aranıyor.

Örneğin, 3, 10, 17, 24, 31, ...dizisinin 40'ıncı terimini bulalım.

Aranan terime gelene kadar dizinin tüm terimlerini yazmak, en iyi çözme yöntemi değildir.

En iyi yöntem dizide *n*-inci terim kuralını kullanmaktır.

Dizide *n*-inci terim kuralını, sıkça cebirsel şekilde, ***n*-inci terimi** hesaplama formülüyle yazıyoruz.

Bu kuralı bulmamız için, ilk önce dizide yan yana olan terimlerin arasındaki farkı gözetliyoruz.

Sıra numarası, *n*	1	2	3	4	5
Terim	3	10	17	24	31

+7 +7 +7 +7

Bu durumda, terimler 7 için artıyor.

Kuralın kalan kısmını belirtmek için, terimleri 7 ile çarpım tablosunda kıyaslamalıyız.

Sıra numarası, *n*	1	2	3	4	5
7 ile çarpma tablosu	7	14	21	28	35
Terim	3	10	17	24	31

·7 ve −4

n-inci terim kuralı şudur:

terim = 7 · terimin sıra numarası, ardından 4 çıkarıyoruz.

Cebirsel olarak, bu kural şu şekilde yazılabilir:

n-inci terim = $7n - 4$.

Buna göre, bu dizinin 40'ıncı terimi, formülde $n = 40$ değiştirerek bulunuyor.

$$\begin{aligned} 40\text{-ıncı terim} &= 7 \cdot 40 - 4 \\ &= 280 - 4 \\ &= 276 \end{aligned}$$

Örnek

37, 33, 29, 25, 21, ...lineer dizinin *n*-inci terimini ve 50'nci terimini belirle.

37 33 29 25 21

−4 −4 −4 −4

Terimer 4 kat azalıyor. Bu yüzden terimleri -4 ile çarpma tablosuyla karşılaştır.

Sıra numarası, *n*	1	2	3	4	5
−4 ile çarpma tablosu	−4	−8	−12	−16	−20
Terim	37	33	29	25	21

·(−4) ve +41

Kural şudur:

Terim = – 4 · terimin sıra numarası ve ardından 41 ekliyoruz.

Buna göre, genel terim şöyledir n-inci terim = $-4n + 41 = 41 - 4n$.

50-nci terim $= 41 - 4 \cdot 50$

$= 41 - 200$

$= -159$

Ödevler

1. Şunları belirle: Aşağıdaki artan aritmetik dizilerin **I** n-inci terimi **II** 50-nci terimi.
Çalışmanı tablo ile göster. (**a**) şıkkındaki ödev, örnek olarak çözülmüştür.)

a) 3, 7, 11, 15, …

Sıra numarası, n	1	2	3	4	50	n
Terim	3	7	11	15	199	$4n-1$

· 4 ve 1 çıkar

+4 +4 +4

b) 2, 5, 8, 11, …
c) 2, 9, 16, 23, …
ç) 9, 14, 19, 24, …
d) 1, 3, 5, 7, …
e) 5, 16, 27, 38, …
f) 10, 18, 26, 34, …
g) –2, 4, 10, 16, …
ğ) 3, 7, 11, 15, …
h) –12, –5, 2, 9, …

2. Şunları belirle: Aşağıdaki azalan aritmetik dizilerin **I** n-inci terimi **II** 30'uncu terimi.
Çalışmanı tablo ile göster. (**a**) şıkkı ödevi örnek olarak çözülmüştür.)

a) 5, 2, –1, –4, …

Sıra numarası, n	1	2	3	4	30	n
Terim	5	2	–1	–4	–82	$8-3n$

· (–3) ve 8 ekle

–3 –3 –3

b) 30, 27, 24, 21, …
c) 56, 51, 46, 41, …
ç) 88, 77, 66, 55, …
d) 40, 34, 28, 22, …
e) 13, 9, 5, 1, …
f) 15, 7, –1, –9, …
g) 7, 5, 3, 1, …
ğ) –2, –7, –12, –17, …
h) 3, –7, –17, –27, …

3. Fatime'ye ödev olarak –11, –4, 3, 10, …dizisinde n-inci terimi bulma ödevi verilmiş.
Fatime şunları yazmış:

-11 -4 3 10

+7 +7 +7

Eğer diziyi geriye doğru devam edersem, o zaman birinci terimden önce –18 olacak.

-18 -11 -4 3 10

+7 +7 +7 +7

Buna göre, n–inci terim = 7n – 18'dir.

a) $-11, -4, 3, 10, \ldots$ dizisinde n-inci terimin $7n - 18$ olduğunu göstermek için aşağıdaki kontrolleri tekrar yaz ve tamamla.

birinci terim $= 7 \cdot 1 - 18 = -11$ ikinci terim $= 7 \cdot 2 - 18 = \ldots$

üçüncü terim $= 7 \cdot 3 - 18 = \ldots$ dördüncü terim $= 7 \cdot 4 - 18 = \ldots$

b) Aşağıdaki lineer dizilerin n-inci terimini bulman için, Fatime'nin ödevi çözdüğü yöntemi kullan.

i 6, 13, 20, 27, … **ii** 9, 20, 31, 42, … **iii** 40, 42, 44, 46, …

iv 33, 37, 41, 45, … **v** 8, 3, −2, −7, … **vi** 83, 76, 69, 62, …

4. Aşağıda modellenen sayı örüntüsü verilmiştir..



1. Adım 2. Adım 3. Adım

a) **i** 4. Adım **ii** 5. Adım **iii** 6. Adım

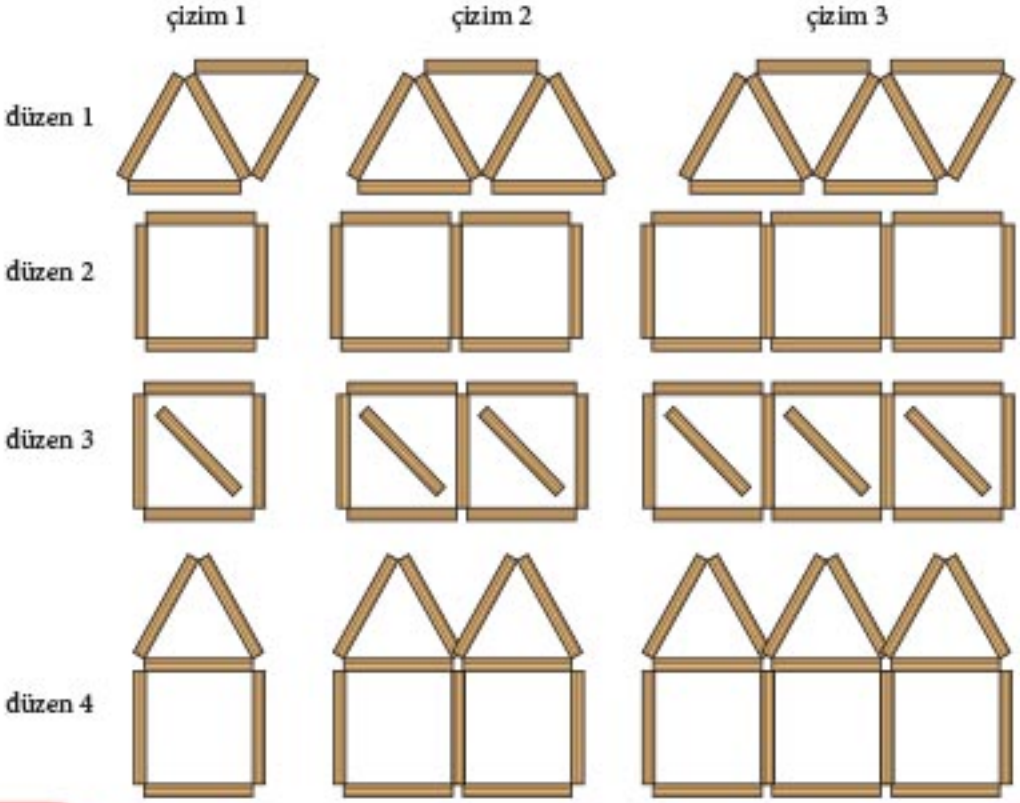
yapılması için gereken modellerin sayısını belirt.

b) Düzen'in tablosunu yeniden yaz ve doldur.

Çizim	1	2	3	4	5	6
Modellerin sayısı	4	7				

c) Çizim n-de, modeller sayısını bulma kuralını yaz.

5. Modellenen sayı örüntüsü, kibritlerden oluşan dört farklı düzen gösteriyor.



a) Her bir düzen için sıradaki dördüncü modeli çiziniz.

b) Her bir düzen için tabloyu yeniden yaz ve doldur.

Çizim	1	2	3	4
Kibritlerin sayısı				

c) Her bir düzen için *n.ci* modeldeki, kibritlerin sayısını bulma kuralını yaz.

Tekrarlama ödevleri

1. Sadeleştir:

a) $7x \cdot x$ **b)** $5a \cdot 2b \cdot 3a$ **c)** $2xy \cdot 3x \cdot 5xy \cdot x$

2. Sadeleştir:

a) $\frac{9x}{12}$ **b)** $\frac{3xy}{x^2}$ **c)** $\frac{6x}{10y}$ **ç)** $\frac{4a^2b}{6ab^2}$

3. $2^x = 32$ denklemini çöz.

4. Sadeleştir:

a) $x^4 \cdot x^5$ **b)** $2y^3 \cdot 5y$ **c)** $8a^4 \cdot 3a^7$ **ç)** $y^4 \cdot y \cdot y^8$

d) $x^9 : x^3$ **e)** $\frac{35x^8}{40x^2}$ **f)** $\frac{x^{15}}{x^4 \cdot x^2}$ **g)** $(x^5)^4$

5. Aşağıdaki ifadeleri çarpanlara ayır:

a) $20x + 16$ **b)** $y^2 - 4y$ **c)** $3x^2 - 6x$ **ç)** $6x + 4y + 8z$

6. Hesapla ve sadeleştir:

a) $\frac{x}{5} + \frac{x}{5}$ **b)** $\frac{x}{6} + \frac{x}{3}$ **c)** $\frac{7x}{10} - \frac{x}{4}$ **ç)** $\frac{5}{3x} + \frac{1}{3x}$

7. Aşağıdaki denklemleri çöz.

a) $3x = 12$ **b)** $x + 5 = 16$ **c)** $3x - 4 = 11$

ç) $5x + 4 = 6 + 3x$ **d)** $\frac{x+1}{4} = 5$ **e)** $\frac{7-2x}{2} = 5$

f) $\frac{x}{4} + 8 = 2$ **g)** $3(2x - 7) = 4x + 3$ **ğ)** $\frac{15+x}{2} = 7 - x$

h) $\frac{x+5}{2} = \frac{x-4}{3}$ **ı)** $5(3x - 2) - 2(3x - 4) = 13$

8. Aşağıdaki fonksiyonların tersini belirt.

a) $x \to 5x$ **b)** $x \to x - 8$ **c)** $x \to 6x - 4$ **ç)** $x \to \frac{3x-5}{2}$

9. Aşağıdaki dizilerden her biri için sıradaki üç terimi yaz:

a) 13, 19, 25, 31, … **b)** −14, −11, −8, −5, … **c)** 7, 14, 28, 56, …

ç) 7, 5, 3, 1, … **d)** 400, 200, 100, 50, … **e)** 3, 6, 11, 18, 27, …

f) −7, −5, −1, 5, 13, … **g)** 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, … **ğ)** 16, 8, 4, 2, 1, …

h) $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \ldots$ **ı)** $\frac{3}{4}, \frac{4}{9}, \frac{5}{16}, \frac{6}{25}, \ldots$ **i)** $5a^5, 8a^7, 11a^9, 14a^{11}, \ldots$

10. n-inci terimin aşağıda verilmiş diziler için ilk dört terimi yaz.

a) $n+3$ **b)** $2n-1$ **c)** $4n+3$ **ç)** $4n-5$

d) $23-2n$ **e)** $15-4n$ **f)** n^2+1 **g)** n^2-2

ğ) $2n^2$ **h)** $n(n+1)$ **ı)** n^2+5n **i)** n^3+2

11. Aşağıda bir sayı örüntüsü verilmiştir.

satır 1: $2 = 2 = 1^2+1$

satır 2: $2+4 = 6 = 2^2+2$

satır 3: $2+4+6 = 12 = 3^2+3$

satır 4: $2+4+6+8 = 20 = 4^2+4$

a) Dizinin sıradaki iki satırını yaz.

b) n satırında sayıların toplamı için hesaplama formülünü yaz.

12. 3, 9, 27, 81, ... şu şekilde oluşmuştur.

$3^1 = 3 \quad 3^2 = 3 \cdot 3 = 9 \quad 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \quad 3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

Buna göre, dizinin genel terimi şudur: n-inci terim = 3^n.

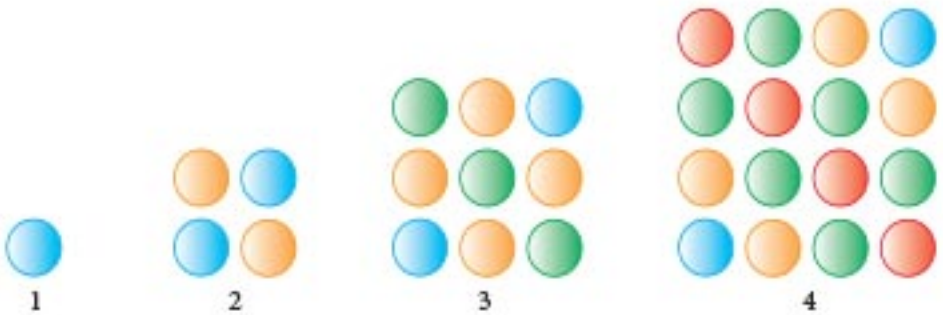
Aşağıdaki dizilerden her biri 3, 9, 27, 81, ...dizisiyle bağlıdır.

Bağlantıyı belirle ve ardından aşağıdaki diziler için n-inci terim kuralını yaz.

a) 4, 10, 28, 82, … **b)** 7, 13, 31, 85, … **c)** 1, 7, 25, 79, …

ç) 2, 8, 26, 80 **d)** 6, 18, 54, 162, … **e)** 7, 20, 57, 166, …

13.



Çizimlerle şu sayı örüntüsü nasıl oluştuğu gösterilmiştir:

çizim 1: $1 = 1 = 1^2$

çizim 2: $1+2+1 = 4 = 2^2$

çizim 3: $1+2+3+2+1 = 9 = 3^2$

çizim 4: $1+2+3+4+3+2+1 = 16 = 4^2$

a) Dizinin sıradaki iki satırını yaz.

b) **i** çizim 20'de **ii** çizim 50'de
toplam daire sayısını bulman için sayısal düzenler kullan.

14. Aşağıdaki aritmetik dizilerin **i** n-inci terimi **ii** 40'ıncı terimi belirle.

a) 12, 14, 16, 18, ...
b) 5, 11, 17, 23, ...
c) $-9, -5, -1, 3, \ldots$
ç) 41, 45, 49, 53, ...
d) 3, 14, 25, 36, ...
e) 2, 11, 20, 29, ...
f) 17, 14, 11, 8, ...
g) 38, 32, 26, 20, ...
ğ) $-11, -19, -27, -35, \ldots$

15. Sandalyeler, çizimlerde gösterilmiş olduğu gibi masalar etrafında sıralanmıştır.



1 masa 2 masa 3 masa

a) Aşağıdaki tabloyu yeniden yaz ve boşlukları doldur.

Masaların sayısı	1	2	3	4
Sandalyelerin sayısı	6			

b) Bu şekilde sıralanmış 10 masada oturabilecek kişi sayısını belirt.

c) Bu şekilde sıralanmış n masada oturabilecek kişi sayısını belirt.

ç) Bu şekilde 50 kişinin oturması için gereken masa sayısını belirt.

3 Geometri ve Problemler Çözmek

Öğretim amaçları

- İzometrik kağıtta (Delikli kağıtta), 3B- formlar çiziyor.
- Ağlar ve projeksiyonlar (izdüşümler) üzerinden 3B- formlar inceliyor.
- 3B- formlarda simetri düzlemini tanımlıyor.
- Üçgenlerden ve dörtgenlerden, düzlemin kapsanması ve açıların toplamıyla bağlanmak ve yarım rotasyon için şablonlar yaratıyor; hangi düzgün çokgenlerin örtüştüğünü biliyor ve diğer çokgenlerle örtüşmenin neden mümkün olmadığını açıklıyor.
- Eksen simetri (Yansıma), dönme (rotasyon), öteleme ve benzerlik için hangi elemanların gerekli olduğunu biliyor.
- Öteleme, dönme ve eksen simetriyle kenarların uzunluğu ve açıların büyüklüğü korunduğunu ve cismin uygun görüntüye yansıdığını biliyor, benzerlikle ise açıların büyüklüğü korunduğunu, fakat kenarların uzunluklarının korunmadığını biliyor.
- Dönme, esken simetri ve öteleme kombinasyonu ile 2B- formları dönüştürüyor; cismin kendi görüntüsüne dönüştüğü dönüşümü açıklıyor.
- Öteleme, dönme, eksen simetri ve benzerliğin dahil olduğu problemleri çözmek için koordinat ağı kullanıyor.
- Merkezi ve 1'den daha büyük pozitif tam sayı olan benzerlik katsayısı verilmiş 2B- formları dönüştürüyor; benzerlik katsayısını herhangi iki uygun doğru parçanın uzunlukların orantısı olarak tanımlıyor.

3.1 Üç Boyut

Çizim çizmek

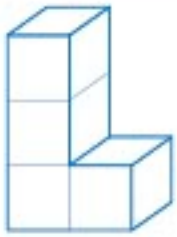
Plan, bir yapının ya da başka bir inşaatın kesinlikle çizilen ölçekli taslağıdır.

Sağda gösterilen ev planı mimar tarafından elle çizilmiştir.

Günümüzde planlar seyrekçe elle çiziliyor, genelde bilgisayar çizme programları kullanılıyor.



Plan ve projeksiyonlar (izdüşümler)



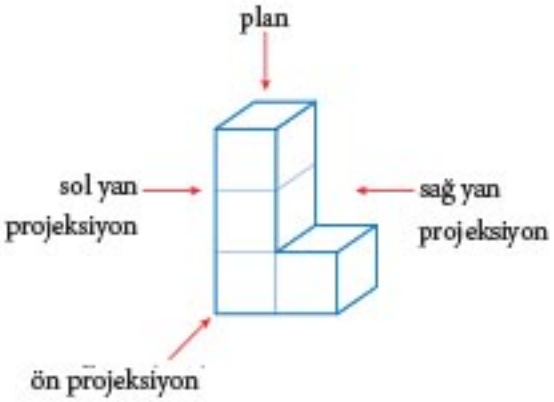
Resimde 3B- form gösterilmiştir.

Her karenin kenarı 2 cm uzunluğundadır.

Bu tür çizimlerle 3B- formu gösteriliyor, fakat kesin orantılı çizim değildirler. Bu çizimlere taslaklar denir.

Cismin **planını** ve farklı taraflardan **projeksiyonlarını** çizerek, 3B- formu orantılı veya gerçek büyüklükte gösterebiliriz.

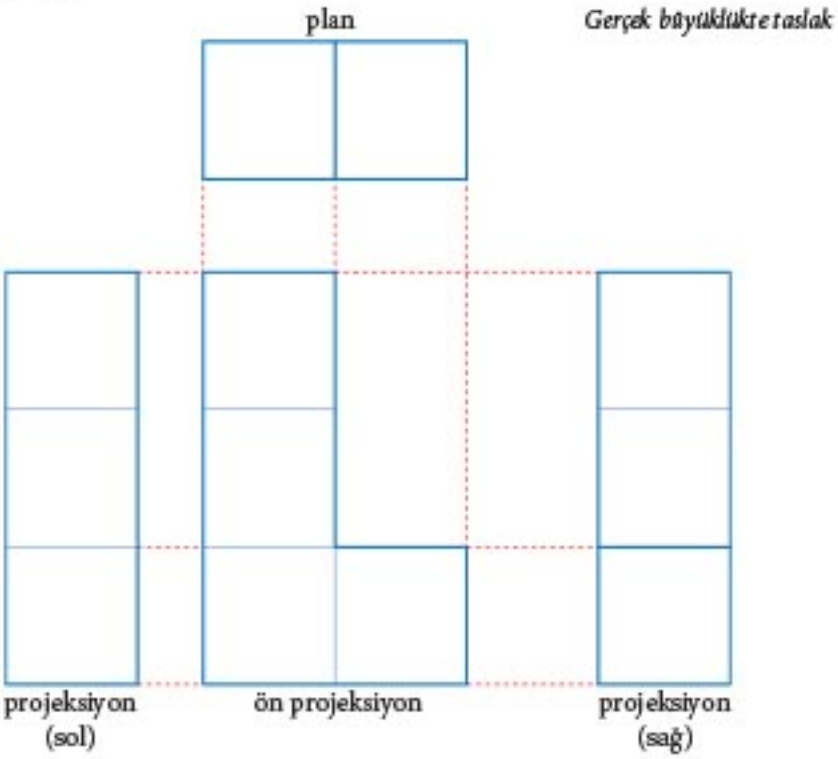
Aşağıdaki çizimde bir 3B- formun planı ve projeksiyonları gösterilmiştir.



Plan, 3B- formun yukarıdan baktığımızda görünüşüdür.

Ön projeksiyon 3B- formun ön taraftan baktığımızda görünüşüdür.

Yan projeksiyonlar, 3B- formun sol taraftan ya da sağ taraftan baktığımızda görünüşüdür.



Çizim gerçek büyüklükte çizilmiştir. Daha büyük 3B- formlar için orantılı çizim çizebiliriz.

Kesilmiş kırmızı çizgiler gerekli değildir, fakat planın ve projeksiyonarın aynı boyutlarda olduklarını göstermek için kullanıyoruz.

Genelde her iki yan projeksiyonun çizilmesine ihtiyaç yoktur.

Sağ projeksiyonda daha koyu renkli bir çizgi dikkat edebiliriz.

Bu çizgi projeksiyon karşısında seviye derinliğin değişikliği olmadığını belirtiyor.

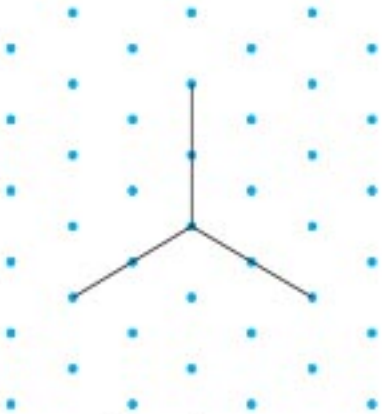
İzometrik çizimler

3 boyutlu nesneleri **düzlemde** göstermek için diğer bir yöntem **izometrik kağıdın** kullanılmasıdır.

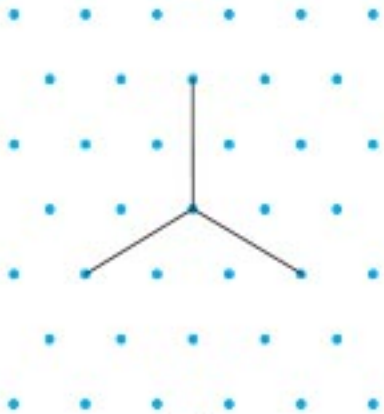
İzometrik kağıt, genelde aralarındaki mesafe 1 cm olduğu eşkenar üçgenin köşeleri olarak yerleşmiş noktalardan çizilmiş ağları olan kağıttır.

3B- formu çizdiğimizde, kağıdı doğru durumda tutmamız önemlidir.

Kağıdın doğru yerleşmesini, üç noktadan geçen doğru kağıda dikey durduğu zaman elde ediyoruz.



doğru durum



yanlış durum

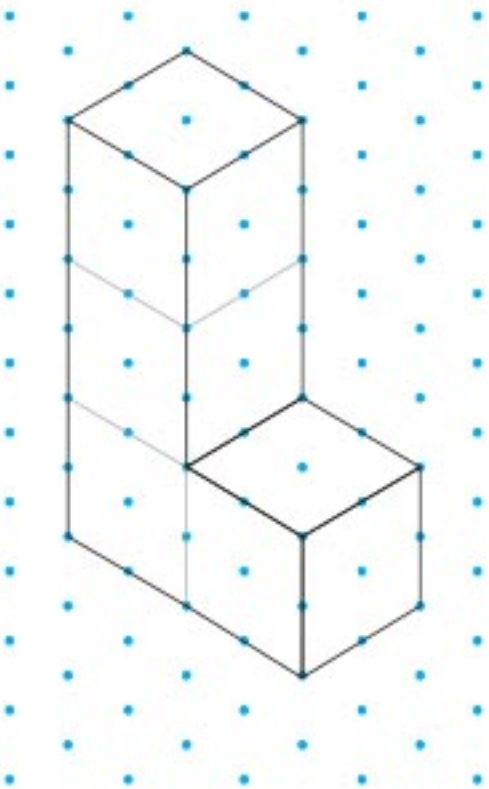
Resimde L harfi şeklinde bir 3B- formun izometrik çizimi gösterilmiştir.

Dikey çizgilerin çizimde gerçekten dikey olduğunu dikkat edebiliyoruz.

Tüm doğrular gerektiği noktalardan geçiyor.

Çizim gerçek büyüklükte çizilmiştir.

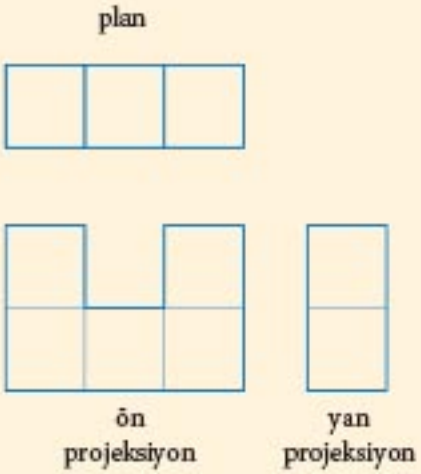
3B- formun her kenarı gerçek uzunlukta çizilmiştir.



Örnek

Çizimde bir 3B- formun planı ve projeksiyonları gösterilmiştir.

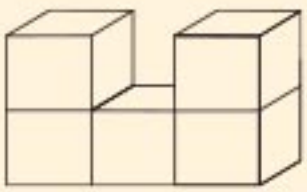
3B- formu çiz.



İlk önce 3B- formun taslağını çiziyoruz.

3B- formun alanda görünmesi gerektiği gibi çizim çiziyoruz.

Sağ taraftaki taslak 3B- formu gösteriyor.

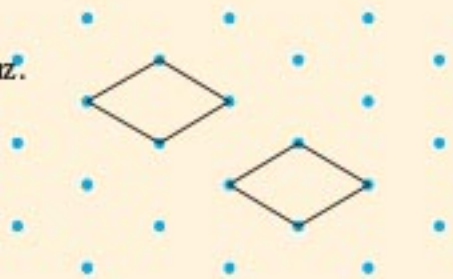


İzometrik kağıtta 3B- formun üst tarafını çizerek başlıyoruz.

Kağıdın doğru pozisyonda olup olmadığını kontrol ediyoruz.

Küçük kareciklerin her biri eşkenar dörtgen (romb) gibi görünüyor.

Eşkenar dörtgenin kenarları 1 cm uzunluğundadır.



Ardından dikey çizgileri çiziyoruz.



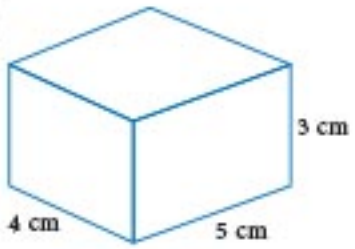


Çizimi kalan çizgilerin çizilmesiyle tamamlıyoruz.

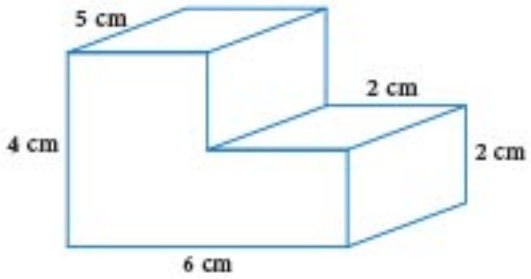
Ödevler

1. 3B- formlar için plan, ön projeksiyon ve bir yan projeksiyon çiz.

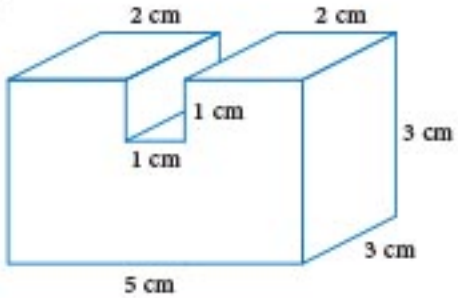
a)



b)

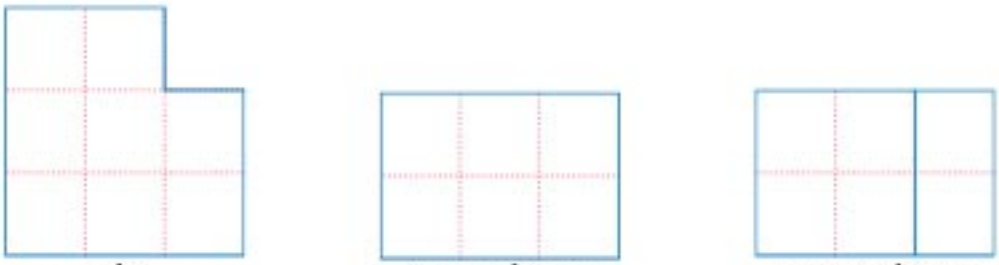


c)



2. Önceki ödevden 3B- formları izometrik kağıtta çiz.

3. Aşağıdaki çizimlerde bir 3B- formun planı ve projeksiyonları gösterilmiştir.

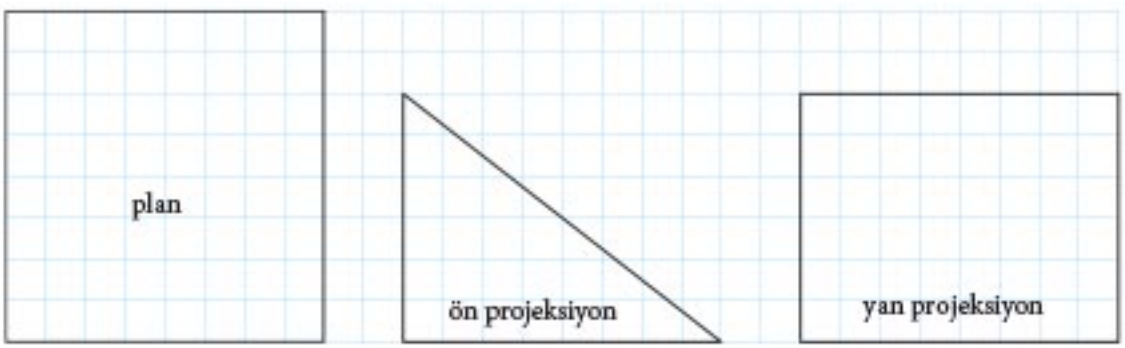


3B- formu izometrik kağıtta çiz.

4. Aşağıdaki çizimlerde bir 3B- formun planı, ön projeksiyonu ve bir yan projeksiyonu gösterilmiştir.

Her şeklin taslağını yap ve onun matematiksel adını yaz.

a)

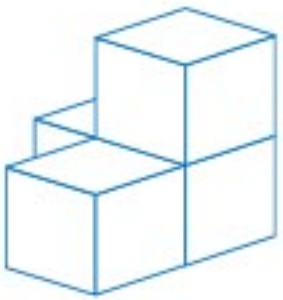


b)



c)





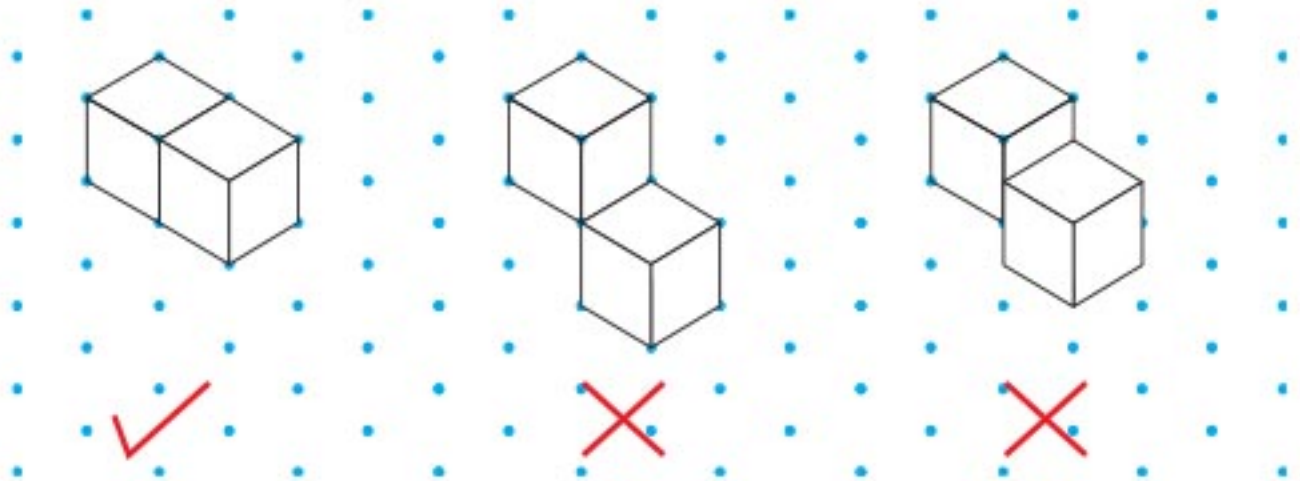
5. Verilen 3B- formu dört küpten oluşuyor.
Her küpün kenarı 2 cm uzundur.
3B- formun planını ve projeksiyonunu çiz.

6. Önceki ödevden 3B- formu, dört birleşmiş küpten oluşuyor.

Dört küpün birleşmesiyle oluşabilen başka 3B- formlr bul.

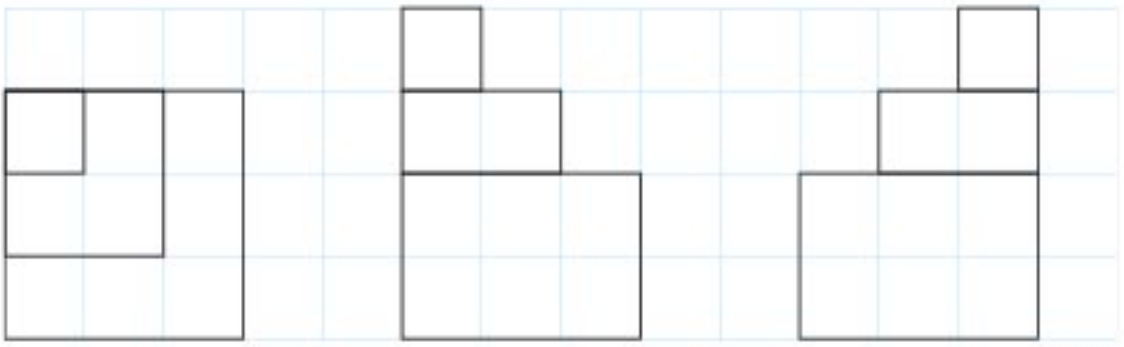
Küpler o şekilde birleşmiş ki duvar duvara tüm yüzey üzerinden değiyor ve birbiriyle örtüşmüyor, yani birbiri içerisinde bulunmuyor.

3B- formu çizmeden önce nasıl görüneceğini görmen için küçük küpler kullan.



Elde ettiğin 3B- formları izometrik kağıtta çiz.

7. Aşağıdaki çizimlerde bir 3B- formun planı ve projeksiyonları gösterilmiştir.



plan | ön projeksiyon | yan projeksiyon

3B- formu izometrik kağıtta çiz.

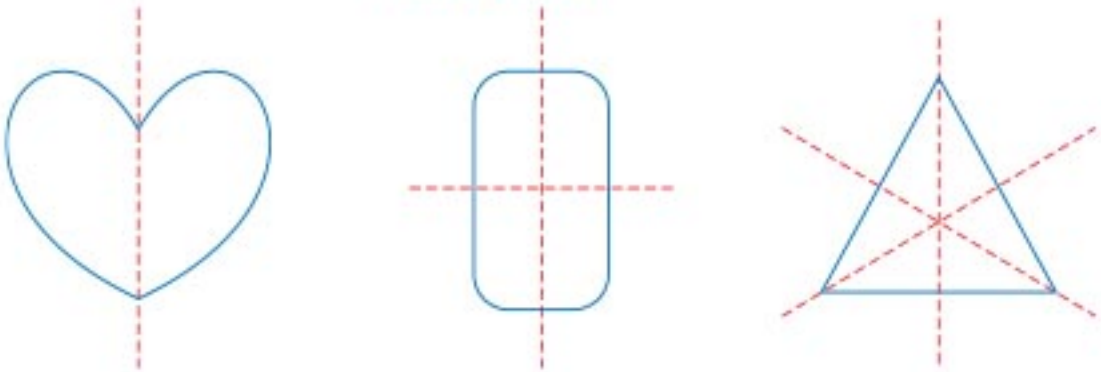
3 boyutlu şekilden birleşmiş küplerin yardımıyla taslak yap.

3.2 Üç Boyutta Eksen Simetrisi

Düzlemde, simetri ekseni 2B- formu iki **eş şekle** ayırmaktadır.

İki parçanın her biri diğerinin aynasal şeklidir.

Aşağıdaki çizimde bazı 2B- formların **simetri ekseni** örnekleri verilmiştir.

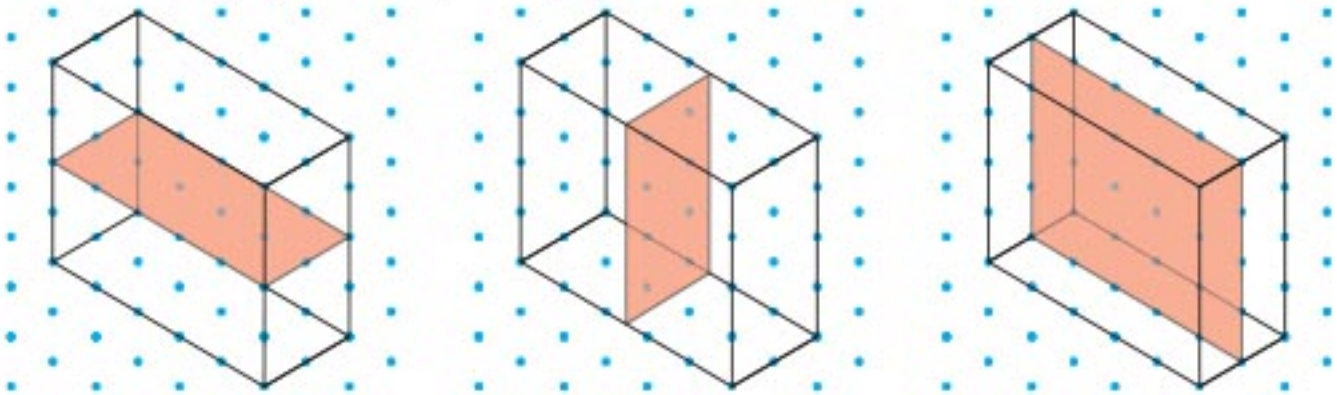


simetri ekseni | 2 simetri ekseni | 3 simetri ekseni

3 boyutlu alanda, 3B- formunu iki uyumlu parçaya bölen **simetri düzlemine** göre simetriyi gözetliyoruz.

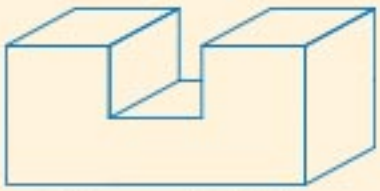
Verilen dikdörtgen prizmasının (kübikin) üç simetri düzlemi vardır.

Düzlem dediğimizde düz yüzey düşünüyoruz.

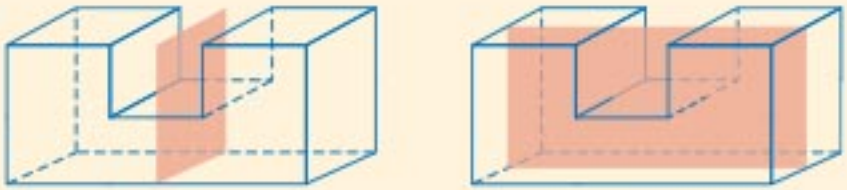


Örnek

Verilen 3B- formun kaç simetri düzlemi olduğunu belirle.



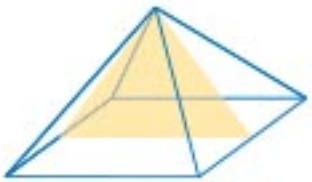
Simetri düzlemlerini bulmamız için 3B- formun taslaklarını çizebiliriz.



Taslaklarda verilen 3B- formun iki simetri düzlemi gösterilmiştir.

Ödevler

1. Çizimde kare tabanlı piramit ve onun simetri düzlemi gösterilmiştir.

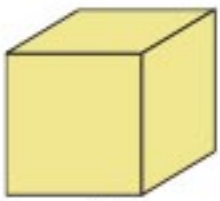


Piramitin daha üç simetri düzlemi vardır.

Diğer üç simetri düzlemini farklı çizimlerde göster.

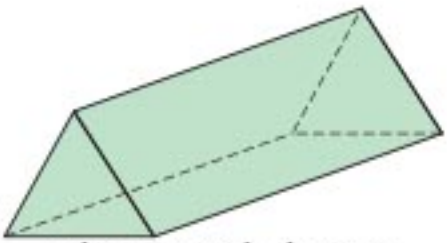
2. Aşağıdaki 3 boyutlu şekillerin her biri için kaç simetri düzlemi olduğunu hesapla.

a)



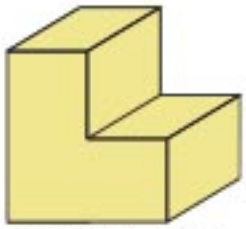
küp

b)



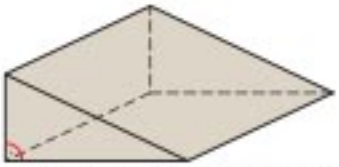
eşkenar üçgen tabanlı prizma

c)



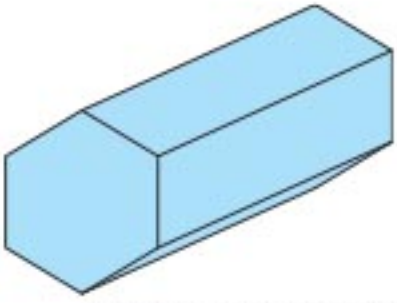
L-şeklinde prizma

ç)



dik açılı üçgen tabanlı prizma

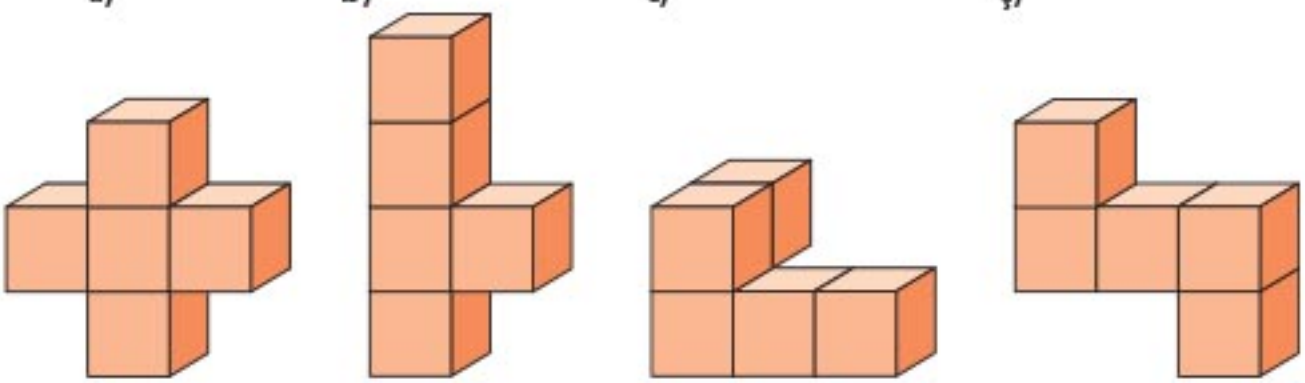
d)



düzgün altıgen tabanlı prizma

3. Aşağıda verilen 3B- formların her biri beş küpten oluşuyor.
Her biri için kaç simetri düzlemi olduğunu hesapla.

a) b) c) ç)



4. Önceki ödevden her 3B- formu beş küpten oluşuyor.

Beş küple farklı sıralama oluştur, öyle ki yeni oluşan 3B- formun iki simetri düzlemi olacak.

İki simetri düzlemi olan 3B- formun olup olmadığını kontrol etmen için küçük küpler kullan.

3.3 Mozaik Döşeme

Roma mozaikleri

Mozaik döşeme veya „tesselasyon" kelimesi, bazen „tessela" olarak da yazılan Latince „tesare" kelimesinden kaynaklanıyor ve küçük tabak veya plaka anlamına geliyor.

Mozaik döşeme ya da sadece mozaik, küçük boyanmış cam, taş veya başka bir malzeme parçalardan oluşan resimler oluşturma sanatıdır.

İlk mozaikler çok eskiden keşfedilmiştir. Sümerler, 4000 yıl önce, bazı yapıları süslemek için mozaikler yapıyorlarmış.

Özellikle Romalılar, zemin ve duvarlarda oluşturdukları mozaiklerle meşhurmuş.

Makedonya'da, Köprülü yakınlığındaki Stobi arkeolojik yerde Roma mozaik kalıntıları vardır.



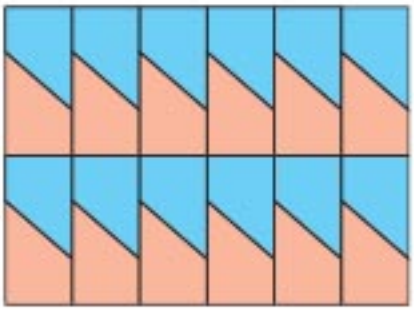


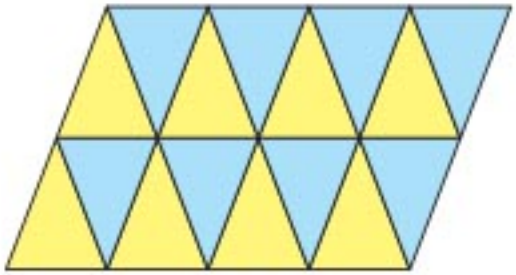
Üçgenler ve dörtgenler

Düz bir yüzeyi örtüşmeden veya boşluksuz kapsayan şekillere **tesselasyon** ya da **mozaik** denir.

Aşağıdaki resimlerde tesselasyon örnekleri gösterilmiştir.

Her düzende daha fazla tekrarlanan bir şekil vardır.





Üçgenlerden tesselasyon (döşeme) oluşturma sürecini inceleyelim.

Adım 1

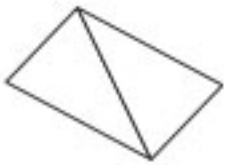
Rastgele bir üçgen çiziyoruz.



Adım 2

Başlangıç üçgenin hemen yanına, başlangıç üçgenin 180° için dönmesiyle elde edilen yeni üçgen çiziyoruz.

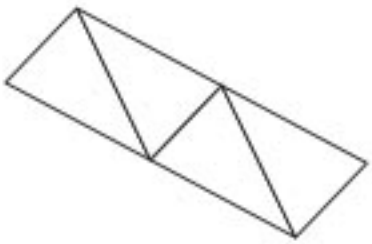
İki üçgenden oluşmuş paralelkenar elde ediyoruz.



Adım 3

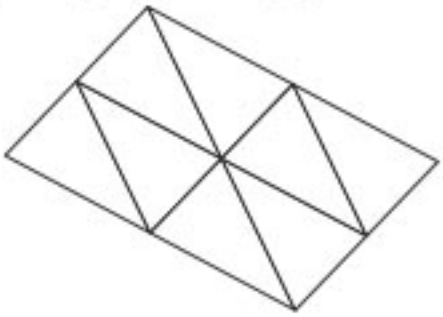
İlk iki adımı tekrarlayarak birinci paralelkenarın hemen yanında başka paralelkenar yerleştiriyoruz.

Üçgenler dizisini yapmaya devam ediyoruz.



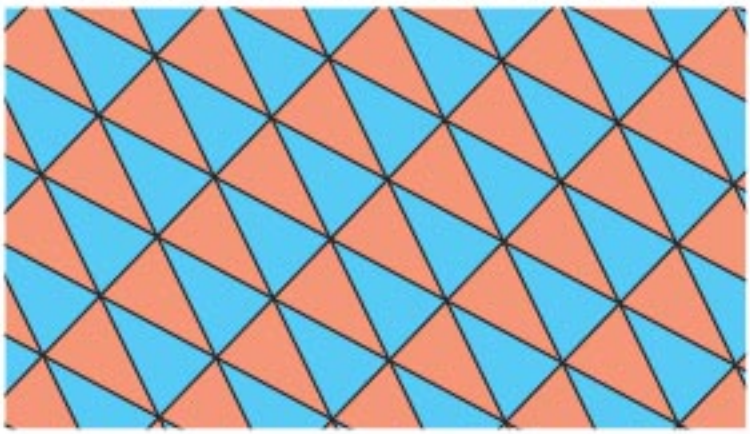
Adım 4

Birinci dizinin hemen yanında yeni üçgenler dizisi çiziyoruz.



Adım 5

Şimdi tesselasyonun (döşemenin) nasıl yapıldığını görebiliyoruz. Elde ettiğimiz deseni boyalıyoruz.



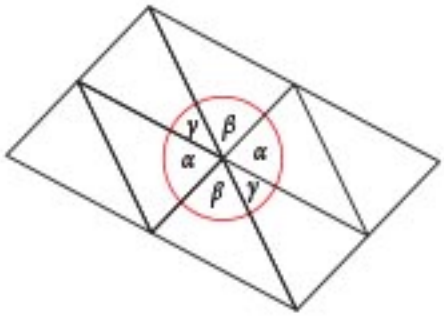
Tesselasyonun (Mozaiğin) oluşması neden mümkün olduğunu görmemiz için üçgenin açılarını işaretleyeceğiz.



Bu, açıları α, β, γ ile işaretlenmiş başlangıç üçgenidir.

Üçgende açıların toplamı 180°'dir, buna göre $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.

Oluşturduğumuz mozaiğin açısını gözetliyoruz.



Dört dörtgenin birleştiği ucun (nokta) etrafında, daire çiziyoruz. Başlangıç üçgenin her açısı çizdiğimiz dairede ikişer kez göründüğünü dikkat ediyoruz.

Uçtaki açıların toplamı $2\alpha + 2\beta + 2\gamma$

$= 2(\alpha + \beta + \gamma)$

$= 2 \cdot 180°$

$= 360°$

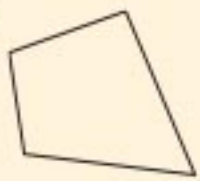
Tam açı 360 derece olduğunu biliyoruz. Bu ise demektir ki, bir 2 boyutlu şekil döşemedir eğer, 2 boyutlu şekillerin birleştiği köşede açılar 360 derece açı oluşturuyorsa.

Örnek

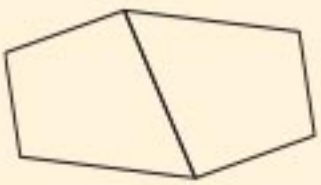
a) Yukarıda açıklanan süreçle dörtgenden mozaik (tesselasyon) oluştur.

b) Mozaiğin her iç köşesinde açıların toplamı 360° olduğunu kanıtla.

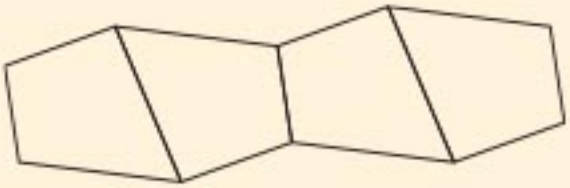
a)



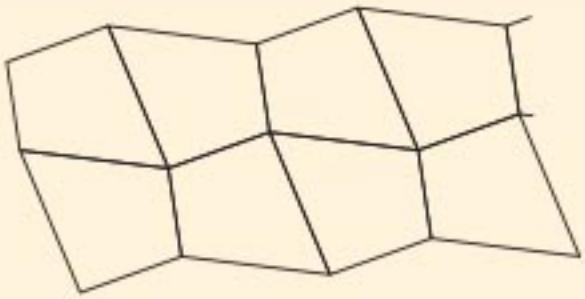
Adım 1: Dörtgen çiziyoruz.



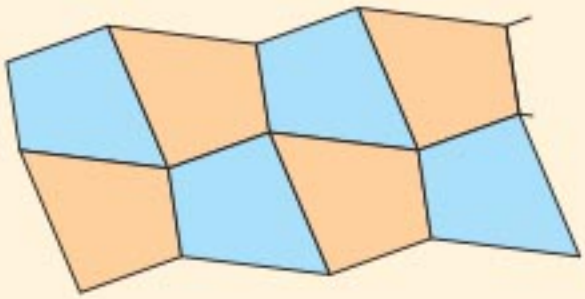
Adım 2: Başlangıç dörtgenin hemen yanında 180° dönme ile elde edilen dörtgen çiziyoruz.



Adım 3: Dörtgenler dizisi oluşturmak için süreci tekrarlıyoruz.



Adım 4: Birinci sıranın hemen yanında başka sıra çiziyoruz.



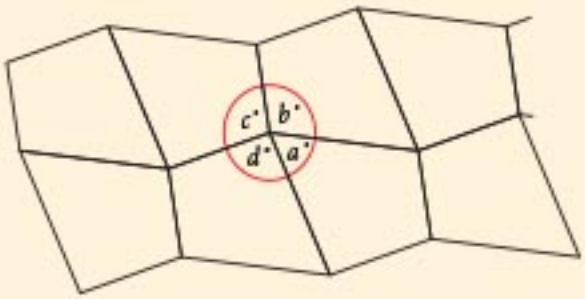
Adım 5: Elde ettiğimiz mozaiği boyalıyoruz.

b)



Başlangıç dörtgenin dört açısını $a°$, $b°$, $c°$ ve $d°$ olarak işaretliyoruz.

Dörtgende açıların toplamı 360° olduğuna göre $a° + b° + c° + d° = 360°$.



Elde etiğimiz şeklin iç köşesinde açıları işaretliyoruz.

Her iç köşede dört açı $a°$, $b°$, $c°$ ve d açılarıdır.

Dörtgende açıların toplamı $a° + b° + c° + d° = 360°$ olduğunu biliyoruz, buna göre köşede açıların toplamı 360° olduğu sonuca varıyoruz. Demek ki mozaik (tesselasyon) oluşmuştur.

Ödevler

1. Üçgeni defterde çiz.

Yukarıda açıklanan süreci, tesselasyon (mozaik) çizmek için kullan.

Verilen üçgenden tesselasyon (mozaik) çiz.



2. Dörtgeni defterde çiz.

Yukarıda açıklanan süreci, tesselasyon (mozaik) çizmek için kullan.

Verilen dörtgenden tesselasyon (mozaik) çiz.



3. **a)** Verilen dörtgenden tesselasyon (mozaik) çiz.

b) Açıları işaretleyerek, mozaikte her iç köşede açıların toplamı 360° olduğunu göster.

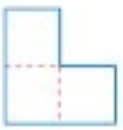


4. 2 boyutlu şeklin şekli L harfi biçiminde olarak üç tane kareden meydana gelmiştir.

Bu 2 boyutlu şekilden tesselasyonun oluşturulması için birkaç yöntem vardır.

Verilen 2 boyutlu şekilden tesselasyon (mozaik) çiziniz.

Mozaiği daha kolay oluşturmak için kutulu defterde çiz.

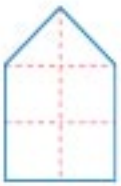


5. Çizimde iç açıları 90°, 90°, 135°, 90° ve 135° olan beşgen gösterilmiştir.

a) Bu beşgenden tesselasyon (mozaik) çiz.

b) Her iç köşede açıların toplamı 360° olduğunu göster.

Tesselasyondaki şemanın nasıl devam ettiğini görmek için, 2 boyutlu şeklin en az 8 kopyasını çiziniz.



3.4 Dönüşümleri Tanımlamak

VII. ve VIII. sınıfta dört **dönüşüm** türü hakkında incelemelerde bulunduk..

Dönüşüm, **aslını** değiştirir, başlangıç 2 boyutlu şekli, **resimde** son 2 boyutlu şekil.

Şimdiye kadar öğrendiğimiz dönüşümler şunlardır: eksen simetri, dönme, öteleme ve benzerlik.

Eksen simetri, dönme, öteleme sırasında, görüntü orijinale uyumludur.

İki tane 2 boyutlu şekil eş ise, onların eş kenarları ve eş açıları olduğunu anlayacağız.

Eğer iki veya fazla böyle dönüşüm karıştırırsak, görüntü orijinalle uyumlu kalıyor.

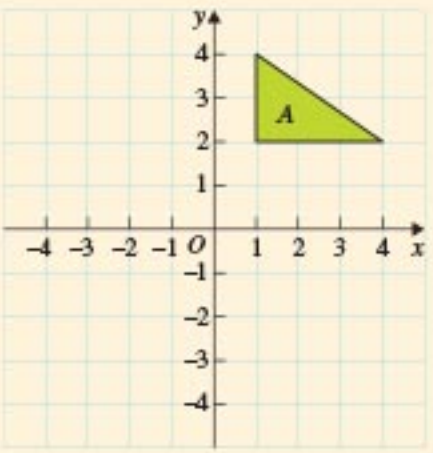
Örnek 1

Çizimi kutulu defterde çiz.

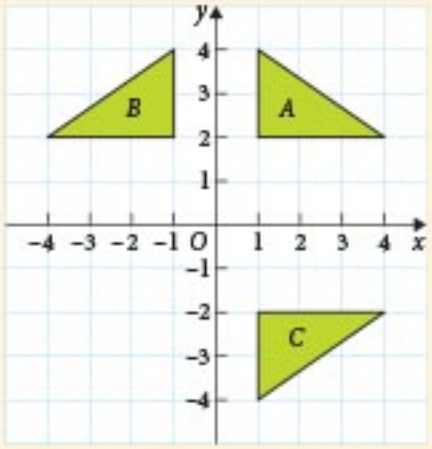
a) A üçgenin y-eksenine göre eksen simetri ile elde edilen görüntüsünü belirle. Yeni üçgeni B ile işaretle.

b) B ile işaretlenmiş olan 2B- formu (0,0) etrafında döndürünüz. Elde edilen 2B- formu C ile işaret ediniz.

c) A ile işaretlenmiş 2B- formu C ile işaretlenen 2B- formuna eşleyen biricik eşlemeyi ayrıntılı olarak açıklayınız.



a) ve **b)**



Şekilde B ve C ile işaretlenen 2 boyutlu şekilleri eksen simetri ve dönmeden sonra gösterilmiştir.

c) A ile işaretlenen 2B- formunu C ile işaretlenen 2B- formuna dönüştüren dönüşüm eksen simetridir. Simetri ekseni x-eksenidir.

Dönüşümün detaylı açıklaması şudur: x-eksenine göre eksen simetrisi.

Detaylı açıklamalar

Her dönüşümün detaylı açıklaması altında ne tanımlandığını görelim.

Eksen simetrisi

Simetri doğrusu verilmelidir.

Doğrunun denklemi olarak verilebilir.

Dönme (Rotasyon)

Şu elemanlar verilmelidir:

– Dönme merkezi; çoğu kez koordinatlarıyla veriliyor.

– Dönme açısı, derece ile ya da çemberin bir parçası olarak (kesir biçiminde).

– Dönmenin yönü (Saat ibrelerinin hareket yönü ya da ters yönü).

Dönme açısı 180° olduğu durumda, dönme yönünün bildirilmesine ihtiyaç yoktur.

Öteleme

Ötelemenin detaylı açıklaması verilmelidir.

Sıkça sağa doğru (veya sola doğru) mesafe ve yukarıya doğru (veya aşağıya doğru) mesafe olarak tanımlanıyor.

Yönler için vektörlü kayıt da kullanabiliriz, örneğin: (x, y)

(x, y) vektörü için öteleme, x birim için sağa veya sola ve y birim için yukarıya veya aşağıya öteleme (yer değiştirme) demektir.

Eğer x'in değeri pozitif ise, o zaman öteleme sağa doğrudur.

Eğer x'in değeri negatif ise, o zaman öteleme sola doğrudur.

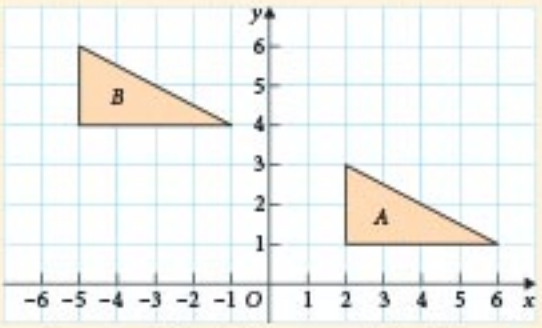
Eğer y'un değeri pozitif ise, o zaman öteleme yukarıya doğrudur.

Eğer y'un değeri negatif ise, o zaman öteleme aşağıya doğrudur.

Örneğin, $(-4, -5)$ vektörü için öteleme, 4 birim sola ve 5 birim aşağıya öteleme demektir.

Örnek 2

Şekilde A ve B 2B- formları gösterilmiştir. *A* 2B- formunu B 2B- formuna eşleyen eşlemeyi ayrıntılı olarak açıklayınız.



B 2B- formu, A 2B- formuyla eştir ve görünümleri aynıdır.

Demek ki, koordinat sisteminde öteleme söz konusudur.

B 2B- formu, A 2B- formunun 7 kare sola ve 3 kare yukarıya doğru ötelenmesiyle elde edilmiştir.

A'dan *B*'ye dönüşüm ötelemedir, 7 karecik sola ve 3 karecik yukarıya.

(−7, 3) vektörü için öteleme dönüşümün diğer detaylı açıklamasıdır.

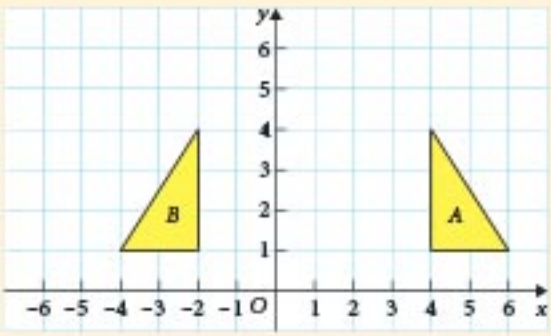
Örnek 3

x'in değerleri -6'dan 6'ya kadar ve *y*'un değerleri 0'dan 6'ya kadar olduğu kareli koordinat ağı çiz.

Köşeleri (4, 1), (4, 4) ve (6, 1) noktalarında olan A üçgenini çiz.

Köşeleri (−2, 1), (−2, 4) ve (−4, 1) noktalarında olan diğer bir B üçgeni çiz.

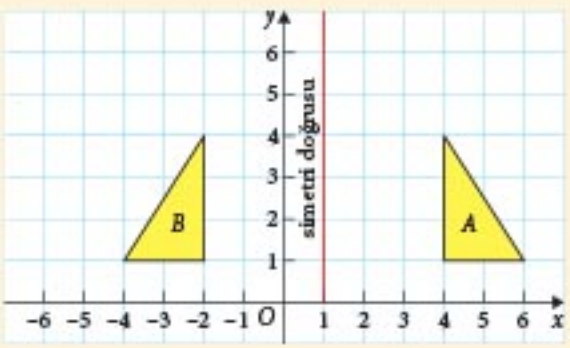
A üçgeninden B üçgenine dönüşümü detaylı olarak açıkla.



İlk önce koordinat eksenlerini çiziyoruz.

Verilen noktaları işaretleyerek ve bağlayarak A üçgenini elde ediyoruz.

Verilen noktaları işaretleyerek ve bağlayarak B üçgenini elde ediyoruz.



Üçgenler uyumludur, fakat bir üçgen diğer üçgene bir doğruya göre simetriktir.

Bu simetri doğrusudur, iki üçgen arasında tam ortada çekilmiştir.

Simetri doğrusu kırmızı doğruyla gösterilmiştir.

Simetri doğrusunun denklemi: x = 1.

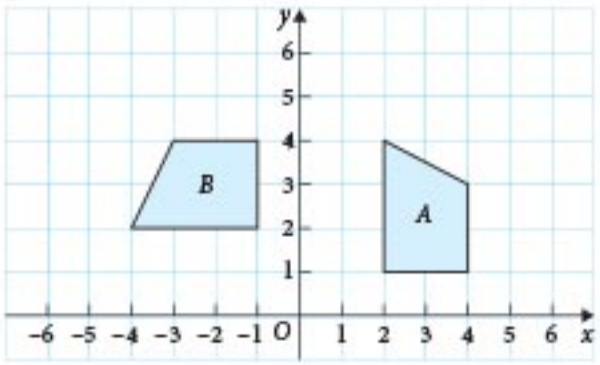
Doğru denklemini hatırla.

A'dan *B*'ye dönüşüm $x = 1$ doğrusuna göre eksen simetrisidir.

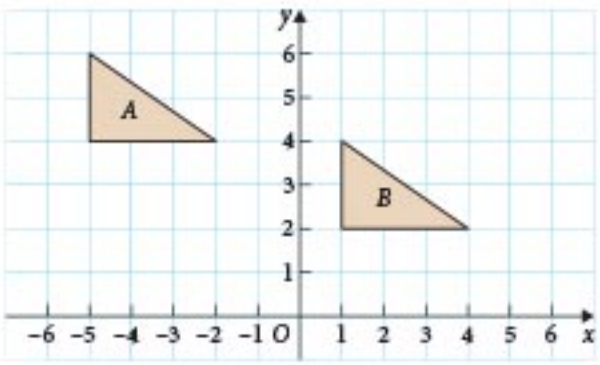
Ödevler

1'den 9'a kadar alıştırmalarda A 2B- formunu, B 2B- formuna şekline dönüştüren eşlemeyi ayrıntılı olarak açıklayınız.

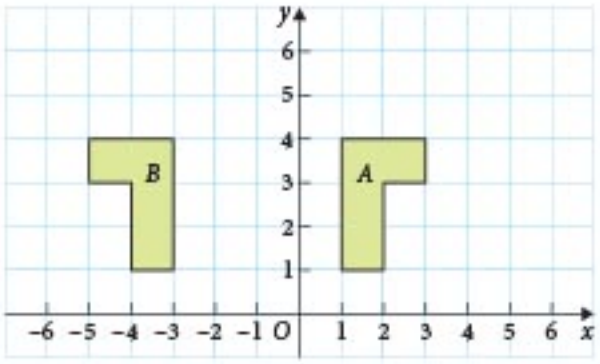
1.



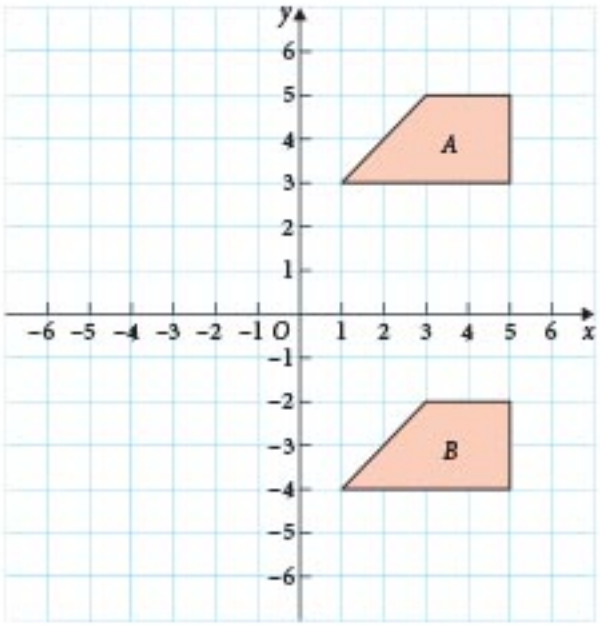
2.



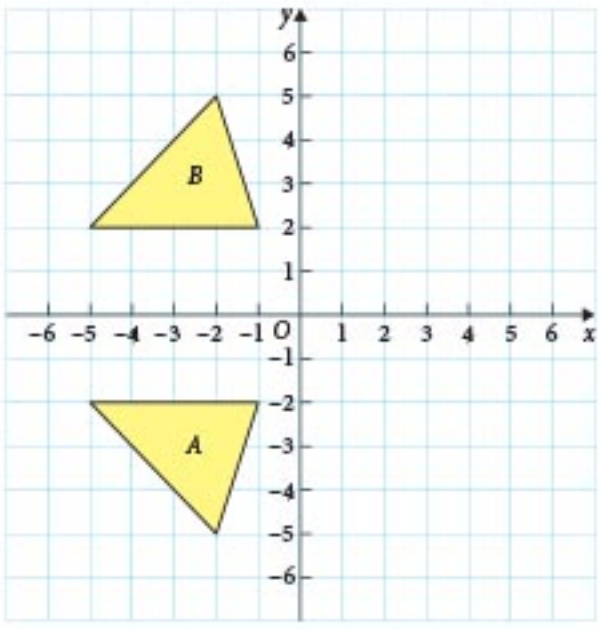
3.



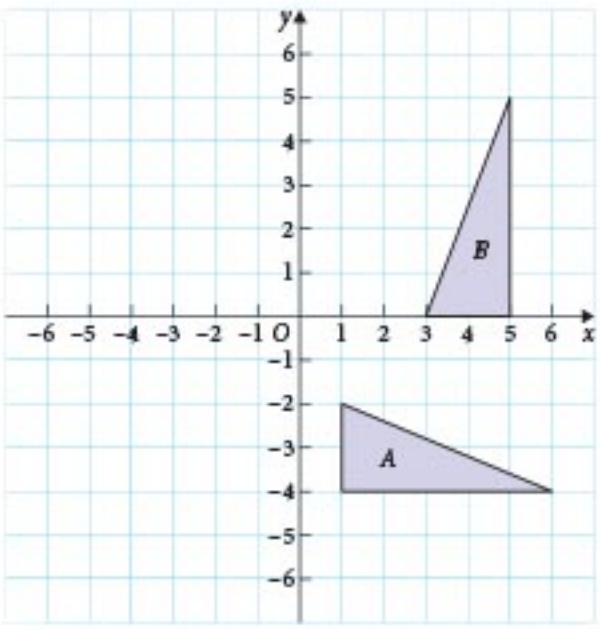
4.



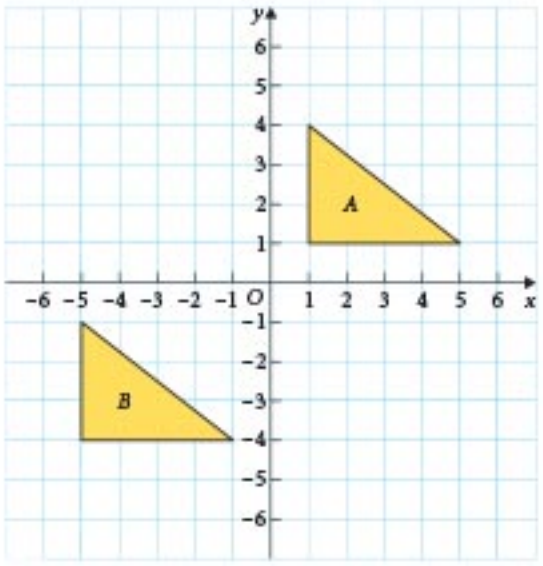
5.



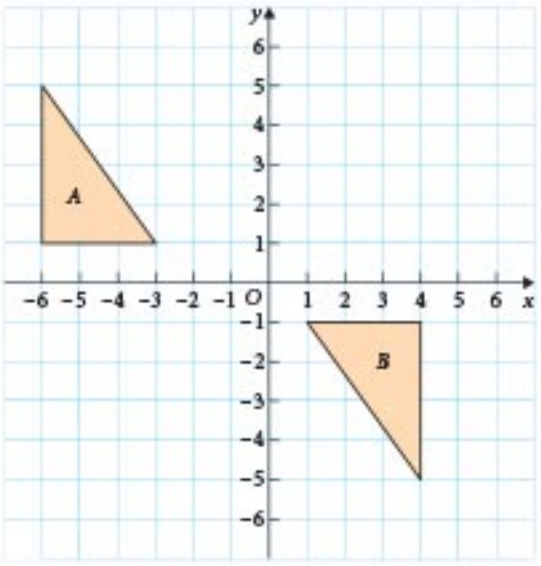
6.



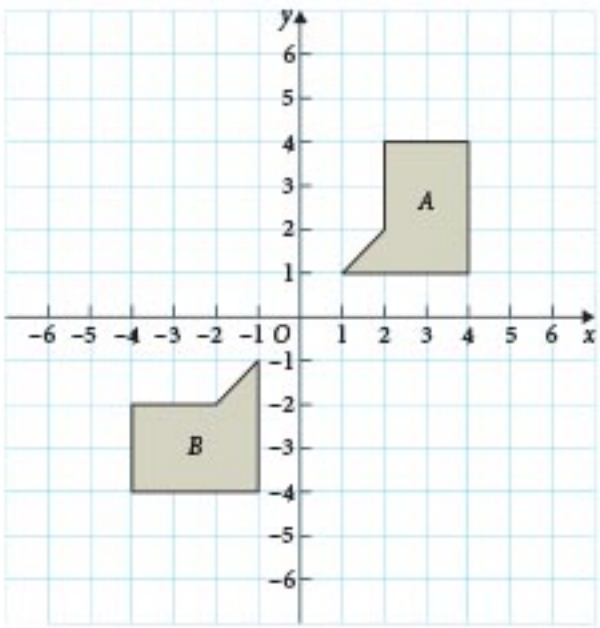
7.



8.



9.



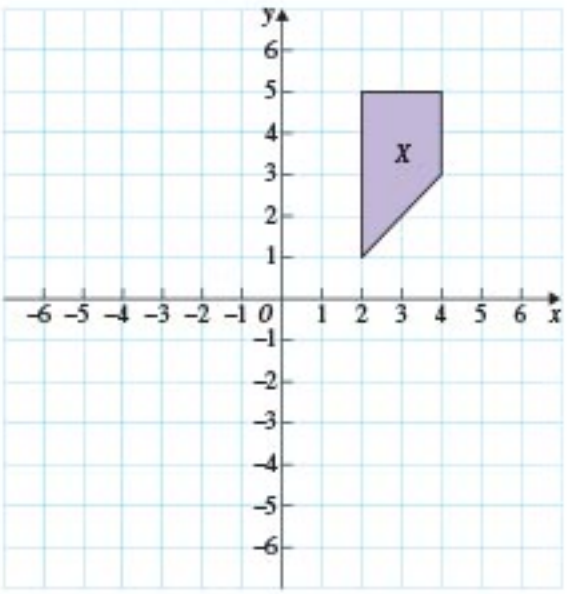
10. Çizimi kutulu defterde çiz.

a) X ile işaretlenen 2B- formuna y-eksenine göre simetrik olan Y 2B- formunu bulunuz.

b) Y 2B- formunu (0,1) noktası etrafında 180° döndürünüz. Elde edilen resmi Z ile işaret ediniz.

Dönmeyi çizebilmen için çizmek için şeffaf-kağıt kullan.

c) X'den Z'ye dönüşümü detaylı açıkla.



11. **a)** Eksenlerin değeri -6'dan 6'ya kadar olmak üzere kareli koordinat ağı çiz.

b) Köşeleri (4, 1), (4, 4), (5, 4), (5, 2), (6, 2) ve (6, 1) noktalarında olacak şekilde, A 2B- formunu L işareti biçiminde çiziniz.

c) A 2 boyutlu şekline x- eksenine göre simetrik olacak B 2B- formunu çiziniz.

ç) *B* 2B- formuna x = 1 doğrusuna göre simetrik olacak C 2B- formunu çiziniz.

d) C şeklini 5 birim yukarıya doğru öteleyiniz. Elde edilen 2B- formu Ç ile işaret ediniz.

e) A şeklini Ç şekline doğrudan dönüştüren tek dönüşümü detaylı açıkla.

Yeniden çizmek için şeffaf kağıt kullan.

12. Ters dönüşümle görüntü, tekrar orijinale geri dönüşüyor.

Örneğin, 5 kare sağa ötelemenin ters dönüşümü 5 kare sola ötelemedir.

Aşağıdaki dönüşümlerin her biri için ters dönüşümünü detaylı açıkla.

a) x-eksenine göre eksen simetri.

b) (3, −4) vektörü için öteleme.

c) (0, 0) noktası etrafında 180° dönme.

ç) $y = -x$ doğrusuna göre eksen simetri.

d) (0, 0) noktası etrafında saatın hareket ettiği yönde 90° dönme.

e) (0, 4) vektörü için öteleme.

Ters dönüşümleri belirlemek için çizim çiz.

3.5 Büyütme ve Benzerlik

Benzer 2B- formlar

Öteleme, eksen simetri ve dönme dönüşümlerinde 2B- formlar kendi büyüklüklerini ve şekillerini koruyorlar.

Onlardan farklı olarak, büyütme dönüşümüyle orijinalin büyüklüğü değişiyor.

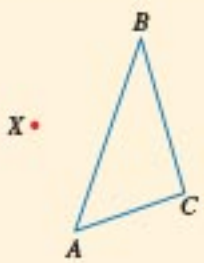
Büyütülmede, resmin ve aslın açıları değişmez, ancak 2B- formun büyüklüğü değişir. Böyle 2B- formlara benzerdirler denir.

Kısaca, orijinal ve görüntünün aynı biçimi, fakat farklı büyüklüğü var.

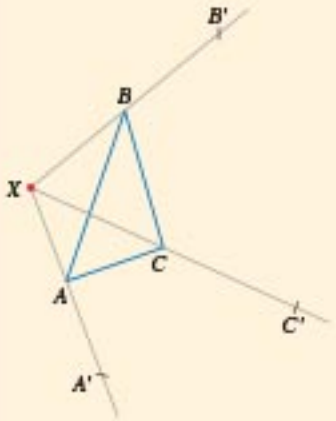
Şu iki örnekle merkezleri ve benzerlik katsayıları verildiğinde 2B- formların nasıl çizildiğini hatırlatacağız.

Örnek 1

Verilen çizimi defterde çiz.



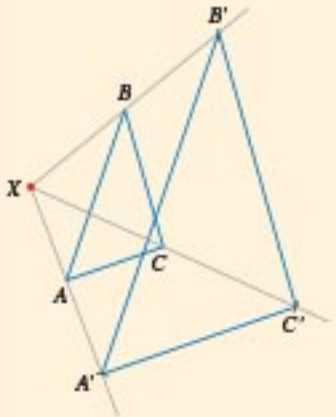
Katsayı 2 ve büyütme merkezi X noktasında olmak üzere ABC üçgenini büyüt.



İlk X noktasından, üçgenin her köşesinden geçen doğru çiz.

A' noktasını işaretliyoruz, öyle ki $\overline{XA'} = 2 \cdot \overline{XA}$.

B' ve C' noktalarını işaretliyoruz, öyle ki $\overline{XB'} = 2 \cdot \overline{XB}$ ve $\overline{XC'} = 2 \cdot \overline{XC}$.



En sonunda, A', B' ve C' noktalarını bağlayarak yeni üçgeni oluşturuyoruz.

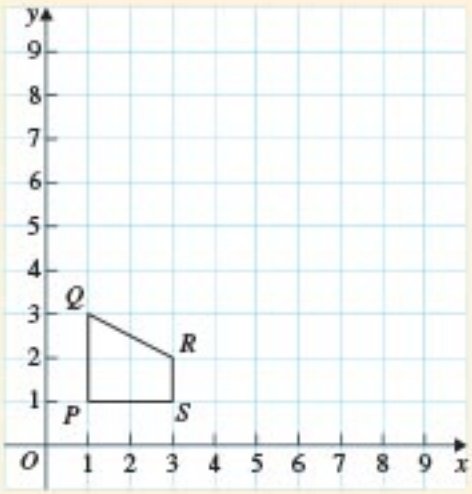
Örnek 2

Çizimi kutulu defterde çiz.

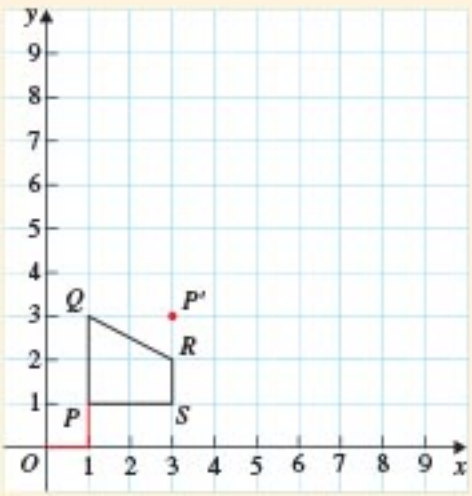
a) Katsayı 3 ve merkez (0, 0) ile $PQRS$'i büyüt. Görüntüyü $P'Q'R'S'$ ile işaretle.

b) Kenarları ölç ve şunları hesapla:

I $\dfrac{\overline{P'Q'}}{\overline{PQ}}$ II $\dfrac{\overline{Q'S'}}{\overline{QS}}$



a)



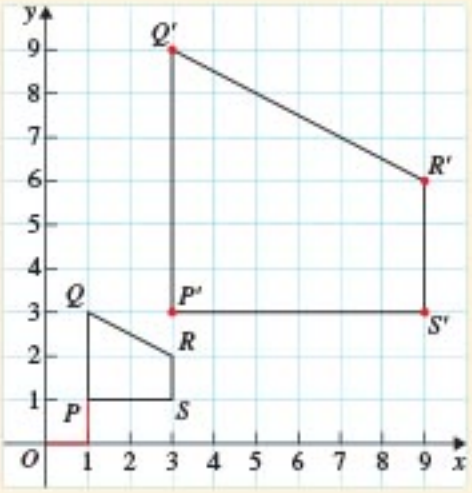
2B- formu kareli koordinat filesinde ya da kareli kağıt üzerinde çizildiği durumda, doğrular çizmeden büyütülmeyi daha kolay çizebiliriz.

P köşesi (0,0) benzerlik merkezinden 1 kare için çapraz yukarıdadır.

Kareler sayısını benzerlik katsayısıyla çarpıyoruz.

Bu köşenin görüntüsü 3 kare çapraz yukarıya olacaktır.

Resimde, P'nin görüntüsü P' ile işaretlenmiştir.



Aynı süreci Q, R ve S noktaları için de tekrarlıyoruz ve bu şekilde Q', R' ve S' noktaların pozisyonlarını buluyoruz.

Elde edilen dört noktayı birleştirerek, büyütülmüş olan PQRS 2B- formunu elde ediyoruz.

b) I Her karenin 1 cm kenarı varsa, o zaman $\overline{P'Q'} = 6$ cm ve $\overline{PQ} = 2$ cm olacak.

O zaman $\dfrac{\overline{P'Q'}}{\overline{PQ}} = \dfrac{6}{2} = 3$

II $\overline{Q'S'} = 8{,}49$ cm ve $\overline{QS} = 2{,}83$ cm Çapraz doğruları ölçüyoruz.

$\dfrac{\overline{Q'S'}}{\overline{QS}} = \dfrac{8{,}49}{2{,}83} = 3$

Çözüm tam 3 olmayabilir, eğer ölçme duyarlı yapılmamışsa.

Benzerliği açıklamak

Önceki örnekten **b)**'nin çözümünde genel bir sonuç elde edebiliriz.

Görüntünün ve orijinalin uygun uzunlukların orantısı benzerlik katsayısına eşittir.

Benzerlik katsayısını iki uyumlu uzunluğunu ölçerek ve onların bölümünü belirleyerek hesaplayabiliriz.

Büyütme merkezini belirtmek için, her iki 2B- formunun karşılıklı köşelerinden geçen doğrular çizilir.

Büyütme merkezi bu doğruların kesişme noktasıdır.

Büyütmenin detaylı açıklamasının nasıl görünmesi gerektiğine bakalım.

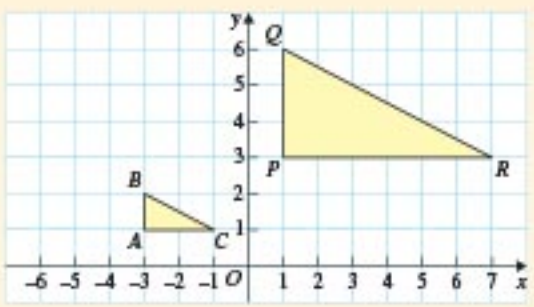
Büyütme

Bu dönüşüm şöyle tanımlanır:

- Benzerlik katsayısı, sayıdır.
- Büyütme merkezi koordinatlerle belirlenmiş nokta olarak verilebilir.

Örnek 3

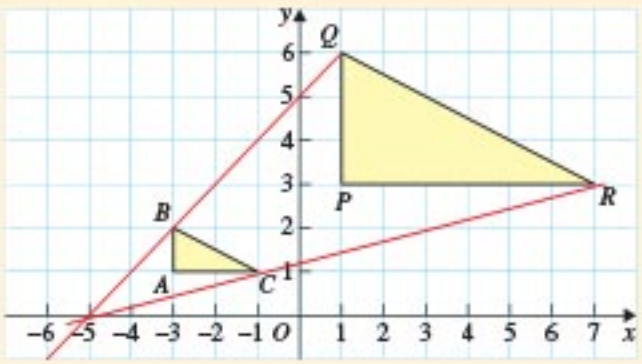
ABC üçgeninden PQR üçgenine dönüşümü detaylı açıkla.



$\overline{PQ}$ ve $\overline{AB}$ uygun kenarlardır.

$\overline{PQ} : \overline{AB} = 3 : 1 = 3$

Katsayı 3'tür.



İlk önce katsayıyı buluyoruz.

Büyütme merkezini buluyoruz.

İki uygun köşe, Q ve B köşelerinden doğru çiziyoruz.

Büyütme merkezi bu doğrunun üzerinde bulunuyor.

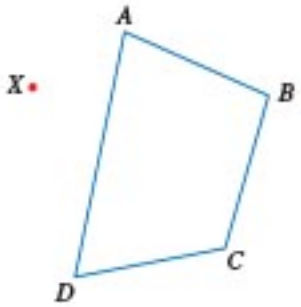
Aynı işlemi diğer uygun köşe çifti için tekrarlıyoruz.

İki doğru $(-5, 0)$ noktasında kesişiyor, demek ki bu nokta büyütme merkezidir.

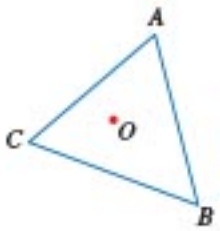
Ödevler

Ödev **1** ve **2** için çizimleri defterde çiz.

1. $ABCD$'yi katsayı 2 ve merkez X ile büyüt.

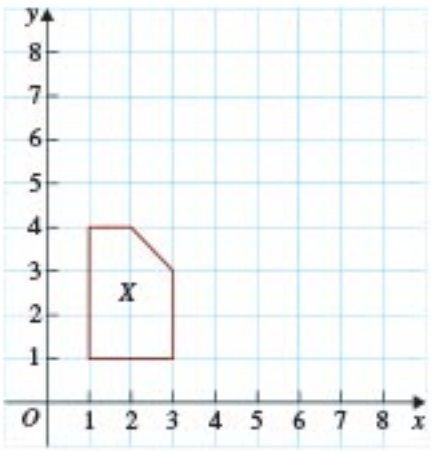


2. Büyütme merkezi O noktasında olmak üzere, ABC'yi 3 katsayısıyla büyüt.

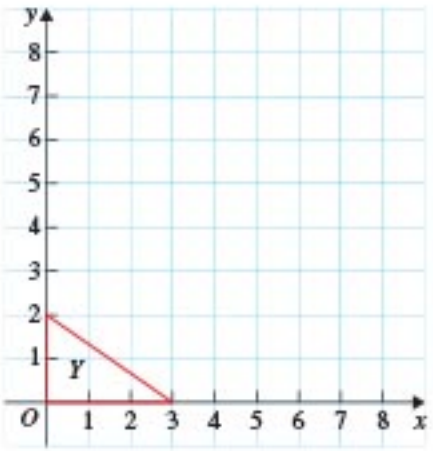


Ödev **3**, **4** ve **5** için, çizimleri defterde çiz.

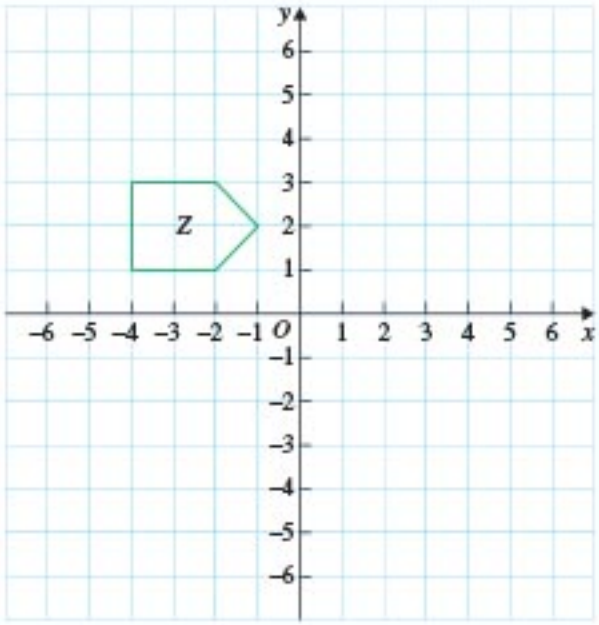
3. Katsayısı 2 ve merkezi (0,0) noktasında olacak şekilde, X 2B- formunu büyüt. büyüt.



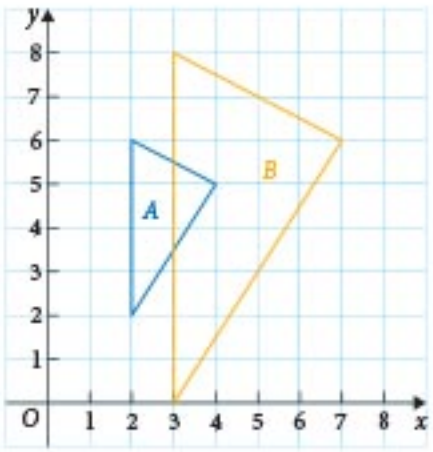
4. Katsayısı 3 ve merkezi (0,0) noktasında olacak şekilde, Y 2B- formunu şeklini



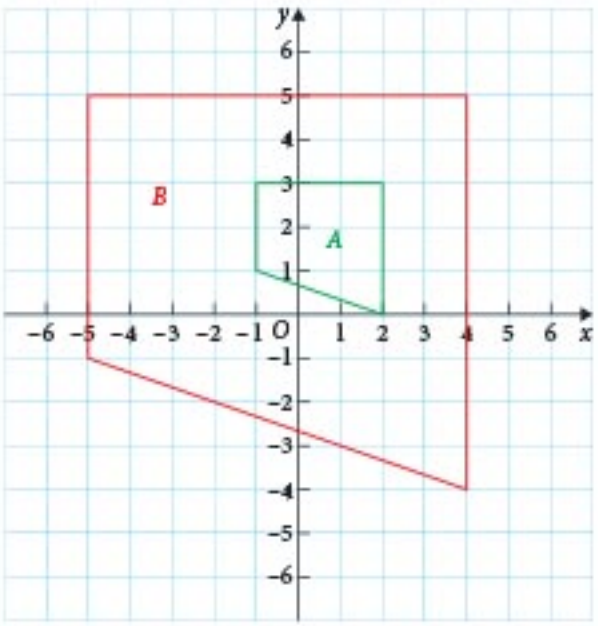
5. Katsayısı 3 ve merkezi (-5,4) noktasında olacak şekilde, Z 2B- formunu büyüt.



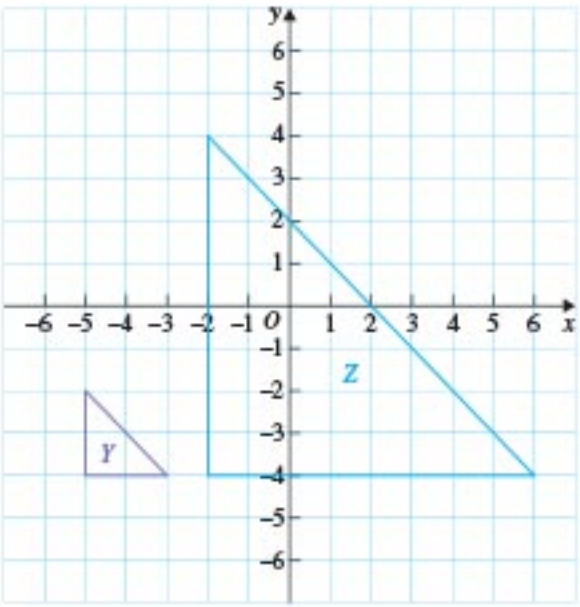
6. *A* 2B- formunu, B 2B- formuna dönüştüren eşlemeyi ayrıntılı olarak açıkla.



7. *A* 2B- formunu, *B* 2B- formuna dönüştüren eşlemeyi ayrıntılı olarak açıkla.



8. *Y* 2B- formunu, *Z* 2B- formuna dönüştüren eşlemeyi ayrıntılı olarak açıkla.



9. **a)** Her iki koordinat ekseninde -6'dan 6'ya kadar değerler ile koordinat sistemi çiz.

b) (2, 3), (3, 6) ve (3, 3) noktalarını işaretle. Üçgen oluşturmak için noktaları bağla. Üçgeni T ile işaretle.

c) T üçgenini katsayı 2 ve büyütme merkezi (5, 6) ile büyüt. Yeni üçgeni *U* ile işaretle.

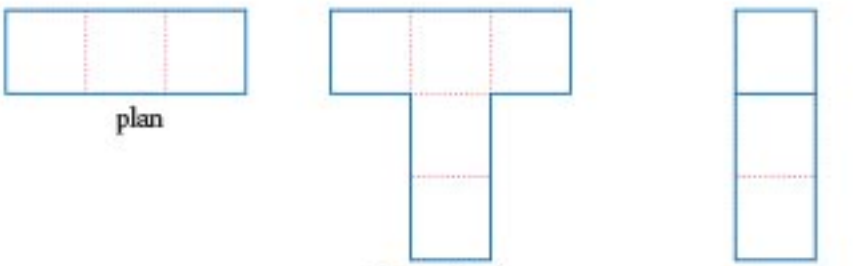
ç) *U* üçgenini katsayı 2 ve büyütme merkezi (3, 6) ile büyüt. Yeni üçgeni *V* ile işaretle.

d) T üçgeninden *V* üçgenine dönüşümü detaylı açıkla.

Dönüşüm büyütmedir. Büyütme merkezini bulabilmen için doğruları çiz.

Tekrarlama ödevleri

1. Şekilde bir plan ve iki tane 3B- formun izdüşümü gösterilmiştir.

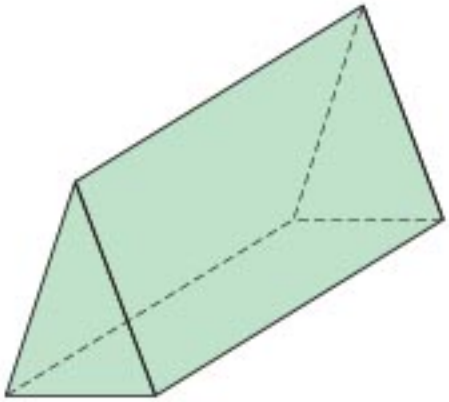


Bu 3B- formu izometrik kağıt üzerinde çiz.

2. Verilen 3B- formun cismin planını ve projeksiyonunu çiz.



3. a) Resimde tabanı ikizkenar üçgen olan prizma gösterilmiştir.

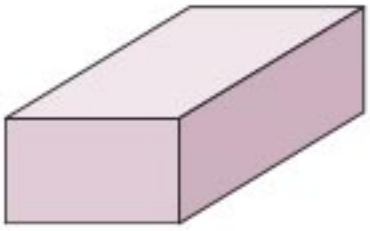


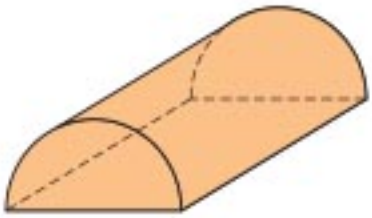
Resimi yeniden çiz ve bu 3B- formun için simetrik düzlemini çiz.

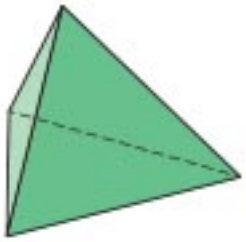
b) Verilen 3B- formun kaç simetri düzlemi olduğunu belirle.

4. Bu 3B- formların kaç simetri düzlemi olduğunu hesaplayınız:

a) Dikdörtgenler prizması **b)** tabanı yarım daire olan prizma **c)** düzgün üçgensel piramit (tabanı eşkenar üçgen olan piramit)







5. Verilen üçgenin 4,5 cm, 2,5 cm ve 4 cm uzunluğunda kenarları var.

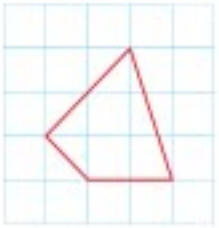
Üçgeni kutulu defterde çiz.

Üçgenden mozaik çiz.



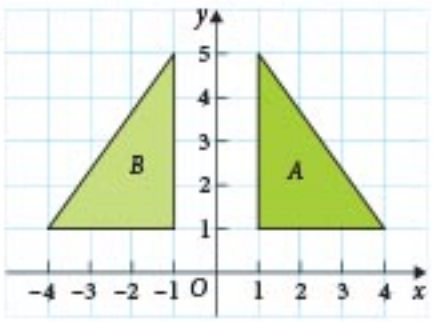
6. Dikdörtgeni kutulu defterde çiz.

Verilen dikdörtgenden mozaik çiz.

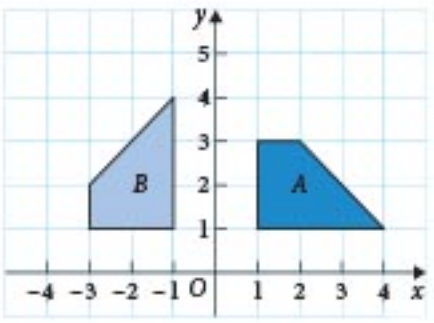


Ödev 7'den 14'e kadar A 2B- formunu B 2B- formuna dönüştüren eşlemeyi ayrıntılı olarak açıkla.

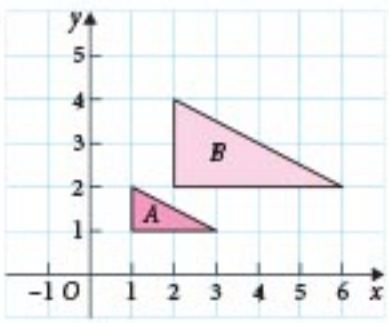
7.



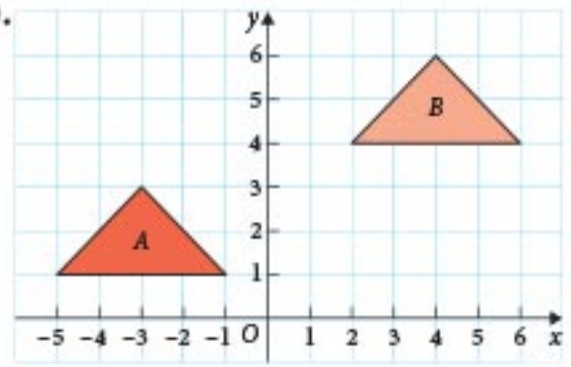
8.



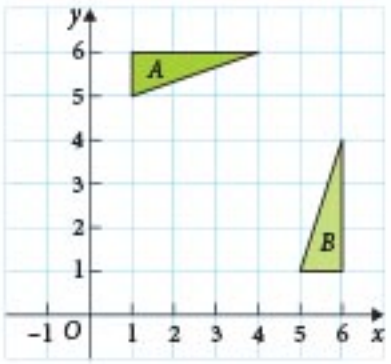
9.



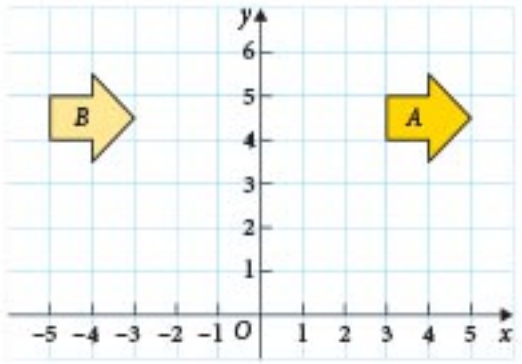
10.



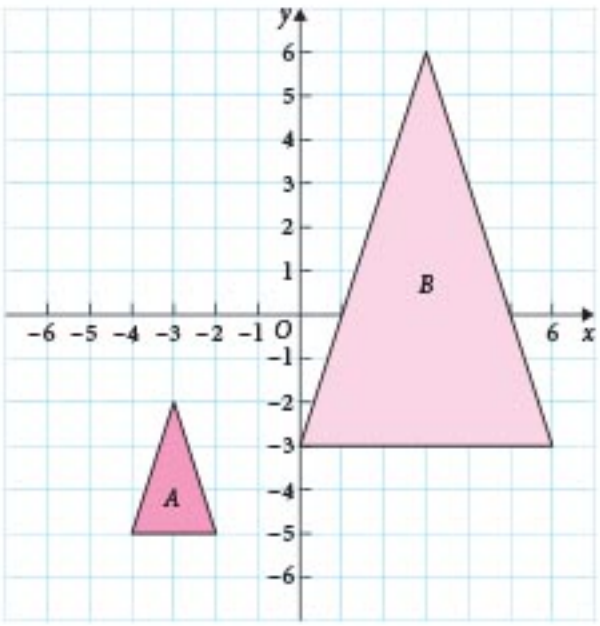
11.



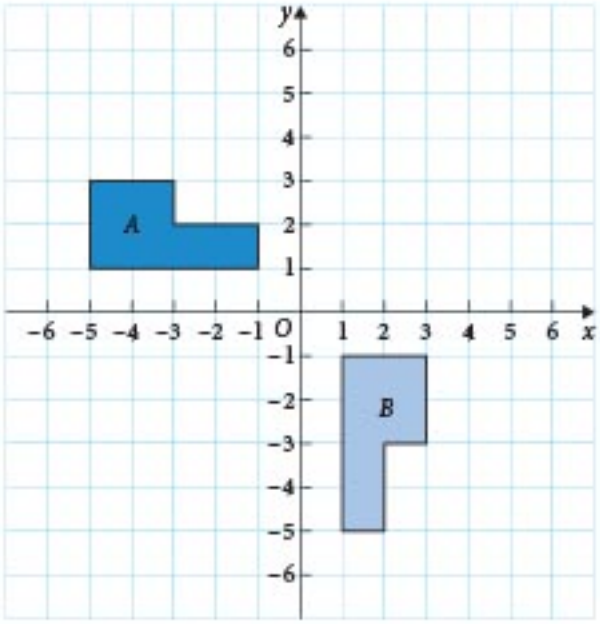
12.



13.



14.



15. Resmi kutulu defterde çiz.

a) A 2B- formunu (1,0) noktası etrafında 180° için döndür.

Elde edilen 2B- formu B ile işaret ediniz.

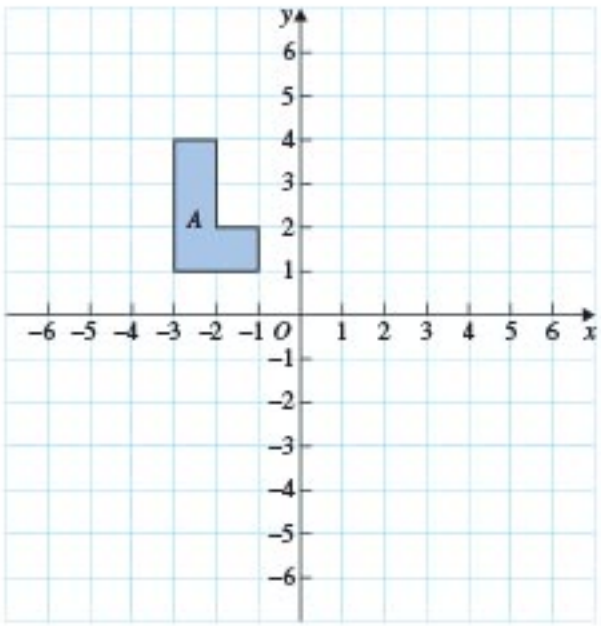
b) B 2B- formunun y- eksenine göre simetrik formunu bul.

Elde edilen yeni formu C ile işaret et.

c) C 2B- formunu (2, –2) vektörü ile ötele.

Elde edilen yeni formu Ç ile işaret ediniz.

ç) Ç 2B- formunu A 2B- formuna dönüştüren eşlemeyi ayrıntılı olarak açıkla.



16. Şekli, kareli defter kağıdında çiz.

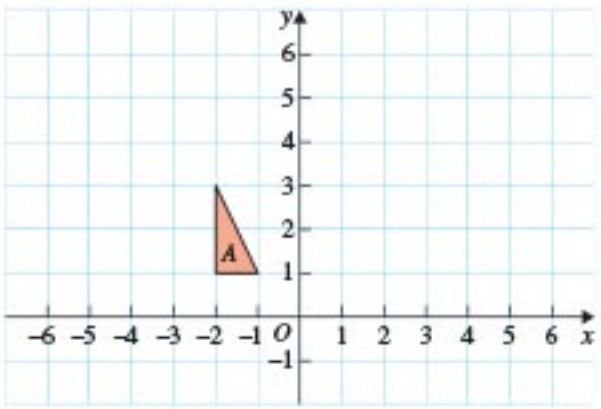
a) A üçgenini, katsayı 2 ve merkezi (–4,1) noktasında olacak şekilde büyüt.

Elde edilen yeni şekli 2B- formunu B ile işaret et.

b) Elde edilen yeni 2B- formunu C ile işaret et.

Yeni şekli C ile işaret et.

c) A'dan B'ye tek olan dönüşümü detaylı açıkla.



4 Ölçme ve Problemler Çözmek

Öğretim amaçları

- Bir ölçü birimini başka ölçü birimine, örneğin alan ölçü birimi mm^2 ve cm^2, cm^2 ve m^2 ve hacim ölçü birimi, örneğin mm^3 ve cm^3, cm^3 ve m^3 dönüştürüyor; 1 cm^3 = 1 ml ilişkisini biliyor ve kullanıyor.
- Arazi alanın hektar (ha) birimiyle ölçüldüğünü biliyor ve 1 ha = 10000 m^2 olduğunu biliyor. Hektarları metre kareye dönüştürüyor.
- Daire çevresi ve alanı ile ilgili problemler çözüyor ve hesap makinesinde π düğmesini kullanmayı biliyor.
- Sayıları belirli sayıda ondalık basamağa ya da belirli sayıda anlamlı rakama yuvarlıyor; yuvarlamayı problemin çözümünü belirli doğruluk derecesiyle elde etmesi için kullanıyor.
- Farklı bağlamlarda ölçme ile bağlı problemler çözüyor.

4.1 Ölçü Birimleri Dönüştürmek

Ölçü birimlerinin önekleri

Ölçü birimler sistemi, çok farklı büyüklüklere ait ölçü birimlerini kapsamaktadır.

Metrik sistem ya da Uluslararası ölçüm sistemi (Sİ), ondalık sisteme dayanan ölçüler sistemidir.

Örnek, kuvvet (newton), elektrik akımı (amper) ve frekans (hertz).

Şimdiye dek, uzunluk için (**metre**), kütle için (**gram**) ve sıvıların hacmi için (**litre**) ölçü birimlerini öğrendik.

Daha büyük ya da daha küçük ölçüleri belirtmek için, temel ölçü birimine önek yazılır. Şu tabloda, temel ölçü biriminin katları olan, büyük ölçü birimlerinin nasıl adlandırıldığını göstermektedir.

	deka	hekto	kilo	mega	ciga	tera	peta
10^0	10^1	10^2	10^3	10^6	10^9	10^{12}	10^{15}
bir	on	yüz	bin	milyon	milyar	bilyon	katrilyon

Örneğin, güç için ölçü birimi watt'tır.

Bir milyon watt, bir megawatt'a eşittir.

Aşağıdaki tablo temel ölçü birimlerden daha küçük ölçü birimler için bazı önekler göstermektedir.

	desi	santi	mili	mikro	nano	piko	femto
10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-15}
bir	onda biri	yüzde biri	binde biri	milyonda biri	milyarda bir	bilyonda biri	katrilyonda biri

Enerji için ölçü birimi joule (cul) 'dur.

Joule'un milyarda bir kısmı nanojoule'dur.

En sık kullanılan önekler **kilo**, **santi** ve **mili**'dir.

Örnek 1

Şu ifadeleri tamamla.

a) 2790 santimetre = ... metre

b) 5,8 litre = ... mililitre

c) 867 kilogram = ... ton

a) $1\,\text{cm} = \frac{1}{100}\,\text{m}$

$2790\,\text{cm} = \frac{1}{100} \cdot 2790\,\text{m}$

$2790\,\text{cm} = 27{,}9\,\text{m}$

$\frac{1}{100}$ ile çarpmak 100 ile bölmekle aynıdır.

$2790 : 100 = 27{,}9$ m

b) $1\,\text{l} = 1000\,\text{ml}$

$5{,}8\,\text{l} = 1000 \cdot 5{,}8\,\text{ml}$

$5{,}8\,\text{l} = 5800\,\text{ml}$

c) $1000\,\text{kg} = 1\,\text{ton}$

1 ton = 1000 kilogram.

$1\,\text{kg} = \frac{1}{1000}\,\text{ton}$

$867\,\text{kg} = \frac{1}{1000} \cdot 867\,\text{ton}$

$867\,\text{kg} = 0{,}867\,\text{ton}$

Örnek 2

Hasan'ın 2,4 metre uzunluğunda tahta parçası vardır.

Küçük oyuncuklar yapmak için tahtayı şu şekilde ayırmak istiyor.

I 125 mm uzunluğunda 4 parça

II 9,5 cm uzunluğunda 7 parça

III 0,45 m uzunluğunda 2 parça

a) Kesilmesi gereken toplam uzunluğu hesapla.

Çözümleri santimetreyle ifade et.

b) Hasan gereken parçaları kestikten sonra tahta parçadan ne kadar kalacak?

a) **I** $4 \cdot 125 = 500\,\text{mm}$

$500\,\text{mm} = 50\,\text{cm}$

Dört parçanın 50 cm'lik toplam uzunluğu vardır.

II $7 \cdot 9{,}5 = 66{,}5\,\text{cm}$

Yedi parçanın 66,5 cm'lik toplam uzunluğu vardır.

III $2 \cdot 0{,}45 = 0{,}9\,\text{m}$

$0{,}9\,\text{m} = 90\,\text{cm}$

İki parçanın 90 cm'lik uzunluğu vardır.

$50 + 66{,}5 + 90 = 206{,}5\,\text{cm}$

Hasan'ın kesmesi gereken toplam uzunluk 206,5 cm'dir.

b) $2{,}4\,\text{m} = 240\,\text{cm}$

$240 - 206{,}5 = 33{,}5\,\text{cm}$

Gereken uzunluğu kestikten sonra, tahta parçadan 33,5 cm kalmış.

Ödevler

1. Şu ifadeleri yaz ve tamamla.

a) 84,9 kilometre = ... metre.

b) 129 santimetre = ... milimetre.

c) 37,5 ton = ... kilogram.

ç) 8436 santimetre = ... metre.

d) 5,9 metre = ... mililitre.

e) 21434 mililitre = ... litre.

f) 125 kilogram = ... gram.

g) 8030 metre = ... kilometre.

2. Aşağıdaki ifadeleri tamamlamak için doğru ölçü birimini seç.

a) Hesap makinesi, yaklaşık 16..... uzundur.

b) Kahve fincanı, yaklaşık 300 ..... biriktiriyor.

c) Yatak, yaklaşık 2 ..... uzundur.

ç) Dizüstü bilgisayarın yaklaşık 2,25 ..... kütlesi var.

d) Üsküp'ten Pirlepe'ye kadar mesafe yaklaşık 135 .....'dir

e) Kağıt ataşı yaklaşık 30..... uzundur.

3. Sağ tarafta poğaçaların hazırlama tarifi gösterilmektedir.

1 bardak unun kütlesi 125 gramdır.

1 ml suyun kütlesi 1 gramdır.

Tarifte tüm malzemelerin toplam kütlesini hesapla.

Çözümü kilogram olarak ifade et.

Tarif

150 g tereyağ
175 g şeker
4 bardak un
25 g tuz
14 g maya
200 ml su

4. Bir demir paranın kütlesi 2,268 gramdır.

Elena, 960 adet demir parayla bir torba bulmuş.

a) Torbadaki tüm demir paraların toplam kütlesini kilogramla hesapla.

Çözümü 2 ondalık basamağa yuvarla.

İlk önce toplam kütleyi gramla hesapla.

b) Bir demir paranın kalınlığı 1,35 milimetredir.

Elena, demir paraları üst üste dizmeyi deniyor.

Üst üste dizilmiş paraların yüksekliği ne kadar olacaktır?

Çözümü metrelerle ifade et.

İlk önce toplam yüksekliği milimetreyle hesapla.

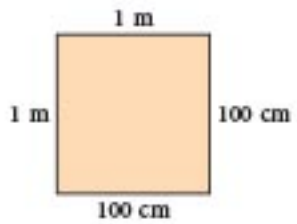
5. a) 1 kilometrede kaç santimetre olduğunu hesapla.

b) Hangi ölçü birimi 1000000000 miligrama eşittir?

İlk önce 1 km'yi metreye dönüştür.

4.2 Alan

1 metre kenarlı kareyi inceleyelim.



Onun alanı $1 \cdot 1 = 1\ m^2$'dir.

Karenin kenarı 100 santimetre olduğunu söyleyebiliriz.

O zaman alanı $100 \cdot 100 = 10000\ cm^2$'dir.

Demek ki, $\mathbf{1\ m^2 = 10000\ cm^2}$

Karenin kenarını milimetreyle ölçersek, o zaman 1000 mm uzundur.

Böyle durumda alanı $1000 \cdot 1000 = 1000000\ mm^2$'dir.

Demek ki, $\mathbf{1\ m^2 = 1000000\ mm^2}$

Alan ölçü birimlerini bir birimden başka birime dönüştürmek için, **uzunluk dönüşüm katsayısının karesini bulmalıyız.**

Örneğin, 1 km = 1000 m.

Bu yüzden, $1\ km^2 = 1000 \cdot 1000 = 1000000\ m^2$.

Örnek 1

Bir yaprak kağıdın 220 cm^2 alanı vardır.

Alanı mm^2'ye dönüştür.

Alan ölçü birimlerini, başka ölçü birimine dönüştürdüğümüz zaman, uzunluk dönüştürme katsayısının karesini hesaplıyoruz.

$1\ cm = 10\ mm$ Bu uzunluk dönüştürme katsayısıdır.

$1\ cm^2 = 10\ mm \cdot 10\ mm = 100\ mm^2$ Bu alan dönüştürme katsayısıdır.

$220\ cm^2 = 220 \cdot 100\ mm^2 = 22000\ mm^2$

Örnek 2



Bir parselin 0,3 km^2 alanı vardır.

Müteahhit, bu parselde evler inşa etmek istiyor.

Her evin 600 m^2'lik bireysel parselde inşa edilmesi gerekiyor.

a) 0,3 km^2'yi m^2'ye dönüştür.

b) Bütün parselde toplam kaç evin inşa edilebileceğini hesapla.

a) $1\ km = 1000\ m$ Bu, uzunluk dönüştürme katsayısıdır.

$1\ km^2 = 1000\ m \cdot 1000\ m = 1000000\ m^2$ Bu, alan dönüştürme katsayısıdır.

$0{,}3\ km^2 = 0{,}3 \cdot 1000000\ m^2 = 300000\ m^2$

b) $300000 : 600 = 500$

Bütün parselde toplam 500 ev inşa edilebilir.

Hektar

Arazi ölçmek

Hektar, arazi alanını ölçmek için kullanılan ölçü birimidir.

Çoğu ülkelerde hektar ölçü birimi olarak kullanılıyor, fakat bazı ülkelerde hâlen akr (acre) ölçü birimi de uygulanıyor.

Geçmişte bir akr ölçü birimi, bir gün içinde bir çift öküzle sürülebilen alana uyduğu düşünülüyormuş.

Bir akr 0,4 hektarlık ya da yaklaşık 4000 m^2'lik alana yakındır.

Akr ABD, Pakistan, Hindistan ve Avustralya gibi bazı ülkelerde hâlen kullanılıyor.



Örnek 2'deki 0,3 km²'lik alan 500 ev için yeterlidir.

Bu örnek 1 km²'nin çok büyük alan olduğunu gösteriyor.

Böyle durumlarda 1 m² ve 1 km² arasında olan alan ölçü birimine gerek var.

Böyle bir ölçü birimi **hektardır (ha).**

1 ha = 10000 m²

Hektar tarlalar, çiftlikler, parklar ve benzer türlerin alanları için kullanılıyor.

Örnek 3

Dönüştür:

a) 4,5 ha m²'ye **b)** 150000 m² hektara

a) 1 ha = 10000 m²

4,5 ha = 4,5 · 10000 m² = 45000 m²

Daha büyük ölçü biriminden daha küçük ölçü birime dönüştürdüğümüz zaman, çarpıyoruz.

b) 10000 m² = 1 ha

$150000\ m^2 = \frac{150000}{10000}\ ha = 15\ ha$

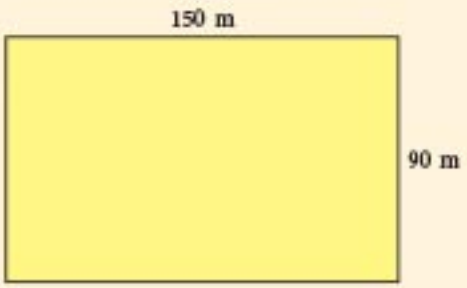
Daha küçük ölçü biriminden daha büyük ölçü birime dönüştürdüğümüz zaman, bölüyoruz.

Örnek 4

Resimde bir tarlanın planı tanımlanmıştır.

a) Alanı m²'le hesapla.

b) Alanı hektarla hesapla.



a) Dikdörtgenin alanı = uzunluk · genişlik

Alan = 150 · 90

Alan = 13500 m²

b) 1 ha = 10000 m²

$13500\ m^2 = \frac{13500}{10000}\ ha = 1{,}35\ ha$

Ödevler

1. Aşağıdaki ifadeleri yeniden yaz ve boşlukları doldur.

a) 1 m² = ... cm² **b)** 1 cm² = ... mm²

c) 1 km² = ... m² **ç)** 1 ha = ... m²

2. cm²'ye dönüştür.

a) 3 m² **b)** 2,8 m² **c)** 400 mm² **ç)** 1000 mm²

d) 0,5 m² **e)** 20 mm² **f)** 100 m² **g)** 32 mm²

3. mm^2'ye dönüştür.

a) $4\ cm^2$ **b)** $7{,}5\ cm^2$ **c)** $2\ m^2$ **ç)** $6{,}8\ m^2$

4. m^2'ye dönüştür.

a) $3\ km^2$ **b)** $8000\ cm^2$ **c)** $9000000\ mm^2$ **ç)** $7{,}2\ km^2$

5. m^2'ye dönüştür.

a) 4 ha **b)** 12 ha **c)** 7,5 ha **ç)** 2,35 ha

6. Hektara dönüştür.

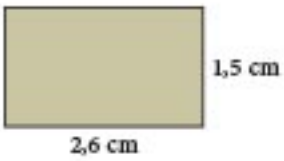
a) $60000\ m^2$ **b)** $150000\ m^2$ **c)** $85000\ m^2$ **ç)** $5000\ m^2$

7. Dikdörtgenlerin alanlarını hesapla.

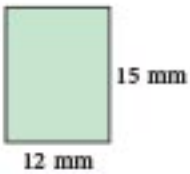
a)



b)



c)



Çözümleri şu birimlerde yaz: I cm^2 II mm^2

8. Bir oyun alanın 165 metre ve 88 metre boyutları vardır.

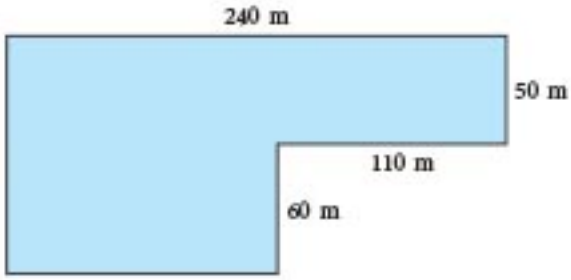
Oyun alanın alanını hektarlarla hesapla.

9. At yetiştiricisi, her hayvan için 4000 m^2 mekân alanı gerekli olduğunu hesaplamış.

2 hektarlık alanda kaç atın korunabileceğini hesapla.

10. Resimde büyük bir tarla tanımlanmıştır.

Tarla iki dikdörtgenden oluşuyor.



a) Tarlanın alanını m^2'le hesapla.

Alanı hesaplaman için tarlayı iki dikdörtgene ayır.

b) Alanı hektarlara dönüştür.

11. Küçük bir boya kutusuyla $1{,}5\ m^2$ odun alanı boyalanabilir.

Selver'in 12 odun parçası var, hepsi dikdörtgen şeklindedir ve 35 cm ve 40 cm boyutları vardır.

Dikkat et, farklı ölçü birimler kullanılıyor, uzunluklar cm ile verilmiştir, alan ise m^2 ile verilmiştir.

a) Bir odun parçasının alanını hesapla.

b) Bir boya kutunun 12 odun parçası boyalanması için yeterli olup olmadığını hesapla.

12. A4 formatında kağıdın alanı, A3 formatında kağıdın alanının yarısıdır.

A3 formatında kağıdın alanı, A2 formatında kağıdın alanının yarısıdır.

A2 formatında kağıdın alanı, A1 formatında kağıdın alanının yarısıdır.

A1 formatına kağıdın alanı, A0 formatına kağıdın alanının yarısıdır.

A0 formatında kağıdın 1 m² alanı vardır.

a) A0 formatında kağıdın alanını, A4 formatında kağıdın alanına göre kesir şeklinde yaz.

b) A4 formatında kağıdın alanını cm²'de hesapla.

Önce alanı cm² olarak A0 formatına dönüştürünüz.

13. Bir parselin alanı 0,3 km²'dir.

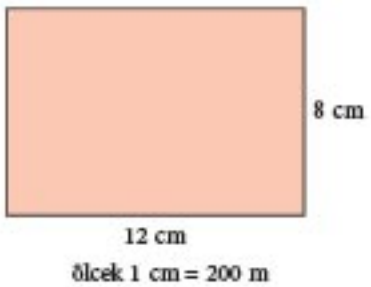
a) Alanı hektara dönüştür.

İlk önce m²'ye dönüştür.

b) 1 km²'de kaç hektar vardır?

14. Haritada gösterilen ormanın boyutları 12 cm ve 8 cm'dir.

Haritanın ölçeği 1 cm = 200 m'dir.



a) Haritadaki ormanın alanını cm²'le hesapla.

b) Ormanın gerçek alanını m²'le hesapla.

Alanı hesaplamadan önce, uzunlukları metreye dönüştürmek için ölçeği kullan.

c) Çözümü hektarlarla yaz.

4.3 Daire

Dairenin çevresi



VIII. sınıfta dairenin çapı d veya yarıçapı r biliniyorsa, daire **çevresinin**, L, nasıl hesaplandığını öğrenmiştik.

$L = \pi d$ ya da $L = 2\pi r$

π („pi" okunuyor) yaklaşık 3,142'ye eşittir.

Hesap makinelerinde π değerini daha kesin belirten π düğmesi vardır.

Hesap makinesinde büyük olasılıkla 3,141592654 elde edilecek.

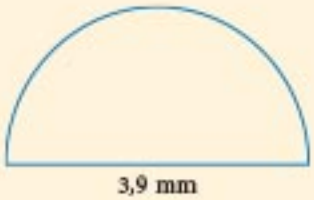
Daha da hassas hesap makineleri vardır.

Örnek 1

2B- formların çevrelerini hesaplayınız. Çözümleri 3 anlamlı rakama yuvarla.

a) Daire **b)** Yarım daire **c)** Çeyrek daire







a) Yarıçap 4,6 cm'dir.

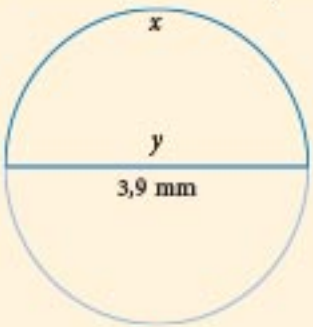
$L = 2 \cdot \pi \cdot 4{,}6$ $L = 2\pi r$ formülünü kullanıyoruz

$= 28{,}90265241$ Hesap makinesiyle hesaplanmış π.

$= 28{,}9$ cm 3 anlamlı rakama yuvarlanmış.

b) 2B- formu yarım daire ve o dairenin çapından meydana gelmiştir.

Yarım dairenin uzunluğu x tüm dairenin çevresinin yarısına eşittir.



$x = \frac{\pi \cdot 3{,}9}{2}$ Çünkü $\frac{\pi d}{2}$ daire çevrenin yarısıdır.

$x = 6{,}126105675$ Hesap makinesiyle hesaplanmış π.

2B- formun ikinci kısmı çapıdır.

$y = 3{,}9$ mm

Toplam çevre $= x + y$

$= 6{,}126105675 + 3{,}9$

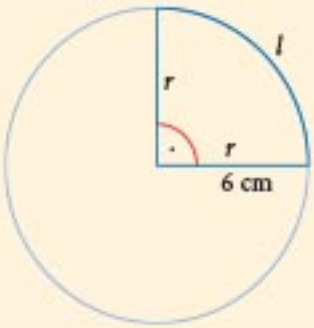
$= 10{,}02610567$

$= 10{,}0$ mm 3 anlamlı rakama yuvarlanmış.

c) Bu 2B- formu dairenin çeyreğidir.

2B- formu, çember yayıyla ve iki yarıçaptan oluşan bir çeyrek daireden meydana gelmiştir.

l kısmının uzunluğu daire çevresinin çeyreğine eşittir.



$l = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6}{4}$ Çünkü $\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{4}$ çevrenin çeyreğidir.

$= 9{,}424777961$ Hesap makinesiyle hesaplanmış π.

Her iki doğru parça yarıçapa eşittir, $r = 6$ cm.

Toplam çevre $= l + 2r$

$= 9{,}424777961 + 2 \cdot 6$

$= 21{,}424777961$

$= 21{,}4$ cm 3 anlamlı rakama yuvarlanmış.

Dairenin alanı

r yarıçaplı dairenin alanı P için formül şudur:

$P = \pi r^2$

Örnek 2

Önceki örnekteki 2B- formunun alanını belirtiniz.

a) Dairenin yarıçapı 4,6 cm'dir.



$P = \pi \cdot 4{,}6^2$ $P = \pi r^2$ formülünden

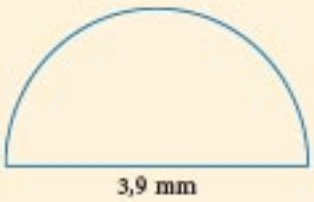
$= 66{,}47610055$ Hesap makinesiyle hesaplanmış π.

$= 66{,}48$ cm² 2 ondalık basamağa yuvarlanmış.

Ölçü birimi cm²dir çünkü alan hesaplıyoruz.

b) Yarım dairenin alanı, daire alanının yarısıdır.

Çap 3,9 mm olduğuna göre, yarıçap 3,9 : 2 = 1,95 mm'dir.



$P = \frac{\pi \cdot 1{,}95^2}{2}$ Alanın yarısı $= \frac{\pi \cdot r^2}{2}$

$= 5{,}972953033$ Hesap makinesiyle hesaplanmış π.

$= 5{,}97$ mm² 2 ondalık basamağa yuvarlanmış.

c) Çeyrek dairenin alanı, 4 ile bölünmüş dairenin alanıdır.

Yarıçap 6 cm'dir.

$P = \frac{\pi \cdot 6^2}{4}$ Alanın çeyreği $= \frac{\pi \cdot r^2}{4}$

$= 28{,}27433388$ Hesap makinesiyle hesaplanmış π.

$= 28{,}27\ cm^2$ 2 ondalık basamağa yuvarlanmış.



Ödevler

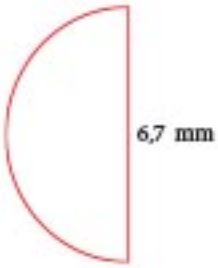
Aşağıdaki ödevlerde çözümleri 3 anlamlı rakama yuvarla.

1. 2B- formların çevresini hesapla:

a)



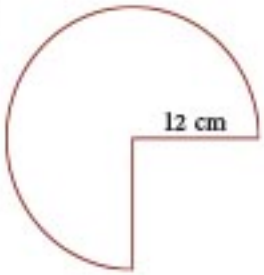
b)



c)

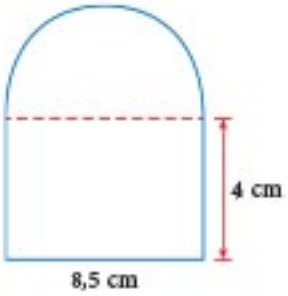


ç)



2. Önceki örnekteki her 2B- formun alanını hesapla.

3. Bu 2B- form dikdörtgen ve yarım daireden meydana gelmiştir.

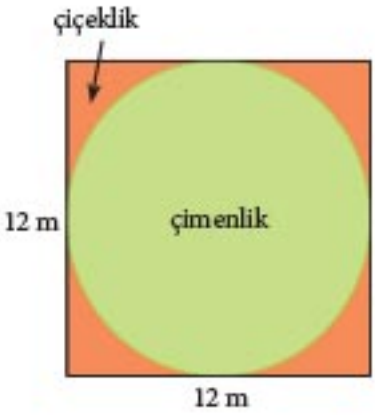


Hesaplayınız: **a)** 2B- formun alanını.

b) 2B- formun çevresini.

4. Bir bahçenin kenarı 12 metre olan kare şekli var.

Bahçede tüm kenarları değen daire şeklinde çimenlik vardır. Her köşede çiçeklik vardır. Resimde bahçenin planı gösterilmiştir.



a) Bütün bahçenin alanını hesapla.

b) Çimenliğin alanını hesapla.

c) Bir çiçekliğin alanını hesapla.

5. Çevresi aşağıda verilmiş dairenin çapını hesapla:

a) 25 cm **b)** 76 mm **c)** 5 m

6. Çevresi aşağıda verilmiş dairenin yarıçapını hesapla:

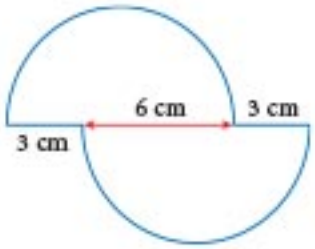
a) 65 cm **b)** 5,9 mm **c)** 2,5 m

7. Bir şirketin logosu iki yarım daireden yapılmıştır.

a) Logonun alanını hesapla.

b) Logonun çevresini hesapla.

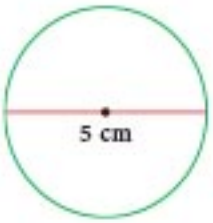
2B- formu iki yarım daireden oluşuyor.



Çizgilerin uzunluklarını yayların uzunluklarıyla toplaman gerekiyor.

8. Aşağıda gösterilen her üç 2B- formun çevresi eşittir.

Harflerle işaretlenmiş kenarların uzunluklarını hesapla.







İlk önce dairenin çevresini hesapla. Ondan sonra hesapladığın çevreyi, verilmiş bilinmeyen uzunlukla denklem oluşturarak diğer 2B- formların çevrelerini hesaplamak için kullan.

Çizimler gerçek büyüklükte çizilmemiştir.

9. Bir dairenin 14,8cm² alanı vardır.

Dairenin yarıçapını hesapla.

$\pi r^2 = 14{,}8$ denklemini çöz

10. Resimde Ayın yüzeyinde dairesel krater gösterilmiştir.

Kraterin çevresi 120 km olduğu tahmini yapılmıştır.

Kraterle kapsanmış kısmın alanını hesapla.

İlk önce kraterin yarıçapını hesapla.



Tekrarlama ödevleri

1. Bir inşaat tuğlanın ağırlığı 2,7 kg'dır.

840 tuğlanın ağırlığını hesapla.

Elde edeceğin neticeyi tonlarla ifade et.



2. Zoritsa'nın 3 litre sıkılmış portakal meyve suyu ile şişesi vardır.

180 mililitrelik kaç bardak doldurabileceğini hesapla.

3. Marko'nun 2,8 m uzunluğunda bir odun parçası vardır.

Odunu12 cm küçük parçacıklara ayırmak istiyor.

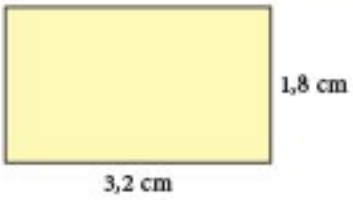
Odunu kaç küçük parçacıklara ayırabileceğini hesapla.

4. 1 denar demir paranın ağırlığı 5,10 gramdır.

Stefan'ın 1 denar demir paralardan oluşan ve içerisinde 500 denar olan kumbarası vardır.

Kumbarada bulunan demir paraların toplam ağırlığını hesapla.

5. **a)** Resimde verilen dikdörtgenin alanını cm^2'le hesapla.



b) Alanı mm^2'le hesapla.

6. Aşağıdaki alanları cm^2'ye dönüştür.

a) $2\ m^2$ **b)** $200\ mm^2$

c) $6{,}5\ m^2$ **ç)** $5000\ mm^2$

7. m^2'ye dönüştür.

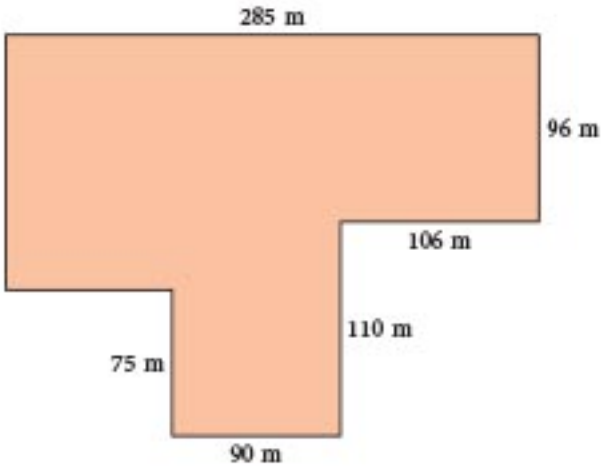
a) $4\ km^2$ **b)** $80000\ cm^2$

c) $9{,}6\ km^2$ **ç)** $5000000\ mm^2$

8. Bir futbol sahanın 195 metre ve 96 metre boyutları vardır.

Sahanın alanını hektarla hesapla.

9. Çizimde inşaat arsanın planı gösterilmiştir.

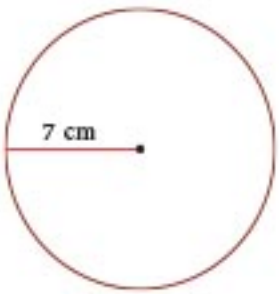


a) Arsanın alanını m^2'de hesapla.

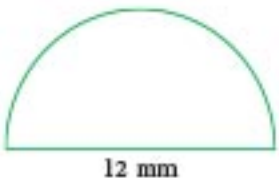
b) Çözümü hektara dönüştür.

10. Şu 2 boyutlu şekillerin çevrelerini hesapla.
Çözümü 3 anlamlı rakama yuvarla.

a)



b)

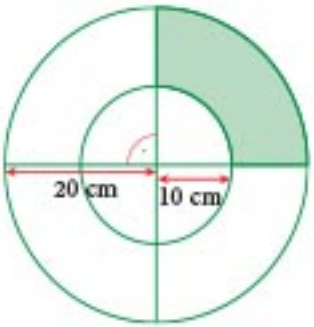


c)



11. Önceki örnekteki her 2B- formun alanını hesapla.

12. 2B- formu, biri 20 cm yarıçaplı, diğeri ise 10 cm yarıçaplı olan ortak merkezli iki daireden meydana gelmiştir.



Daireler dört çeyreğe ayrılmıştır.

Boyanmış kısmın alanını hesapla.

Büyük dairenin alanının $\frac{1}{4}$'den, küçük dairenin alanından $\frac{1}{4}$'ni çıkar.

5 Verilerle Çalışmak ve Problemler Çözmek

Öğretim amaçları

- İstatistik yöntemleri uygulayarak, araştırma soruları öneriyor; gereken veriler kümesini ve onların nasıl biriktiğini tanıyabiliyor; örneğin büyüklüğünü ve doğruluk derecesini belirliyor.
- Uygun verilerin birincil veya ikincil kaynaklarını belirtiyor.
- Biriken veriler listesini üretiyor, tespit ediyor ve temizliyor.
- Farklı stratejilerin ve yaklaşımların etkinliğini inceliyor, değerlendiriyor ve çözme sürecini geliştiriyor.
- Veriler biriktirmek için alet ya da basit anket için anket formu oluşturuyor ve kullanıyor.
- Yazılı, tablolu, grafiksel ve diyagramlı şekilde bilgileri kesin olarak belirliyor, organize ediyor, tanımlıyor ve yorumluyor.
- Kesikli ve sürekli veriler biriktiriyor ve düzenliyor, gerektiği yerde uygun eşit sınıf aralıkları seçiyor.
- Aşağıdakiler dahil diyagramlar ve grafikler seçiyor, çiziyor ve yorumluyor:
  - kesikli ve sürekli veriler hakkında frekans (sıklık) diyagramları;
  - zaman aralığı hakkında doğrusal (lineer) grafik;
  - bağıntı (ilişki) anlayışını geliştirmek amaçlı noktalı diyagramlar;
  - ardışık gövde-yaprak diyagramlar.
- İki veya fazla dağılımı karşılaştırıyor, dağılım formunu ve uygun istatistik kullanarak sonuçlar getiriyor.
- İstatistik hesaplamalar gerçekleştiriyor ve sorunla en yakın istatistiği seçiyor.
- Neticeleri ve sonuçlar birincil sorularla bağlıyor.

5.1 Araştırmayı Planlamak

Araştırmada sorular seçimi

İstatistik araştırmayı asıl başlamadan önce, soracağımız soruyu veya soruları nasıl formülleştireceğimizi çok iyi düşünmeliyiz. Böylece hangi verileri biriktireceğimizi ve verileri nasıl biriktireceğimizi karar vermemize yardımcı oluyor.

Sorunun açık ve net olduğundan emin olmalıyız.

Bir uzun soru soracağımıza iki daha küçük soru sormamız her zaman daha iyidir.

Örnek 1

Yovana futbolla bağlı istatistik araştırma gerçekleştirmek istiyor.

Şunları öner:

a) Sorması gereken iki soru.

b) Her bir soru için gereken veriler.

Soru 1

a) Yovana şu soruyu sorabilir: „Futbol takımları, tribünlerde fazla seyirci olunca, fazla gol atıyor mu?"

b) Bu soru için Yovana'ya belirli sayıda futbol maçı için seyircilerin sayısı ve maçta alınan skorla ilgili bilgiler gerekecek.

Soru 2

a) Şu soruyu sorabilir: „Kaleci, diğer oyunculardan daha yüksek midir?"

b) Yovana'ya oyuncuların boy uzunluğu hakkında bilgiler gerekecek.

Örnek 2

Simon, tatillerle ilgili istatistik araştırma yapmak istiyor.

Şunları öner:

a) Sorması gereken iki soru.

b) Her bir soru için gereken veriler.

Soru 1

a) Simon şu soruyu sorabilir: „Daha sıcak ülkelerde tatil yapmak, daha soğuk ülkelerde tatil yapmaktan daha pahalı mıdır?"

b) Ona birkaç ülke için ortalama sıcaklıklar ve o ülkelerde konaklama masrafları hakkında bilgi gerekecek.

Soru 2

a) Simon şu soruyu sorabilir: „İnsanlar daha sıcak ülkelerde tatil yapmayı tercih ediyor mu?

b) Simon fazla kişiye tatil için nereye gitmeyi tercih ettiklerini ve neden oraya gitmek istediklerini sormalıdır.

Veri kaynakları

Birincil veriler kullanabiliriz. Birincil veriler, kendimiz biriktirdiğimiz verilerdir.

İkincil veriler kullanabiliriz. İkincil veriler, başka kimse tarafından daha önceden biriktirilen verilerdir.

İkincil veriler için çok sayıda kaynaklar vardır. Birçok ülke ulusal istatistikler yayınlıyor. İnternette büyük sayıda erişilebilir veri tabanları ve almanaklar vardır (Almanak genelde yılda bir yayınlanan kaynak kitabıdır).

Örneklem seçimi

Araştırmanın yararından olan bütün grubu **popülasyon (nüfus)** olarak adlandırıyoruz.

Popülasyondan her kişiye soru sormak mümkün olmayabilir.

Popülasyondan sadece bir kısmını seçtiğimiz zaman, popülasyondan seçtiğimiz kısıma **örneklem (numune)** denir.

Popülasyonun yaklaşık %10 sıkça uygun örneklem büyüklüğüdür. Genelde, minimum için yaklaşık 30 kişi yeterlidir.

Veriler toplama yöntemleri

Kendimiz veriler biriktirmemiz gerektiği zaman, **araştırma** yapmamız gerekiyor.

İnsanlara soruları **anket formu** yardımıyla ya da **görüşme** yoluyla sorabiliriz.

Anket formu genelde kağıtta basılıyor ve insanlar sorulara kendi başına cevap veriyorlar.

Görüşme sırasında, soruları biz doğrudan soruyoruz.

Herhangi bir olay için sonuçları yazmamız gerektiği zaman, **deneme** gerçekleştirmemiz veya **gözlemleri** not etmemiz gerekiyor.

Ölçmeleri kaydettiğimiz zaman, uygun **doğruluk derecesi** kullandığımızdan emin olmamız gerekiyor. Örneğin, 100 metre koşmak için gereken zamanı ölçüyorsak ve zamanı en yakın saniyeye yuvarlarsak, o zaman ölçtüğümüz sürelerin çoğu eşit olabilir. Saniyenin onda biriyle ölçme daha iyi doğruluk derecesi olur.

Örnek 3

Aşağıdaki soruları cevaplaman için verileri nasıl biriktirirsin?

a) Bir sınıfta öğrenciler arasında en popüler müzik tarzı hangisidir?

b) En popüler otomobil rengi hangisidir?

c) Tereyağıyla sürülmüş ekmek parçası elimizden düşerse, ekmeğin sürülmüş tarafa düşme olasılığı daha büyük müdür?

a) Araştırma yapacağız.

Sınıftaki öğrencileri sorabiliriz. Her öğrenciyi soruşturabiliriz veya herkese doldurmak için önceden hazırlanmış anket formu verebiliriz.

b) Gözlemleri yazacağız.

Okul otoparkında ya da okul girişi önünde geçen otomobillerin renklerini yazabiliriz.

c) Deney yapacağız.

Tereyağıyla sürülmüş ekmek yere bırakabiliriz ve sürülmüş tarafa düşüp düşmediğini yazabiliriz.

Örnek 4

Yovana voleybol takımının 20 oyuncunun yüksekliğini bulmak istiyor.

a) Takımın her oyuncusunu sorması mı gerekiyor, örneklem mi seçmesi gerekiyor?

b) Yovana ne kadar doğruluk derecesi kullanmalıdır?

a) Yovana takımın her oyuncusunu sorması gerekiyor, çünkü sadece 20 oyuncu vardır.

b) En yakın santimetreye yuvarlanmış ölçme yeterli olacaktır.

Ödevler

1. Aşağıdaki araştırmalar için sorulabilecek bir soru öner ve şunlarla ilgili araştırmalar için gereken verileri belirle:

a) Tenis

b) Müzik enstrümanı satın alması

c) Zaman

ç) On sekiz yaşında kişiler tarafından otomobil satın alma.

2. Aşağıdaki araştırmaları yapmak için birincil veriler mi ikincil veriler mi kullanırsın:

a) Sınıfındaki öğrencilerin yüksekliği

b) Yaşadığın kentte ya da köyde geri dönüşüm alışkanlıkları

c) Yaşadığın ülkende geri dönüşüm alışkanlıkları

ç) Dünya ülkelerin yüzeyi

d) Hava koşulları?



3. Şunlarla ilgili veriler biriktirmek için hangi yöntemin en iyi olduğunu belirlemen için araştırma, deney veya gözetleme seç:

a) Sınıfında öğrencilerin arasında hangi film türü en popüler olduğunu tespit etmek.

b) Otomobille yolculuk yapan insanların sayısını araştırmak.

c) Yaşadığın kentte ya da köyde insanların bakımını yaptıkları evcil hayvanlar sayısını araştırmak.

ç) Gençlerin, yetişkin kişilerden daha hızlı reflekslere sahip olup olmadıklarını tespit etmek.

d) Bir suni gübrenin diğerinden daha iyi olup olmadığını tespit etmek.

e) Yeni yüzme havuzunun eskisinden daha iyi olup olmadığını tespit etmek.

f) Yeni yüzme havuzunu her gün kaç kişinin kullandığını tespit etmek.

4. Futbol kulüp yönetisici, taraftarların maç sırasında ikram hizmetleri isteyip istemediklerini tespit etmek istiyor.

a) Yöneticinin neden taraftarlardan belli örneklemeyi sorması gerektiğini açıkla.

b) Yöneticinin kaç taraftarı sorması gerekiyor?

5. Bir şirket her gün 1000 ampul üretiyor.

Şirketin yöneticileri bir ampulün ortalama kullanma süresini tespit etmek için ampülleri test etmek istiyor.

a) Şirketin örneklem kullanması neden gerekli olduğunu gösteren iki neden say.

b) Örneklemde kaç ampulün olması gerekiyor?

c) Ampulün kullanma süresi ölçüldüğü zaman kullanabilecekleri doğruluk derecesini öner.

6. Şunları araştırmak için ne kadar doğruluk derecesi uygun olur:



a) Bir grup insanın egzersiz için harcadıkları zaman.

b) Olimpiyat atletin 100 metre koşması için gereken süre.

c) İki kent arasındaki mesafe.

ç) Ailelerin günlük su harcama miktarı.

7. Marina büyük bir kentte güzellik salonu sahibidir.

Marina aynı kentte yeni bir salon açmayı düşünüyor.

İkişer ve üçer kişilik gruplarda şunlarla ilgili görüşlerinizi yazın, ardından cevapları verin:

Kentin büyük olduğunu unutma, dolayısıyla orada yaşayan veya çalışan çok kişi vardır.

a) Marina'ya sorması gereken soruyu önerin.

b) Doğru karar getirmesi için hangi veriler gereklidir?

c) Bu veriler birincil mi, ikincil midir?

ç) Verileri elde etmek için hangi veri biriktirme yöntemini kullanmalıdır?

d) Hangi diğer etkenleri göz önüne alabilir?

8. Kire, en sevdiği basketbol kulübün başarısını tespit etmek istiyor.

İkişer ve üçer kişilik gruplarda şunlarla ilgili görüşlerinizi yazın, ardından cevapları verin:

Dahil edilebilecek iki grup insanlar vardır – seyirciler ve oyuncular. Her iki grup göz önüne alınmalıdır.

a) Kire'ye sorması gereken soruyu önerin.

b) Hangi veriler gereklidir?

c) Bu veriler birincil mi, ikincil midir?

ç) Hangi diğer etkenleri göz önüne alabilir?

5.2 Veri Biriktirme Aleti

İlk anket formu (soru kağıdı)

Sir Francis Galton Birmingham'de 1822 yılında doğmuş.

Sivil teşkilatlarda bilgiler biriktirmek için araştırmalar ve anket formun kullanımını tanıtmış.

Anket formların ve araştırmaların bugün çok daha geniş kullanımı vardır.

Onlar, hareket tarzını ve planlama sırasında yardım edecek çok faydalı bilgiler veriyor.



Veri biriktirme veya toplama aletlerin kullanılışı kolay olmalıdır ve aranan verileri biriktirmeyi sağlamalıdır.

Kendimiz veri biriktirme aleti yaptığımız zaman, veri toplamak için kullanmadan önce test etmemiz iyidir.

Bu yüzden deneyler gerçekleştirilerek veri toplama aleti şu özelliklere sahip olduğundan emin olmalıyız:

- Kullanımı kolaydır.
- Bize gereken verileri gerçekten topluyor.

Sayısal veriler biriktirmek için, en sıkça olarak frekans (sıklık) tablosu kullanıyoruz.

- Büyük sayıda farklı değerler varsa, o zaman onları gruplara ayırmak iyidir.
- Gruplar eşit büyüklükte olmalıdır.
- Genelde beş ile sekiz arası grup sayısı yeterli olmalıdır. Sekiz gruptan yararlanıldığında fazlasıyla ayrıntılar (detaylar), beş gruptan az yararlanıldığında yeterince ayrıntılar yoktur.
- Gruplar en büyük ve en küçük değerlerin yazılmasını sağlamalıdır.

Grupları belirlediğimiz zaman, şunlara dikkat etmeliyiz:

- Boşluklar olmasın.
- Çakışma olmasın.

Örnek 1

Mustafa, sınıfındaki öğrencilerin aldıkları harçlıklar hakkında bilgiler biriktiriyor.

En küçük değerin 30 denar olmasını, en büyük değerin ise 210 denar olmasını bekliyor.

Mustafa'nın kullanabileceği veri biriktirme aletini yap.

Bu frekans (sıklık) tablosu en uygun olur.

Harçlık, denar	Çizgiler	Frekans
$0 < p \leq 50$		
$50 < p \leq 100$		
$100 < p \leq 150$		
$150 < p \leq 200$		
$200 < p \leq 250$		

Kullanılabilen çok sayıda başka gruplar vardır.

Örneğin, $20 < p \leq 70$, $70 < p \leq 120$, fakat tabloda verilen gruplardaki sayılarla çalışmamız daha kolaydır.

Örnek 2

Nikola, sınıfındaki öğrencilerin yüksekliği hakkında bilgi biriktiriyor.

Şu tabloyu kullanmaya karar vermiş.

Yükseklik, cm	Çizgiler	Frekans
140-150		
150-160		
165-180		

Tabloda dört eksiklik bul.

Boşluklar vardır, çünkü örneğin 162 cm yükseklik için yazılabilecek yer yoktur.

Çakışma vardır, çünkü 150 cm yükseklik iki gruba ait olur.

Sınıflar (Gruplar) aynı büyüklükte değildir.

Üç grupla yeterli detay biriktirilemez.

Anket formları

Çabuk cevaplanabilen sorulardan yararlanmalıyız.

Sorular kolay anlaşılabilir, çünkü aksi takdirde cevaplar gereken bilgileri vermeyecek.

Örneğin, „Ne kadar spor yapıyorsun?“ sorusuna bazıları „çok“ cevabını verebilir, bazıları ise „haftada birkaç saat“ diyebilir.

Sorular aşağılayıcı olmamalıdır.

Örneğin, çok sayıda insan gerçek yaşlarını söylemek istemiyor. Bu yüzden, en iyisi yaş aralıkları sunmaktır, örneğin, 20-29 yaş arası, 30-39 yaş arası vs.

Sorular yönlendirici olmamalıdır.

Örneğin, „Olağanüstü yeni yüzme havuzu hakkında ne düşünüyorsunuz?“ sorusu çok kişinin olumlu cevap vermesine yönlendirir. Anket formun amacı insanları düşüncelere algılamaktır, olumlu cevap vermeleri değil.

İnsanlar, anket formlarını cevaplarken çok fazla zaman harcamayı istemiyor. Çabuk cevaplanabilen sorulardan yararlanmalıyız. Evet/Hayır türünden sorular ve onaylama alanlı sorular hızlı cevap vermek için olumludur.

Bu arada, onaylama alanların şu özellikleri olmalıdır:

- boşluklar olmasın
- çakışma olmasın
- tüm cevap aralıkları bulunmalıdır
- „dengeli olsun“ öyle ki düşünceler hakkında aynı sayıda olumlu ve olumsuz cevap olacak.

Anket formları kullanılmadan önce test edilmelidir.

Testlerin amacı şunları kontrol etmektir:

- anket formunun anlayışlı olması
- gereken bilgileri sağlaması.

Örnek 3

Andrey, sınıfındaki öğrenciler televizyon izlemekte ne kadar zaman geçirdiklerini tespit etmek istiyor.

İki olası soru dikkate alıyor:

i Ne kadar televiyon izliyorsun?

ii Televizyon izlemekte kaç saat geçiriyorsun?

a) Her iki soruda birer eksiklik bul.

b) Andrey'in kullanabileceği daha iyi bir soru yaz.

a) i Hangi cevabın arandığı net olarak bilinmiyor. Bazı öğrenciler „çok" ya da „çok değil" cevabını verebilirler.

ii Soruda zaman aralığı yoktur. Bazı cevaplar belki bir akşam için geçerli olabilir, bazıları bir hafta için ya da başka bir zaman aralığı için geçerli olabilir. Bazıları da tam olarak hatırlamıyor.

b) Dün akşam kaç saat televizyon seyrettiniz?

- ❑ Hiç
- ❑ 1 saaten daha az
- ❑ 1-2 saat arasında
- ❑ 2 saat ya da fazla

Ödevler

1. Elena, okul yanında geçen otomobillerde kaç kişinin yolculuk yaptığını bilmek istiyor.

a) Bu verileri biriktirmek için kullanabileceği veri biriktirme aleti tasarla.

b) Eğer güvenli bir şekilde yapabiliyorsan, öğretmenin gözetimi altında, belli bir zaman aralığında, okulun önünde geçen otomobilerde kaç kişinin olduğunu sayarak, veriler formunu doldur.

2. Nevena, sevdiği televizyon dizisinde diğerlerine göre daha fazla reklamlar olup olmadığını öğrenmek istiyor.

a) Bu verileri biriktirmek için kullanabileceği veri biriktirme aleti tasarla.

b) Birkaç televizyon emisyonunu seçiniz ve veriler formunu doldurunuz. Bu şekilde sevdiğin dizideki reklamları ve diğer emisyonlardaki reklamları karşılaştırınız.

3. Mile, bahçesinde iki fasülye çeşidi yetiştiriyor.

Mile bir kökten hangi çeşidin fazla fasülye verdiğini tespit etmek istiyor.

Ayrıca, hiçbir kökten 9 fasülye taneciğinden daha az ve 51 fasülye taneciğinden daha çok tanecik elde edilmediğini biliyor.

Uygun gruplar kullan, aynı zamanda iki fasülye çeşidin olduğunu göz önüne al.

Kullanabileceği veri biriktirme aleti oluştur.

4. Katerina, insanların yerel otobüs servisini ne kadar sıkça kullandıklarını araştırmak için şu veri biriktirme aletini oluşturmuş.

Yerel otobüsü ne kadar sıkça kullanıyorsunuz?

❑ Hiçbir zaman

❑ Bazen

❑ Sıkça

❑ Her zaman

a) Bu veri biriktirme aleti için iki düzensizlik yaz.

b) Katerina'nın kullanabileceği daha iyi veri biriktirme aleti oluştur.

5. Eğlence parkın yöneticisi, insanların parktaki donanım için ne düşündüklerini bilmek istiyor.

O, araştırmasında şu soruyu sormuş.

Eğlence parkındaki donanım hakkında ne düşünüyorsunuz?

❑ Mükemmel

❑ Çok iyi

❑ İyi

❑ Memnun edici

❑ Zayıf

a) Cevaplar bölümünde bir eksiklik bul.

b) Araştırmada kullanılabilecek daha iyi soru yaz.

6. Yovana, yaşadığı kentteki gençlerin yerel yüzme havuzunu ne kadar sıkça kullandıklarını bilmek istiyor.

Anket formun bir parçası gibi kullanılabilecek uygun sorular yaz.

7. Suzana, cam serasında domateslerin kütlesini inceliyor.

Sonuçları yazma için şu tabloyu kullanmış.

Kütle, *m* (g)	Çizgiler	Frekans
5-10		
10-20		
25-30		
30-50		

Tabloda iki düzensizlik bul.

8. Oliver, bahçesinde bazı bitkilerin yüksekliğini ölçüyor.

Yükseklikler, santimetreyle, şöyledir:

23 45 43 31 50 49 12 32 59 18

16 32 37 38 61 45 37 14 26 53

Bu yükseklikleri uygun gruplar kullanarak frekans (sıklık) tablosunda yaz.

Gerek duyarsan, çizgiler sütunu da kullanabilirsin.

9. Bir restoranda yeni yönetici çalışmaya başlamış. Yeni yönetici yakınlıkta yaşayan insanlar ne kadar sıkça evin dışında yemek yediklerini ve ne tür yemek yemeği istediklerini bilmek istiyor.

İkişer ya da üçer kişilik gruplarda, sorabilecek sorular hakkında görüşlerinizi söyleyin.

Çok sayıda soru sormamaya çalış, çünkü uzun anket formları sıkça sonuna kadar doldurulmuyor.

Anket formuna dahil edilebilecek birkaç soru yaz.

10. Bir kentte yeni bir spor merkezi açılacak.

Yönetici, yerel halkın kullanacağı donanım yerleştirmek istiyor. Yerel halkın ne istediğini anlamak için anket formu kullanıyor.

İkişer ya da üçer kişilik gruplarda, yöneticinin hangi bilgileri bilmesi gerektiği hakkında görüşlerinizi söyleyin.

İnsanların spor yapmak mı, spor etkinlikerini izlemek mi fazla istediğini ve halk arasında hangi sporlar en çok arandığını anlamak kullanışlı olabilir.

Anket formunda dahil edilebilecek birkaç soru yaz.

11. Aleksandar, insanların sinemaya ne kadar sıkça gittiklerini araştırıyor.

Onun sorularından biri şudur: „Sinemaya ne kadar sıkça gidiyorsunuz?“

a) Bu soruda iki düzensizlik bul.

b) Kullanılabilecek daha iyi soru yaz.

12. Violeta, CD koleksiyonundaki şarkıların uzunluklarını araştırıyor.

a) Violeta'nın kullanabileceği veri biriktime aleti yap.

Uygun sınıflar kullan.

b) Veri biriktirme aletini, senin birkaç CD için doldur.

5.3 Gövde-Yaprak Diyagramı

Gövde-yaprak diyagramlar, büyüklüğe göre sıralanmış verileri düzenlemek için kullanılır.

Gövde, dikey çizginin solundadır.

Her yaprak her zaman bir rakamla tanımlanır.

Yapraklar büyüklüğe göre her satırda sıralanmış olmalıdır.

Yaprakları dikey yönde alt alta birçok satırda yazıyoruz.

Her zaman, diyagramı yorumlama anahtarı vermeliyiz.



Örnek 1

23 erkek öğrenci grubu için matematik testinde şu sonuçlar alınmıştır:

41, 10, 23, 15, 52, 30, 26, 29, 58, 42, 19, 49, 38, 37, 25, 31, 55, 42, 24, 43, 35, 34, 25

a) Bu verileri göstermek için gövde-yaprak diyagramı çiz.

b) Test sonuçların medyanını yaz.

c) Test sonuçlarının derecesini hesapla.

a)

1	0 5 9
2	3 4 5 5 6 9
3	0 1 4 5 7 8
4	1 2 2 3 9
5	2 5 8

anahtar: 5|2 52'yi tanımlıyor

b) Medyan, verileri büyüklüğe göre sıraladıktan sonra, veriler dizisinin ortasında bulunan değerdir.

23 değer vardır. Ortancı veri on ikinci değerdir.

Medyan 34'tür.

c) Açıklık = en büyük değer − en küçük değer = 58 − 10 = 48.

Ardışık gövde-yaprak diyagramlar

Ardışık gövde-yaprak diyagramlar, iki dağılımla çalışıldığı zaman kullanılır, örneğim erkek ve kadın nüfusla.

Bu diyagramlarla dağılımların hızlı ve kolay kıyaslanması mümkündür.

Gövde ortadadır.

Yapraklar, gövdenin iki tarafında bulunuyor.

Diyagramın iki tarafını işaretlememiz gerekiyor.

Gövdenin solunda bulunan yapraklar ters sıralamadadır, öyle ki en küçüğü gövdeye en yakındır.

Anahtar, gövde ve iki yaprak gösteriyor.

Örnek 2

25 kız öğrenci grubu için matematik testinde şu sonuçlar alınmıştır:

45, 20, 37, 57, 12, 43, 53, 57, 47, 57, 44, 11, 24, 36, 44, 31, 25, 50, 42, 40, 55, 25, 28, 58, 48

a) Ardışık gövde-yaprak diyagram oluşturmak için, kızların aldıkları sonuçları önceki örnekten gövde-yaprak diyagramına ekle.

b) Kızların test sonuçlarının medyanını belirle.

c) Kızların test sonuçlarının derecesini hesapla.

ç) Kızların ve erkeklerin test sonuçlarını kıyasla.

a)

kızlar								erkekler						
				2	1	1	0	5	9					
			8	5	5	4	0	2	3	4	5	5	6	9
					7	6	1	3	0	1	4	5	7	8
8	7	5	4	4	3	2	0	4	1	2	2	3	9	
	8	7	7	7	5	3	0	5	2	5	8			

anahtar: 0|5|2 kızlar için 50 ve erkekler için 52 demektir

b) Medyan 43'tür.

c) Açıklık = 58 − 11 = 47.

ç) Ortalama olarak kızların testte erkeklerden daha iyi sonuçları vardır, çünkü daha yüksek medyanları vardır.

Erkeklerin ve kızaların sonuçlarının yakın eşit dereceleri vardır.

Gövde-yaprak diyagramın şeklinden, erkeklerin test sonuçları genelde notların aralığı ortasında olduğu görünüyor. Kızların sonuçları büyük çoğunlukla 40 ile 60 arasındadır. Buna göre kızların bütün olarak daha iyi sonuçları vardır.

Ödevler

1. Aşağıdaki ardışık gövde-yaprak diyagramı, iki oyuncunun son sezon sırasında basketbol maçlarında kazandıkları puan sayısını gösteriyor.

İvan							Andrey							
						1	9							
			9	8	7	3	2	1	7					
8	7	6	5	4	2	0	3	2	5	6	8	8		
		8	5	4	2	1	4	0	2	4	5	5	6	8
			5	3	1	0	5	1	3	3	9			
							6	2	3					
						1	7							

anahtar: 3|2|1 İvan'ın 23 puanı, Andrey'in 21 puanı varmış demektir.

a) Andrey'in aldığı en küçük puan sayısı kaçtır?

b) Andrey'in aldığı en büyük puan sayısı kaçtır?

c) Andrey'in puanlar açıklığını hesapla.

ç) İvan'ın puanlar açıklığını hesapla.

d) Andrey'in puanlarının medyanını belirle.

e) İvan'ın puanlarının medyanını belirle.

f) Kimin daha yüksek medyanı var? Medyana göre, aldıkları puan sayısı için ne söylenebilir?

g) Kimin açıklığı daha büyüktür? Dereceye göre, aldıkları puan sayısı için ne söylenebilir?

2. İki sınıftan öğrencilerin testte aldıkları puanlar şöyle:

Sınıf A:

71, 51, 25, 31, 38, 47, 53, 30, 34, 43, 59, 60, 35, 42, 45, 56, 63, 40, 47, 56, 64

Sınıf B:

28, 46, 59, 66, 73, 19, 30, 46, 63, 64, 37, 43, 58, 62, 69, 74, 23, 34, 59, 60, 70, 41, 55, 68, 75

a) İki sınıftan öğrencilerin testte aldıkları sonuçları göstermek için ardışık gövde-yaprak diyagramını çiz

b) Sınıf A için şunları belirle:

I medyan

II açıklık

c) Sınıf B için şunları belirle:

I medyan

II açıklık

ç) Hangi sınıfın daha yüksek medyanı var? Medyana göre, test sonuçları için ne söylenebilir?

d) Hangi sınıfın daha yüksek derecesi var? Dereceye göre, test sonuçları için ne söylenebilir?

3. Filip, 27 gün boyunca her gün sabah saat 09.00'da ve öğleden sonra saat 17.00'de otoparkta park edilmiş arabaların sayısını yazıyormuş.

Şu veriler elde edilmiştir:

Saat 09.00'da:

05, 25, 57, 43, 30, 34, 34, 45, 53, 65,

38, 23, 76, 58, 40, 62, 18, 37, 45, 52,

16, 09, 34, 32, 50, 43, 22

Saat 17.00'de:

09, 38, 43, 57, 54, 31, 77, 57, 68, 62,

58, 43, 57, 42, 37, 31, 30, 40, 60, 52,

58, 52, 39, 32, 30, 72, 62

a) Verileri göstermek için ardışık gövde-yaprak diyagramı çiz.

b) Otoparkta saat 09.00'da otomobillerin sayısının medyanını ve derecesini belirle.

c) Otoparkta saat 17.00'de otomobillerin sayısının medyanını ve derecesini belirle.

ç) Saat 09.00'da ve saat 17.00'de otoparktaki otomobillerin sayısını kıyasla.

4. Çiftçi iki patates türün kütlesini gramlarla ölçüyormuş.

A türü:

36, 44, 49, 54, 57, 68, 82, 34, 45, 57, 58, 63, 74, 79, 31, 48, 53, 67, 69, 81, 30, 48, 51, 66, 71

B türü:

75, 76, 81, 39, 43, 56, 63, 75, 40, 49, 59, 66, 31, 47, 61, 65, 56, 59, 65, 73, 76, 80, 64, 67, 72

Ardışık gövde-yaprak diyagramı çizerek iki dağılımı kıyasla.

5.4 Büyük Veri Grupları İstatistikleri

Ortalama

Aritmetik orta ya da ortalamayı şu formülle hesaplıyoruz:

$$\text{Ortalama} = \frac{\text{gruptaki tüm veri değerlerinin toplamı}}{\text{grupta toplam veri sayısı}}$$

Büyük veri gruplarını genelde sınıflara gruplandırıyoruz.

Tam olarak doğru değerleri bilmediğimiz için, her sınıfın orta değeri belirleyerek **ortalama tahmini** yapıyoruz.

Örnek 1

Verilen frekans (sıklık) tablosunda otobüsle yolculuk yapma zamanları gösterilmiştir.

Otobüsle yolculuk etme zamanları için ortalama tahmini yap.

Zaman, t (dakika)	Frekans
$5 < t \leq 10$	4
$10 < t \leq 15$	18
$15 < t \leq 20$	32
$20 < t \leq 25$	14
$25 < t \leq 30$	7

Zaman, t (dakika)	Frekans, f	Sınıfın orta değeri, m	$f \cdot m$
$5 < t \leq 10$	4	7,5	30
$10 < t \leq 15$	18	12,5	225
$15 < t \leq 20$	32	17,5	560
$20 < t \leq 25$	14	22,5	315
$25 < t \leq 30$	7	27,5	192,5
	Toplam 75		Toplam 1322,5

$$\text{Ortalama} = \frac{f \cdot m \text{ sütununda değerlerin toplamı}}{\text{frekansların toplamı}} = \frac{1322,5}{75} = 17,6 \text{ - 1o.b'na}$$

Medyan

Veri sayısı tek sayı olduğu grupta, veriler büyüklüğe göre sıralanmış olunca, medyan ortada bulunan veridir. Veri sayısı çift sayı olduğu gruplarda, veriler büyüklüğe göre sıralanmış olunca, ortadaki iki terimin aritmetik ortasıdır.

Gruplandırılmış verilerde, medyanı içeren grubu (veya sınıfı) belirleyebiliriz.

Örnek 2

Örnek 1'deki veriler için, otobüsle yolculuk etme zamanların medyan tahminini yap.

Medyan ortada bulunan değerdir.

Bu örnekte medyan, tabloda otuz sekizinci (38) değerdir.

Zamanlar büyüklüğe göre sıralanmış olduklarında:

Zaman, t (dakika)	Frekans
$5 < t \leq 10$	4
$10 < t \leq 15$	18
$15 < t \leq 20$	32
$20 < t \leq 25$	14
$25 < t \leq 30$	7

İlk 4 zaman, 10 dakika veya daha azdır.
İlk 22 zaman, 15 dakika veya daha azdır.
İlk 54 zaman, 20 dakikaya eşit veya daha azdır.
Sınıfta 38-nci zaman $15 < t \leq 20$.

Mod (Moda)

Mod, bir veri grubunda en sıkça meydana gelen değerdir.
Gruplandırılmış veriler için modu içeren sınıfı ya da modal sınıfı belirleyebiliriz.

Örnek 3

Örnek 1'deki otobüsle yolculuk etme zamanları için modal sınıfı bul.

Modal sınıf frekansı en büyük olan frekanstır.

Modal sınıf $15 < t \leq 20$ sınıfıdır.

Zaman, t (dakika)	Frekans
$5 < t \leq 10$	4
$10 < t \leq 15$	18
$15 < t \leq 20$	32
$20 < t \leq 25$	14
$25 < t \leq 30$	7

Ödevler

1. Aşağıdaki tablolarda gruplandırılmış veriler gösterilmiştir.

Her tablo için:

a) Modal sınıfı bul

b) Medyanı içeren sınıfı bul

c) Sınıfların orta değerlerini kullanarak ortalama tahmini yap.

A)

Sınıf	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49
Frekans	4	8	12	6	2

B)

Sınıf	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69
Frekans	4	18	16	8	3	1

2. Tabloda öğrenciler grubun santimetrelerle yüksekliği gösterilmiştir.

a) Sınıfların orta değerlerini kullanarak öğrencilerin yüksekliği için ortalama tahmini yap.

b) Öğrencilerin yükseklikler medyanını içeren sınıfı bul.

Yükseklik, h (cm)	Frekans
$150 < h \leq 160$	14
$160 < h \leq 170$	48
$170 < h \leq 180$	60
$180 < h \leq 190$	5

3. Tabloda bebekler grubun kütleleri gösterilmiştir.

a) Sınıfların orta değerlerini kullanarak bebek kütleleri için ortalama tahmini yap.

b) Bebeklerin kütlelerinin medyanını içeren sınıfı bul.

Kütle, m (kg)	Frekans
$0 < m \leq 2$	8
$2 < m \leq 4$	40
$4 < m \leq 6$	29
$6 < m \leq 8$	2

4. Tablolarda iki grup öğrencinin yapboz çözdükleri süre gösterilmiştir.

Grup A	
Süre, t (dakika)	Frekans
$0 < t \leq 10$	4
$10 < t \leq 20$	12
$20 < t \leq 30$	25
$30 < t \leq 40$	18
$40 < t \leq 50$	11

Grup B	
Süre, t (dakika)	Frekans
$0 < t \leq 10$	3
$10 < t \leq 20$	10
$20 < t \leq 30$	20
$30 < t \leq 40$	12
$40 < t \leq 50$	4

a) Her öğrenci grubu için sürelerin ortalama tahminini yap.

b) Bütün olarak hangi grup yapbozu daha hızlı çözüyor? Cevabını açıkla.

5. Teodora diyor ki kızların erkeklerden daha geniş el yazısı var.

Birkaç öğrenciye „Bir çayırda pek çok renkli çiçekler vardır.“ cümleyi yazmalarına rica etmiş.

Ondan sonra tüm cümleler ölçülmüştür.

Sonuçlar, tabloda gösterilmiştir.

Kızlar	
Genişlik, l (cm)	Frekans
$14 < l \leq 16$	4
$16 < l \leq 18$	8
$18 < l \leq 20$	32
$20 < l \leq 22$	16
$22 < l \leq 24$	12

Erkekler	
Genişlik, l (cm)	Frekans
$14 < l \leq 16$	4
$16 < l \leq 18$	9
$18 < l \leq 20$	29
$20 < l \leq 22$	14
$22 < l \leq 24$	4

Teodora haklı mıdır? Nasıl karar verdiğini göster.

Erkekler ve kızlar için el yazı genişliğin ortalama tahminlerini kullan.

6. Ali, bir süpermarkette müşterilerin bir yazar kasa önünde bekledileri zamanı (t) dakikalarla ölçüyor.

Elde ettiği sonuçlar şu tabloda gösterilmiştir.

Zaman, t (dakika)	$0 < t \leq 1$	$1 < t \leq 2$	$2 < t \leq 3$	$3 < t \leq 4$	$4 < t \leq 5$	$5 < t \leq 6$	$6 < t \leq 7$
Frekans	8	18	30	20	10	8	6

Süpermarket müdüründen, ortalama „bekleme süresi“ 3 dakikadan fazlaysa, yazar kasalarda daha fazla kişi işe alması aranıyor. Ortalama olarak bekleme süresi 3 dakikadan daha az ise, müdürün kimseyi işe alması gerekmiyor.

a) Ali diyor ki: „Ortalama değer daha fazla kişinin işe alınması gerektiğini gösteriyor“. Ortalama, Ali'nin söylediklerini nasıl doğruladığını göster.

b) Yönetici diyor ki: „Ortalama değer, yeni işçilerin alınmasına gerek olmadığını gösteriyor“. Müdürün görüşünü medyan nasıl doğruluyor.

Veriler grubunda en uygun istatistiğin seçilmesi

Hangi istatistik değeri (istatistik), veriler grubunu en iyi temsil ettiğini belirlemeyi bilmemiz önemlidir.

Seçilen istatistik, tüm veriler grubunun özelliklerini en iyi tanımlamalıdır.

Aşağıdaki tabloda bildiğimiz üç istatistik değerin avantajları ve dezavantajları gösterilmiştir.

İstatistik	Avantajlar	Dezavantajlar
Mod	Her zaman verilerin değerlerinden biridir. Sayısal olmayan veriler için uygulayabildiğimiz tek istatistik.	Bazen mod olmayabilir. Birden fazla mod olabilir.
Ortalama	Hesaplanması için tüm değerler kullanılıyor.	Onun değerine, az sayıda çok büyük ya da çok küçük değerler etkileyebilir. Verilerin değerlerinde biri olma olasılığı azdır. Hesaplanması için zaman gerekebilir.
Medyan	Değerine verilen çok büyük ya da daha küçük değerleri olup olmadığı etkilemiyor.	Hesaplanması için fazla zaman gerekebilir, çünkü ilk önce verileri sıralamamız gerekiyor.

Örnek 4

Birkaç eski otomobil satışa çıkarılmıştır.

Fiyatları denarlarla verilmiştir:

90000, 105000, 104000, 90000, 92000, 201000, 95000

a) Fiyatların modunu, ortalamasını ve medyanını bul.

b) Fiyatları hangi istatiğin en iyi tanımladığını belirle ve açıkla.

a) Mod 90000'dir.

Medyan 95000'dir.

Ortalama 111000'dir.

b) Mod en alçak fiyattır, böylece verileri iyi temsil etmiyor.

Ortalama en yüksek fiyat hariç tüm diğer fiyatlarda daha yüksektir, böylece bu da verileri iyi temsil etmiyor.

Medyanın değeri verilen verilerin aralığında bulunuyor, buna göre medyan ile bu veriler grubu en iyi tanımlanabiliyor.

Örnek 5

Yovan haftada 200 denar harçlık alıyor.

Yovan mahalesinde çocukların ne kadar harçlık aldıklarını öğrenmek için araştırma yapmış.

Şunu öğrenmiş:

ortalama 270 denardır

medyan 260 denardır

mod 250 denardır

Yovan diyor ki: „Diğer çocukların ortalama haftalık harçlığa ulaşmam için 70 denar fazla almam gerekiyor."

Annesi diyor: " Diğer çocukların harçlıkları kadar senin de harçlığın olması için 50 denar fazla vereceğim".

a) Yovan'a neden katıldığını açıkla.

b) Annesine neden katıldığını açıkla.

c) Yovan'a ve annesine göz önüne almaları gereken başka şeyler öner.

a) Ortalama, Yovan'ın aldığı harçlıktan 70 denar daha fazladır.

b) Mod, Yovan'ın aldığı harçlıktan 50 denar daha fazladır.

c) Göz önüne almaları gereken birçok şey var, örneğin Yovan ev işlerine yardım etmeye hazır mıdır ya da Yovan'ın bilgisayar oyunları alması mı gerekiyor. Ayrıca, Yovan'ın verileri bulunduğu bölgenin büyüklüğü ve sorulan çocukların sayısı da göz önüne alınmalıdır – daha küçük örneklem doğru istatistikler vermeyecek.

Ödevler

1. Aşağıda verilen veriler gruplardan her biri hangi istatistikle en iyi temsil edilecek?

a) Sınıfında öğrenicilerin ortalama ayakkabı büyüklüğü.

b) Bir köyde her ailede ortalama çocuk sayısı.

c) Dans etme yarışmasında ortalama notun elde edilmesi için.

ç) Sınıfında öğrencilerin ortalama boyu.

d) Bir köyde insanların ortalama saç rengi.

2. Abdullah, her gün otomobiliyle geçtiği kilometre sayısını yazıyormuş.

Şu verileri yazmış: 12, 15, 8, 9, 14, 137, 8.

a) Bu uzaklıklar için modu, medyanı ve ortalamayı bul.

b) a)'dan hangi değerlerle bu uzaklıkları en iyi tanımlayacaksın? Cevabını açıkla.

3. Kağıt ataşlar paketinde „Ortalama 30 ataş içeriyor" yazıyor.

Angel 170 pakette ataş sayısını saymış.

Ataş	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
Frekans	5	3	8	12	48	32	17	20	15	5	1	4

a) Kaç pakette 30 veya fazla ataş vardır?

b) Kaç pakette 30 ataştan daha az ataş vardır?

c) Paketlerde ataş sayısının modunu, medyanını ve ortalamasını hesapla.

ç) c) şıkkından cevapları kullanarak "Ortalama 30 ataş içeriyor" ifadesini açıkla.

4. Uroş, internetten dosya indirmek için gereken süreleri saniyelere, en yakın saniyeye yazıyormuş.

Sürelerin modu 4 saniyedir. Sürelerin ortalaması 9 saniyedir. Sürelerin medyanı 6 saniyedir.

Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğru, hangisi doğru değil veya belirsiz olduğunu belirt.

a) İndirme sürelerin en büyük kısmı 4 saniyedir.

b) İndirme sürelerin yarısından fazlası 7 saniyeden daha kısadır.

c) Çok uzun indirme süresi az sayıda vardır.

ç) Bir dosyanın indirilmesi için 5 saniye gerekiyor. Bu süre en büyük sayıda dosyaların birer birer indirilmesi için gereken süreden daha uzundur.

d) Bir dosyanın indirilmesi için 6 saniye gerekiyor. Dosyalardan tam yarısı için daha uzun indirme süresi gerekiyor.

5. Tea, farklı evcil hayvanların yetiştirilmesi için harçların kıyaslandığı araştırma yapıyor.

O, 10 papağan sahibinden şu bilgileri öğenmiş.

Denarla aylık harç:

110, 100, 90, 240, 60, 160, 80, 40, 250, 320

O, 8 cırlak sıçan sahibinden şu bilgileri öğrenmiş.

Denarla aylık harç:

80, 220, 180, 30, 50, 210, 40, 190

Tea diyor: "Genelde, papağanın bakımı cırlak sıçanın bakımından daha pahalıdır".

Tea haklı mıdır? Tea kararı nasıl getirdiğini göster.

Ne kullanacağını seç: mod, medyan ya da ortalama.

6. Tabloda bir fabrikada çalışanların maaşları hakkında veriler gösterilmiştir.

İşçiler	
Maaş, p denar(bin)	Frekans
$10 < p \leq 20$	8
$20 < p \leq 30$	28
$30 < p \leq 40$	14
$40 < p \leq 50$	3
$50 < p \leq 60$	0

Yöneticiler	
Maaş, p denar(bin)	Frekans
$10 < p \leq 20$	0
$20 < p \leq 30$	0
$30 < p \leq 40$	5
$40 < p \leq 50$	12
$50 < p \leq 60$	8

a) İşçilerin maaşlarının ortalama tahminini yap.

b) Yöneticilerin maaşlarının ortalama tahminini yap.

c) İki tablodan verileri birleştir. Fabrikada tüm çalışanların ortalama maaşını hesapla.

ç) İşçiler maaşların yükselmesini istiyorlar. Maaşların en büyük yükselmesini kazanmaları için hangi değeri kullanmaları gerekiyor.

d) Bir gazetedeki yazıya göre, fabrikada insanlar zaten iyi ödeniyor. Bu yazıyı yazmak için gazete hangi değeri büyük olasılıkla kullanmış.

5.5 Dağılımların Kıyaslanması

Frekans poligonu

Frekans poligonunu (çokgeni) gruplandırılmış sürekli verilerin frekans dağılımını göstermek ve kıyaslamak için kullanıyoruz.

Poligon noktaları her sınıfın ortasındaki koordinatların ve karşılık gelen her sınıfın sıklığının koordinatlarının kesişiminde gösterilmiştir.
Noktalar birbiriyle düz çizgilerle birleştirilmiştir.

Frekans poligonunun koordinat eksenleri için, frekans diyagramında geçerli olan tüm özellikler burada da aynen geçerlidir.

Frekans poligonunun "doruğu", verilerin nerede en yoğun olduğunu göstermektedir.

İki dağılım aynı koordinat sisteminde gösterilebilir.

Böyle durumlarda, poligonları farklı renkte çizmeliyiz ve anahtar vermeliyiz.

Poligonları yorumladığımız zaman, dorukların durumunu ve dağılımların genişliğini açıklayabiliriz.

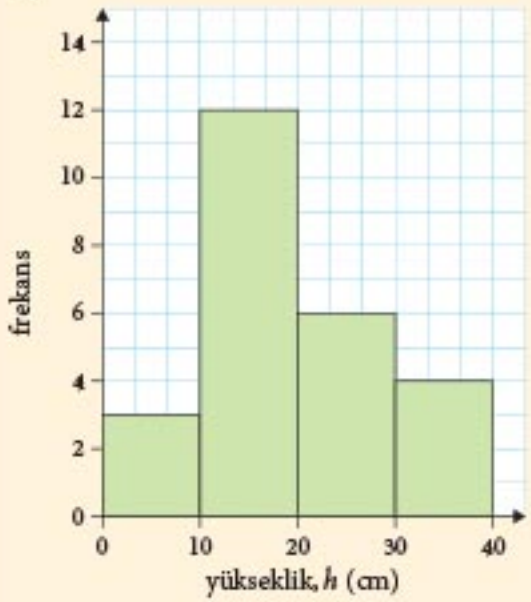
Örnek 1

Tabloda gösterilen cm ile verilmiş yükseklikler h için, şunları çiz:

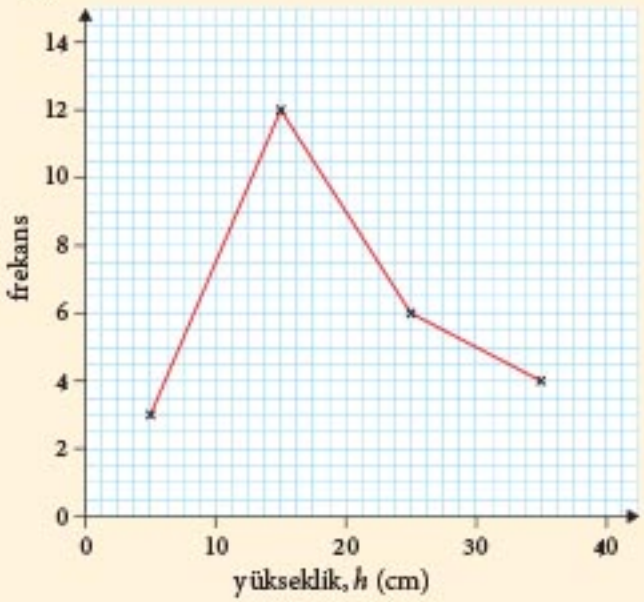
a) frekans diyagramı **b)** frekans poligonu

Yükseklik, h (cm)	Frekans
$0 < h \leq 10$	3
$10 < h \leq 20$	12
$20 < h \leq 30$	6
$30 < h \leq 40$	4

a)



b)



Sütunlu (Çubuklu) diyagram

Sütunlu diyagramları, aynı zamanda iki veya fazla veri grubu göstermek istediğimiz zaman kullanıyoruz. Onları **çoklu sütunlu diyagramlar** olarak adlandırıyoruz.

Sadece iki veri gurubunu gösteren sütunlu diyagramlara **çift sütunlu diyagramlar** deriz.

Çoklu sütunlu diyagramlar iki veya fazla dağılım arasında kolay kıyaslama sağlıyor.

Çoklu sütunlu diyagramlar çizdiğimiz zaman, anahtarı da dahil etmeliyiz.

Çoklu sütunlu diyagramlar için kurallar, sıradan sütunlu diyagramlar için olduğu gibi aynıdır.

Örnek 2

Bütün hafta boyunca erkeklerin ve kızların okuldan devamsızlıkları şu tabloda verilmiştir.

	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma
Erkekler	3	7	5	3	1
Kızlar	5	6	6	4	6

a) Devamsızlıkları çoklu sütunlu diyagramla göster.

b) Erkeklerin ve kızların devamsızlıklarını kıyasla.

a)

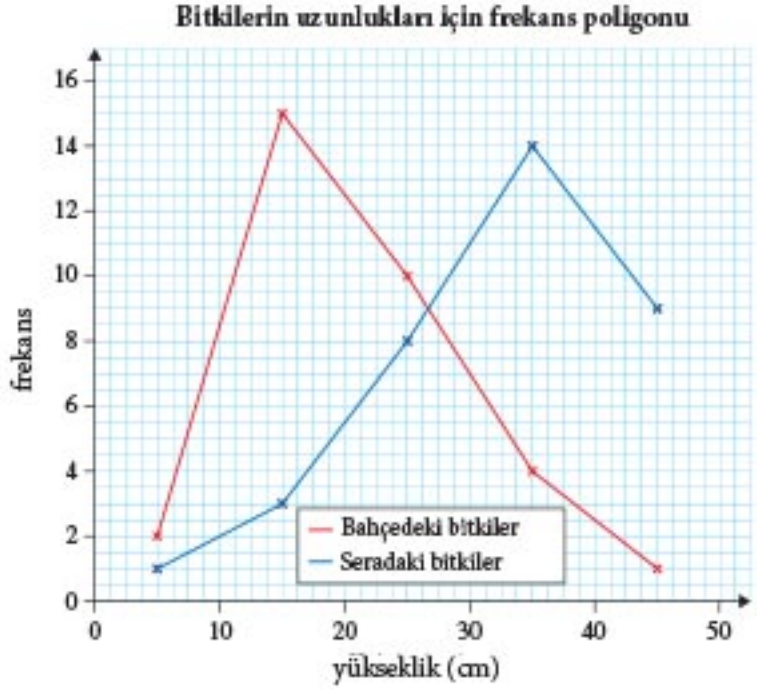


b) Kızların daha fazla devamsızlığı var. Erkeklerin devamsızlığı salı günü en üst noktaya ulaşırken, hafta boyunca yavaş yavaş azalıyor.

Ödevler

1. Elena, cam serada ve bahçede bitkiler yetiştiriyor.

Frekans poligonu, bitkilerin yüksekliklerini gösteriyor.



a) Bahçeden kaç bitkinin 10 cm ve 20 cm arasında yüksekliği vardır?

b) Cam seradan kaç bitkinin 10 cm ve 20 cm arasında yüksekliği vardır?

c) Bahçeden kaç bitkinin 20 cm veya daha fazla yüksekliği vardır?

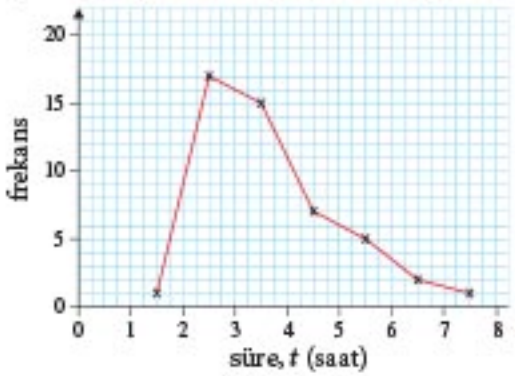
ç) Cam seradan kaç bitkinin 20 cm veya daha fazla yüksekliği vardır?

d) Bütün olarak hangi bitkiler daha yüksek büyüyor? Frekans poligonundan hangi sonucu çıkarabilirsin?

2. İki öğrenci grubu araştırma sırasında, onların bir hafta boyunca bilgisayar önünde geçirdikleri zaman yazılmıştır.

Frekans poligonu A grubu için sonuçları gösteriyor.

A grubu için bilgisayar önünde geçilen süre için frekans poligonu



Tabloda A grubu gibi aynı hafta boyunca B grubundan öğrencilerin bilgisayar önünde geçtikleri süreler gösterilmiştir.

Süre, t (saat)	$1 < t \leq 2$	$2 < t \leq 3$	$3 < t \leq 4$	$4 < t \leq 5$	$5 < t \leq 6$	$6 < t \leq 7$	$7 < t \leq 8$
Frekans	0	3	5	8	14	13	3

a) A grubundaki orandan yararlanarak, aynı oranla B grubu için sıklık (frekans) poligonunu çiziniz.

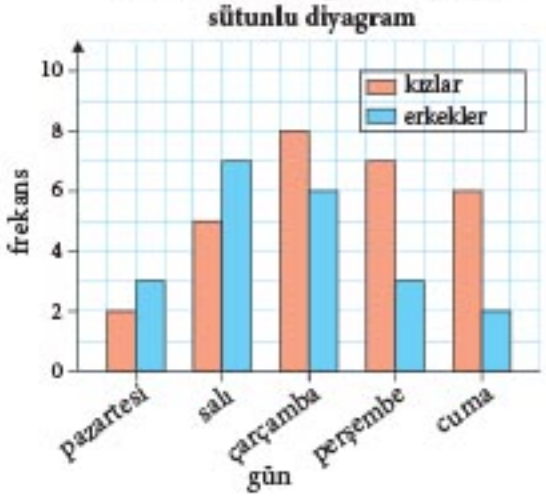
b) B grubundan kaç öğrenci bilgisayar önünde 4 saatten daha az zaman geçirmiş?

c) A grubundan kaç öğrenci bilgisayar önünde 4 saatten daha az zaman geçirmiş?

ç) Frekans (Sıklık) diyagramları yardımıyla hangi grubun bütün olarak bilgisayar önünde daha fazla zaman geçirdiğini belirle. Cevabını açıkla.

3. Çift sütunlu diyagram, erkeklerin ve kızların bir hafta boyunca yüzme kulübüne gelmelerini gösteriyor.

Yüzme kulübüne gelenler için çift sütunlu diyagram



a) Salı günü kaç kız gelmiş?

b) Cuma günü kaç erkek gelmiş?

c) Hangi gün en çok kız gelmiş?

ç) Hangi gün en çok erkek gelmiş?

d) Hangi gün en çok toplam katılım görülmektedir?

e) Bütün hafta boyunca, erkeklerden fazla kaç kız gelmiş?

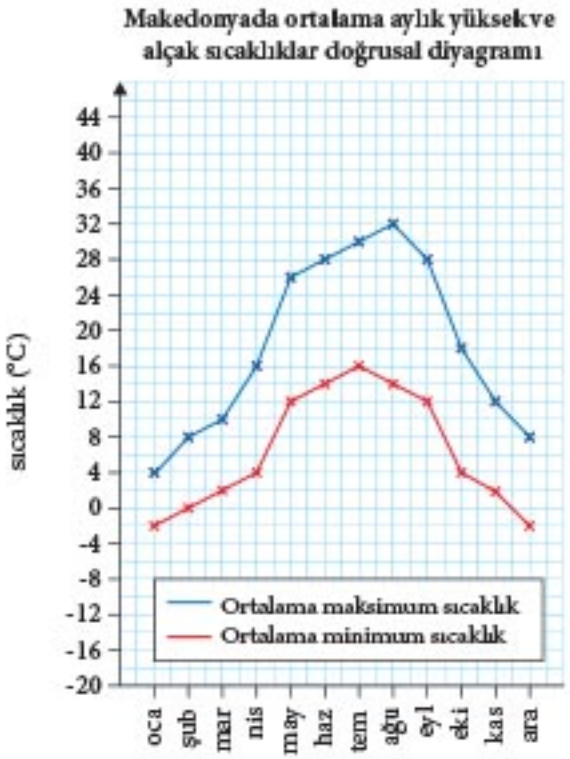
4. Bir araştırmada insanlar kaç kez ve neden seyahat ettikleri sorulmuştur? Tabloda üç ardışık yıl boyunca insanların yıllık seyahatleri gösterilmiştir.

	2007	2008	2009
Alış veriş	186	198	193
Çalışma yerine kadar yolculuk	162	156	147
İş yolculuğu	33	30	30

a) Verileri göstermen için çoklu sütunlu diyagram çiz.

b) Çoklu sütunlu diyagramda verilerin karşılaştırılmasını yap.

5. Doğrusal diyagramda, Makedonya'da ortalama aylık yüksek sıcaklıklar ve ortalama aylık alçak sıcaklıklar gösterilmiştir.



a) Ocakta ortalama alçak sıcaklık ne kadardır?

b) Ocakta ortalama yüksek sıcaklık ne kadardır?

c) Ocakta ortalama yüksek sıcaklık ve ortalama alçak sıcaklık arasındaki fark ne kadardır?

ç) Ortalama yüksek sıcaklık ve ortalama alçak sıcaklık arasında en büyük fark hangi ayda görülmektedir?

d) Bir gün Yovan dış hava sıcaklığını bakmış. 28°C olduğunu diyor. Bu sıcaklık, en büyük olasılıkla hangi aylarda ölçülmüştür?

6. Mariya diyor ki: „Erkekler kızlardan daha yüksektir."

Tabloda birkaç on üç yaşında öğrenci için biriktirdiği veriler gösterilmiştir.

Yükseklik, h (cm)	Erkeklerin frekansı	Kızların frekansı
$140 < h \leq 150$	1	4
$150 < h \leq 160$	5	8
$160 < h \leq 170$	10	12
$170 < h \leq 180$	13	6
$180 < h \leq 190$	2	0

a) Kızların ve erkeklerin yüksekliğini göstermen için frekans poligonu çiz.

b) Mariya'nın haklı olduğunu düşünüyor musun? Cevabını açıkla.

7. İki üreticinin pilleri test edilmiştir.

Sonuçlar frekans tablolarında verilmiştir.

Üretici X	
Süre, t (saat)	Frekans
$0 < t \leq 5$	1
$5 < t \leq 10$	6
$10 < t \leq 15$	2
$15 < t \leq 20$	1

Üretici Y	
Süre, t (saat)	Frekans
$0 < t \leq 5$	1
$5 < t \leq 10$	3
$10 < t \leq 15$	5
$15 < t \leq 20$	1

a) Her iki süreyi göstermen için frekans poligonu çiz.

b) Todor bir pil satın almak istiyor. İki üreticiden hangisini tavsiye edeceksin? Cevabını açıkla.

Karar vermek için poligondan yararlanınız.

Tekrarlama Ödevleri

1. Goran A konumunda bulunuyor. Boyan B konumunda bulunuyor.

Goran diyor ki: „A konumunda B konumundan daha büyük hareketlilik var".

Her ikisi 3 hafta boyunca her gün yarım saat içinde, yanlarından geçen insanları sayıyorlarmış.

Şu sonuçları elde etmişler:

A konumu:

21, 34, 37, 45, 27, 36, 47, 51, 61, 19, 28, 46, 50, 23, 42, 38, 47, 20, 39, 48, 53

B konumu:

55, 37, 24, 16, 24, 33, 39, 48, 13, 28, 37, 51, 62, 10, 25, 42, 44, 21, 35, 38, 56

a) Verileri göstermen için ardışık gövde-yaprak diyagramı çiz.

b) A konumun medyanını ve derecesini bul.

c) B konumun medyanını ve derecesini bul.

ç) Goran haklı mıdır? Cevabını açıkla.

2. Angel bisiklet satın alınmayı araştırıyor.

a) Hangi soruları sorabileceğini öner.

b) Angel'e hangi veriler gerekiyor?

c) Bu veriler birincil mi ikincil mi olacak?

3. Birincil ile ikincil veri kaynakları arasındaki fark nedir?

4. Bir şirkette 451 çalışan vardır.

Yönetici, çalışanların şirket kantini hakkında ne düşündüklerini anlamak istiyor.

a) Neden örneklem kullanması gereği için bir neden söyle.

b) Örneklem kaç kişiden oluşmalıdır?

c) Yönetici hangi veri biriktirme yöntemini kullanmalıdır?

ç) Birincil veriler mi, ikincil veriler mi biriktirir?

d) Verileri biriktirmek için yönetici anket formu kullanıyor.

Yöneticinin kullanabileceği iki soru yaz.

5. Arieta, sınıfındaki öğrencilerin kitap okumakta ne kadar zaman geçirdiklerini araştırıyor.

Sorduğu sorulardan biri şöyledir: „Kitap okumakla ne kadar zaman geçiriyorsunuz?"

a) Bu soruyla ilgili iki düzensizlik say.

b) Kullanılabilir daha iyi bir soru yaz.

6. Bir çiftçi, 28 gün boyunca tavuklarının yumurtladıkları yumurtaların sayısını yazıyormuş:

25	31	42	12	21	31	45	31	20	17
6	15	27	38	41	52	19	26	24	18
15	16	18	27	34	36	41	50		

Uygun sınıflar kullanarak, bu verileri frekans tablosunda yaz.

7. Öğretmenler grubundan haftalık çalışma saatler sayısı hakkında veriler alınmıştır. Bu veriler tabloda gösterilmiştir.

a) Sınıfların orta değerlerini kullanarak ortalama tahmini yap.

b) Çalışma saatlerin medyanını içeren sınıfı bul.

Çalışma saatleri, h	Frekans
$35 < h \leq 40$	1
$40 < h \leq 45$	4
$45 < h \leq 50$	7
$50 < h \leq 55$	15
$55 < h \leq 60$	9
$60 < h \leq 65$	8
$65 < h \leq 70$	3

8. Bir atletik kulübündeki üyeler yarışı tamamlamışlar.

Derece, t (dakika)	Frekans
$30 < t \leq 40$	15
$40 < t \leq 50$	17
$50 < t \leq 60$	11
$60 < t \leq 70$	7

Tabloda onların dereceleri verilmiştir.

a) Üyelerin dereceleri için ortalama tahmini yap.

b) Yarışta atletik kulübün üyesi olmayan birkaç yarışmacı yer almış.

Onların ortalama derecesi 49 dakikadır.

Atletik kulübün üyelerinin derecelerini ve atletik kulübün üyeleri olmayan koşucuların derecelerini kıyasla.

9. Yordan ve Maya iki ulaşım şirketin, A ve B şirketlerinin hizmetlerini karşılaştırıyormuş.

Gecikme zamanları şunlardır:

Şirket A: 5, 10, 15, 30, 5, 20, 5, 10, 5, 10

Şirket B: 0, 0 , 30, 40, 0, 10, 15, 25, 10, 0

a) Her iki ulaşım şirketi için gecikme zamanlarının ortalamasını, medyanını ve modunu hesapla.

b) Yordan diyor ki A şirketi daha iyidir. Yordan'ın haklı olabileceği bir neden belirt.

c) Maya diyor ki B şirketi daha iyidir. Maya'nın haklı olabileceği bir neden belirt.

10. Bir şirkette 50 çalışan vardır.

Tablo iş yerlerini, iş yerine göre çalışanların sayısını ve denarla aylık maaşlarını göstermektedir.

Pozisyon	Başkan	Müdür	Yönetici	Bölüm başkanı	Kalifiye işçi	Genel İşçi	Temizleyici
Çalışan sayısı	1	2	4	8	13	18	4
Aylık maaş	100000	75000	40000	30000	22000	15000	12000

a) Şirkette çalışanların modunu, ortalamasını ve medyanını hesapla.

b) Hangi istatistik, verileri en iyi tanımlıyor? Nedeni açıkla.

11. Simona her gün iş yerine kadar otomobil sürüyor.

Yol A ve yol B'den birini seçebilir.

Tabloda iki ay boyunca iki yoldan iş yerine varma süreleri verilmiştir.

Yol A	
Süre, t (dakika)	Frekans
$5 < t \leq 10$	5
$10 < t \leq 15$	6
$15 < t \leq 20$	12
$20 < t \leq 25$	4
$25 < t \leq 30$	3

Yol B	
Süre, t (dakika)	Frekans
$5 < t \leq 10$	0
$10 < t \leq 15$	6
$15 < t \leq 20$	21
$20 < t \leq 25$	3
$25 < t \leq 30$	0

a) A yolu kullanılırsa sürelerin ortalamasını tahmin et.

b) B yolu kullanılırsa sürelerin ortalamasını tahmin et.

c) Genel olarak hangi yol daha hızlıdır?

ç) Simona bir gün uyuyakalmış.

İş yerinde 25 dakika için yetişmelidir, aksi takdirde işe geç kalacak.

Hangi yolu seçmelidir? Cevabını açıkla.

12. Boyana ve Martin harçlık kazanmak için evde yardım ediyorlar.

Boyana diyor ki: „Ben Martin'den daha uzun zaman çalışıyorum."

Onlar her hafta için çalışmakta geçirdikleri süreyi yazıyorlarmış.

Süre, t (dakika)	Boyana'nın frekansı	Martin'in frekansı
$30 < t \leq 60$	2	3
$60 < t \leq 90$	3	10
$90 < t \leq 120$	5	9
$120 < t \leq 150$	14	4
$150 < t \leq 180$	4	2

a) Verileri göstermen için frekans poligonu çiz.

b) Boyana haklı mıdır? Cevabını açıkla.

13. Bir cam serada sıcaklık her 30 dakika ölçülmektedir.

Tabloda cam serada öğleden sonra ölçülen sıcaklıklar gösterilmiştir.

Saat	12:00	12:30	13:00	13:30	14:00	14:30	15:00	15:30	16:00	16:30	17:00	17:30
Sıcaklık (°C)	23	25	27	29	30	30	31	32	31	30	29	26

a) Verileri lineer diyagramla göster.

b) Sıcaklık ne zaman ilk kez 30°'ye ulaşmış?

c) Ne kadar uzun zaman sıcaklık 30° veya fazlaymış?

ç) Sıcaklığın 26°'den daha yüksek olduğu sürenin uzunluğunu tahmin et.

6 Sayı ve Problemler Çözmek

Öğretim amaçları

- Karekök ve küpkökleri tahmin ediyor.
- Parantezler ve üsler dahil işlemlerin sıralamasını kullanıyor.
- Hesaplamanın basitleştirilmesi için aritmetik ve ters işlemler kuralların kullanımını belirtiyor.
- Ondalık sayılarla, kesirlerle, yüzdelerle ve çarpanlarla çalışırken, notlar kullanarak zihinsel hesaplama yöntemleri alanında bilgisini genişletiyor.
- Faiz, indirim, kazanç, kayıp ve vergiler gibi kişisel veya ev maliyesi ile ilgili basit problemler dahil, yüzdelerin azalması veya artmasıyla problemler çözüyor.
- Akılda metinsel problemler çözüyor.
- Farklı miktarların karşılaştırılması için kesirleri veya yüzdeleri ne zaman uygulayacağına karak veriyor.
- Yazılı şekilde, tablolu, grafiksel veya diyagramlı bilgileri kesin olarak belirliyor, organize ediyor, tanımlıyor ve yorumluyor.
- İki ölçek kıyaslıyor, faklı bağlamlarda ölçek yorumluyor ve kullanıyor.
- Sayılarla, cebirsel ifadelerle ve denklemlerle çalışıyor ve sıkça algoritmaların kullanılmasını uyguluyor.
- Hangi iki büyüklüğün düz orantılı olduğunu tanıyor; orantılı problemler çözüyor, örneğin bir para biriminden diğer para birimine geçiş.

6.1 Karekök ve Küpkökleri

Karekökleri

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ... tam sayıları **tam kareler** olarak adlandırıyoruz. Tam kare herhangi tam sayının kendisiyle çarpmayla elde edilen sayıdır.

Karekök, karesi kök altındaki sayı olan sayıdır.

Tam karenin karekökünü hesaplarsak, o zaman tam karenin elde edildiği sayıyı elde edeceğiz.

Örneğin, 36'nın karekökü 6 dır.

Bu, $6^2 = 36$ olduğundan dolayıdır.

Örnek 1

Şu sayıların kareköklerini yaz:

a) 81 **b)** 169 **c)** 400 **ç)** 225

a) $9^2 = 81$, buna göre 81'in karekökü 9'dur

b) $13^2 = 169$, buna göre 169'un karekökü13'tür

c) $20^2 = 400$, buna göre 400'ün karekökü 20'dir

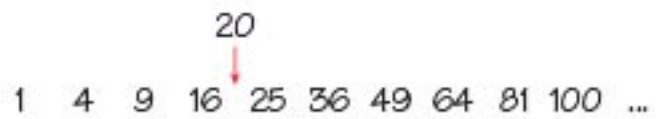
ç) $15^2 = 225$, buna göre 225'in karekökü 15'tir.

400'e kadar tam kareleri aklında öğrenmelisin.

Herhangi diğer sayının karekökü, örneğin $\sqrt{20}$, tam sayı değildir.

Karekökün değerini tahmin ediyoruz, öyle ki bu değerin hangi iki tam karenin arasında olduğunu belirliyoruz.

Tam kareler dizisine bakıyoruz.



20, 16'dan daha büyük ve 25'ten daha küçüktür.

$\sqrt{20}$, $\sqrt{16}$ 'dan daha büyüktür ve $\sqrt{25}$'ten daha küçüktür.

$\sqrt{20}$, 4'ten büyük ve 5'ten küçüktür.

20 sayısı, 16 ve 25 sayıların ortasında olduğunu kabul edersek, onun karekökü de 4 ve 5 arasında bulunacaktır. Buna göre yaklaşık değer 4,5 dir.

Karekökün negatif çözümü de vardır.

Hesap makinesiyle, iki ondalık basamağıyla yuvarlanık $\sqrt{20} = 4{,}47$, buna göre 4,5 iyi yapılmış tahmindir.

Örnek 2

Aşağıdaki sayıların karekökleri için tahmin yap:

a) 40 **b)** 55 **c)** 160

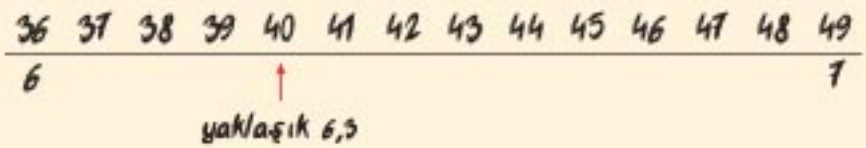
Çözümleri hesap makinesiyle kontrol et.

a) 40, 36 ve 49 arasındadır.

$\sqrt{40}$, 6 ve 7 arasındadır.

40, 36'ya 49'dan daha yakındır.

Sayı ekseninde bakalım. 40'ın kareköklerı yaklaşık 6,3 veya −6,3'tür.



Hesap makinesiyle, (3 ondalık basamağa yuvarlanmış) $\sqrt{40} = 6{,}325$ olduğunu elde ediyoruz.

b) 55, 49 ve 64 arasındadır.

$\sqrt{55}$, 7 ve 8 arasındadır.

55, 49'a 64'ten daha yakındır.

55'in karekökü yaklaşık olarak 7,4 tür.

Hesap makinesiyle, (3 ondalık basamağa yuvarlanmış) $\sqrt{55} = 7{,}416$ olduğunu elde ediyoruz.

c) 160, 144 ve 169 arasındadır.

$\sqrt{160}$, 12 ve13 arasındadır.

160, 169'a 144'ten daha yakındır.

160'ın karekökü yaklaşık olarak 12,7 'dir.

Hesap makinesiyle, 3 ondalık basamağa yuvarlanmış $\sqrt{160} = 12{,}649$ olduğunu elde ediyoruz.

Küpkökleri

Kareköklerde uyguladığımız yöntemin aynısını küpköklerin değerlendirilmesi için kullanıyoruz. Tek fark, negatif sayıların negatif küpkökleri olmasıdır.

$\sqrt[3]{-125} = -5$ çünkü $(-5)^3 = (-5)\cdot(-5)\cdot(-5) = -125$

Tek sayıda negatif işaret vardır, sonuç da negatif olacaktır.

1^3'ten 10^3'e kadar tam küpler:

$\mathbf{1} = 1^3 = 1\cdot1\cdot1$ $\quad -\mathbf{1} = (-1)^3 = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)$

$\mathbf{8} = 2^3 = 2\cdot2\cdot2$ $\quad -\mathbf{8} = (-2)^3 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2)$

$\mathbf{27} = 3^3 = 3\cdot3\cdot3$ $\quad -\mathbf{27} = (-3)^3 = (-3)\cdot(-3)\cdot(-3)$

$\mathbf{64} = 4^3 = 4\cdot4\cdot4$ $\quad -\mathbf{64} = (-4)^3 = (-4)\cdot(-4)\cdot(-4)$

$125 = 5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$ $\quad -125 = (-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$

$216 = 6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6$ $\quad -216 = (-6)^3 = (-6) \cdot (-6) \cdot (-6)$

$343 = 7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7$ $\quad -343 = (-7)^3 = (-7) \cdot (-7) \cdot (-7)$

$512 = 8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8$ $\quad -512 = (-8)^3 = (-8) \cdot (-8) \cdot (-8)$

$729 = 9^3 = 9 \cdot 9 \cdot 9$ $\quad -729 = (-9)^3 = (-9) \cdot (-9) \cdot (-9)$

$1000 = 10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10$ $\quad -1000 = (-10)^3 = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10)$

İlk birkaç küpü aklında öğrenmen gereklidir: 1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3 ve 10^3.

Örnek 3

Aşağıdaki sayıları tahmin et:

a) $\sqrt[3]{20}$ **b)** $\sqrt[3]{-140}$ **c)** $\sqrt[3]{750}$

a) 20, 8 ve 27 arasındadır.

$\sqrt[3]{20}$, 2 ve 3 arasındadır.

20, 27'ye 8'den daha yakındır.

$\sqrt[3]{20}$ yaklaşık 2,7'dir.

b) -140, -125 ve -126 arasındadır.

$\sqrt[3]{-140}$, -5 ve -6 arasındadır.

-140, -125'e -216'dan daha yakındır.

$\sqrt[3]{-140}$ yaklaşık olarak $-5{,}2$'dir.

c) 750, 729 ve 1000 arasındadır.

$\sqrt[3]{750}$, 9 ve 10 arasındadır.

750, 729'a 1000'den daha yakındır.

$\sqrt[3]{750}$ yaklaşık olarak 9,1'dir.

Ödevler

1. Aşağıdaki yazıyı yeniden yaz ve verilen ifadelerin doğru olması için $\sqrt{70}$ değerini tahmin et.

70, 64 ve ..... arasındadır

$\sqrt{70}$, ... ve ..... arasındadır

10 sayısı ..... sayısından daha yakındır.

$\sqrt{70}$ yaklaşık olarak ..... 'dir

2. Aşağıdaki karekökleri hesapla. Çözümleri hesap makinesiyle kontrol et.

a) $\sqrt{5}$ **b)** $\sqrt{15}$ **c)** $\sqrt{45}$ **ç)** $\sqrt{90}$ **d)** $\sqrt{300}$

e) $\sqrt{200}$ **f)** $\sqrt{380}$ **g)** $\sqrt{265}$ **ğ)** $\sqrt{180}$ **h)** $\sqrt{125}$

3. **a)** 21^2 ve 22^2 değerlerini hesapla.

b) **a)** şıkkındaki çözümü kullanarak $\sqrt{450}$ ne kadar olabileceğini tahmin et.

c) Çözümlerini hesap makinesiyle kontrol et.

4. 1 ve 1000 arasındaki tüm tam küpleri yaz.

5. Ödev 4'ün çözümünü kullanarak, aşağıdaki küpköklerin değerlerini tahmin et.

Çözümleri hesap makinesiyle kontrol et.

a) $\sqrt[3]{4}$ **b)** $\sqrt[3]{30}$ **c)** $\sqrt[3]{90}$ **ç)** $\sqrt[3]{200}$ **d)** $\sqrt[3]{-50}$

e) $\sqrt[3]{-500}$ **f)** $\sqrt[3]{950}$ **g)** $\sqrt[3]{-120}$ **ğ)** $\sqrt[3]{-10}$ **h)** $\sqrt[3]{350}$

6. Kare sayılarla sayısal şema verilmiştir.

$1^2 - 0^2 = 1 + 0 = 1$

$2^2 - 1^2 = 2 + 1 = 3$

$3^2 - 2^2 = 3 + 2 = 5$

$4^2 - 3^2 = \_\_ + \_\_ = 7$

$5^2 - 4^2 = \_\_ + \_\_ = \_\_$

$6^2 - 5^2 = \_\_ + \_\_ = \_\_$

a) Şemanın sıradaki iki satırını yaz.

b) Düzende sıradaki iki satırı tamamla.

c) Hesapla: **I** $10^2 - 9^2$ **II** $16^2 - 15^2$

Şemadan aynı kuralı kullan.

7. Marko ve Matey ev ödevi hakkında konuşuyorlar.

Marko diyor ki $\sqrt{-100} = -10$, çünkü $\sqrt{100} = 10$

Matey diyor ki $\sqrt{-100}$ hesaplanamaz, çünkü negatif sayıların karekökleri yoktur.

Kim haklıdır?

$(-10)^2$ hesaplamayı dene. İki negatif sayı çarparsan ne olacak?

6.2 İşlemlerin Sıralaması

Bir ifadede işlemlerin gerçekleştiği sıralama çok önemlidir.

VIII. sınıfta işlemlerin gerçekleştiği sıralamayı öğrendik:

Parantezler

Kuvvetler

Bölme
Çarpma

Toplama
Çıkarma

İşlemler gerçekleştiği sıralamaya göre yazılmıştır. İlk önce parantezlerdeki işlemler yapılıyor. Ardından kuvvetler hesaplanıyor.

Bölme ve çarpma işlemler aynı öncüllüklü işlemlerdir ve bu yüzden aynı zamanda gerçekleşebilir.

Toplama ve çıkarma da aynı öncüllüklüdür ve onları en sonunda gerçekleştiriyoruz.

Örnek 1

Hesapla: $24 + 4^2 \cdot (9 - 7) - 27 : 3$

$24 + 4^2 \cdot (9-7) - 27 : 3$ — İlk önce parantezlerde hesaplıyoruz

$= 24 + 4^2 \cdot 2 - 27 : 3$ — Ardından kuvvetleri hesaplıyoruz

$= 24 + 16 \cdot 2 - 27 : 3$ — Ondan sonra bölme ve çarpma

$= 24 + 32 - 9$ — Sonunda, toplama ve çıkarma

$= 47$

Örnek 2

Aşağıdaki denklemin doğru olması için parantezler kullan:

$21 - 12 : 6 - 2^2 = 23$

Birkaç farklı yerde parantezler ekliyoruz.

a) Parantezsiz

$21 - 12 : 6 - 2^2$

$= 21 - 12 : 6 - 4$

$= 21 - 2 - 4 = 15$ — Bu doğru değil

b) $(21 - 12) : 6 - 2^2$

$= 9 : 6 - 2^2$

$= 9 : 6 - 4$

$= 1\frac{1}{2} - 4 = -2\frac{1}{2}$ — Bu doğru değil

c) $21 - 12 : (6 - 2^2)$

$= 21 - 12 : 2$

$= 21 - 6 = 15$ — Bu doğru değil

ç) $21 - (12 : 6 - 2^2)$

$= 21 - (12 : 6 - 4)$

$= 21 - (2 - 4)$

$= 21 - (-2) = 23$ — Bu doğrudur

Sadece son çözümde parantezler doğru kullanılmıştır.

Ödevler

Hesapla:

1. $17 - 5 \cdot 3$ **2.** $32 : 8 + 3^2$ **3.** $69 - 52 \cdot 2$

4. $7 + 3 \cdot 4$ **5.** $3 \cdot 5 + 6 \cdot 2$ **6.** $9 \cdot 4 - 20 : 5$

7. $6 \cdot (3 + 2)$ **8.** $12 : (8 - 4)$ **9.** $9 \cdot (2 + 3) \cdot 10$

10. $3^2 - 2^2 \cdot 2$ **11.** $(3^2 - 2^2) \cdot 2$ **12.** $60 : 2^2 - 8$

13. $36 - 5^2 + 2 \cdot 3$ **14.** $3 \cdot (4^2 - 3^2)$ **15.** $(5 + 2 \cdot 4)^2$

16. $2^3 + 3^3 \cdot 2$ **17.** $17 + 3^2 \cdot (6 - 2)$ **18.** $12^2 - (2 + 7 \cdot 4)$

19. $36 - 3^3 : (12 - 9) - 2^3$ **20.** $(1 + 2)^3 + 4 \cdot 5 - 6$

Eşitliklerin doğru olması için gereken yerlerde parantez kullan.

21. $12 + 3 \cdot 2 = 30$ **22.** $5 \cdot 8 - 3 = 25$ **23.** $32 : 8 - 4 = 8$

24. $36 : 3 + 6 \cdot 2 = 8$ **25.** $5^2 - 7 \cdot 2 = 36$ **26.** $9 - 7 \cdot 3^2 = 18$

27. $2^3 + 1 \cdot 3^2 + 1 = 90$ **28.** $6 + 2 \cdot 5^2 = 56$

29. Marko bir eşitlik yazmış, fakat parantezleri unutmuş.

$5 + 12 \cdot 3 - 1 = 2 + 3 \cdot 6 - 1$

Eşitliğin doğru olması için, iki taraftaki ifadede parantezler kullan.

Eşitliğin doğru yazılışını bulmadan önce, birkaç farklı yerde parantezler yazmalısın.

6.3 Yüzdelerin Artması ve Azalması

Şirketler ve bazı bireyler vergi ödüyorlar.

İnsanlar kazandıkları paraya ve harcadıkları paraya vergi ödüyorlar.

Vergi yüzdelerle ifade ediliyor, böylece farklı genel tutarlar için aynı orantı ödenmektedir.



Bir büyüklüğü belli bir yüzde için artırmak maksadıyla, bu büyüklükten yüzdeyi buluyoruz ve elde edilen sayıyı başlangıç büyüklüğe ekliyoruz.

Bir büyüklüğü belli bir yüzde için azaltmak maksadıyla, bu büyüklükten yüzdeyi buluyoruz ve elde edilen sayıyı başlangıç büyüklükten çıkarıyoruz.

Örnek 1

Bir köyde nüfus sayısı 260'dır.

Gelecek yıl, onun %5 artacağı beklenilir.

Köyde beklenen nüfus sayısı ne kadar olacağını hesapla.

$\frac{5}{100} \cdot 260 = 13$ Bu artıştır.

$260 + 13 = 273$ Artışı ekliyoruz.

Beklenen nüfus sayısı 273'tür.

Örnek 2

Bir bisiklet 12500 denara satılıyor.

Fiyatı %15 için azalmıştır.

Bisikletin yeni fiyatını belirle?

$\frac{15}{100} \cdot 12500 = 1875$ Bu azaltmadır.

$12500 - 1875 = 10625$ Azaltmayı çıkarıyoruz.

Azaltmadan sonra bisikletin fiyatı 10625 denardır.

Yüzdelerin uygulanması

Bir mağaza, bir ürün satın alıyorsa ve ürünü ödediğinden daha pahalıya satıyorsa, fiyat farkına **kazanç** (**kâr**) denir. Bir mağaza ürünü aldığı fiyattan daha düşük fiyata satarsa, o zaman fiyat farkına **zarar** (**kayıp**) denir.

Bankada paramız olduğu zaman, banka o para için bize faiz ödüyor. Faiz genelde yılın sonunda ödeniyor. Örneğin, her yıl için %5 faiz oranı, sıkça %5 **yıllık** olarak tanımlanıyor. Faiz hesaba eklenmiyorsa, o zaman **basit faiz** söz konusudur.

Fiyatlar genelde vergisi dahil olarak gösteriliyor, fakat bazen vergisiz de veriliyor. Ne satıldığına ve satışın hangi ülkede yapıldığına bağlı olarak, faiz oranları farklıdır.

Örnek 3

Mariya kendi dükkânında kurabiye satıyor.

Bir kurabiyenin yapılışı 30 denar maliyeti var.

Mariya %80 kazanç elde etmek istiyor.

Bir kurabiyenin fiyatı ne kadar olmalıdır?

$\frac{80}{100} \cdot 30 \text{ denar} = 24 \text{ denar}$

$30 \text{ denar} + 24 \text{ denar} = 54 \text{ denar}$

Bu, fiyatı %80'den istenilen kârdır.

Demek ki, her kurabiyeyi 54 denara satması gerekiyor.

Örnek 4

Nikola'nın bankada 5000 denar birikimi vardır.

Birikimine %6 yıllık basit faiz kazanıyor.

Nikola paraları bankada iki yıl bırakırsa, ne kadar faiz elde etmesi gerekiyor?

$\frac{6}{100} \cdot 5000 = 300$ denar Bu değer her yıl kazanan faizdir

300 denar · 2 = 600 denar

Toplam faiz 600 denardır.

Yüzdeyi belirlemek

Bazen bir sayının kesri veya yüzdesi olan sayıyı belirlememiz gerekiyor.

Bunu yapmak için, ilk önce aranan sayıyı kesir şeklinde yazıyoruz, ondan sonra bu kesiri yüzdeye dönüştürüyoruz.

Bir değerin artmasını veya azalmasını hesapladığımız zaman, biz aslında değişen değeri orijinal değerle kıyaslıyoruz.

Örnek 5

Tanya, 7500 denara bisiklet almış.

Daha sonra bisikleti 6500 denara satmış.

Yüzde kaç zararda olduğunu hesapla.

Çözümü bir ondalık basamağına yuvarlanmış yaz.

7500 − 6500 = 1000 denar Bu değer, bisikleti satarken gördüğü zarardır.

$\frac{1000}{7500} \cdot 100 = \%13,(3) = \%13,3$ (1 o.b.) Bu, orijinal fiyattan yüzde olarak zarardır.

Tanya'nın gördüğü zarar %13,3'tür (1 o.b.).

Örnek 6

Sofiya, birkaç matematik testi yapmış.

Kesirler testinde olası 30 puandan 25 puan kazanmış.

Olasılık testinde olası 40 puandan 34 puan kazanmış

Diziler testinde olası 60 puandan 48 puan kazanmış.

Sofiya hangi testte en iyi sonuç almış?

Sofiya hangi testte en kötü sonuç almış?

Testlerin farklı değerleri vardır, bu yüzden yüzdeleri bulmamız gerekiyor ve ondan sonra onları kıyaslamamız gerekiyor.

Kesirler testi: $\frac{25}{30} \cdot 100 = \%83,3$ (1 o.b.)

Olasılık testi: $\frac{34}{40} \cdot 100 = \%85$

Diziler testi: $\frac{48}{60} \cdot 100 = \%80$

Sofiya en iyi sonuç olasılık testinde elde etmiş. En kötü sonuç diziler testinde elde etmiş.

Ödevler

1. Bir turizm ajansı tüm fiyatları %15 artırmış.

Aşağıda verilmiş eski bilet fiyatlarının yeni fiyatlarını hesapla:

a) 1200 denar **b)** 2400 denar **c)** 3600 denar

2. Bir mağazada tüm fiyatlara %25 indirim var.

Aşağıdaki yeni, azalmış fiyatlarını bul:

a) Orijinal fiyatı 28000 denar olan televizyon

b) Orijinal fiyatı 1400 denar olan bellek kartı

c) Orijinal fiyatı 6000 denar olan fotoğraf makinesi

3. Banka tüm avro depozitolarına yıllık %3 basit faiz ödüyor.

Yılın sonunda şu kişilere ödenecek faizi hesapla:

a) 250 avro banka depozitosu olan Mariya'ya.

b) 350 avro banka depozitosu olan Lilyana'ya.

c) 280 avro banka depozitosu olan Kosta'ya.

4. Bir çuval çimento 386 denar, artı vergi fiyatına satılıyor.

Vergi %18'dir.

Bir çuval çimento için ne kadar ödenmelidir?

5. Resimde restoran menüsü gösterilmiştir.

Restoran, tüm fiyatlara %10 hizmet ücreti ödetiyor.

Hizmet ücreti dahil, her pizzanın kaç para olduğunu hesapla.



6. Aleksandar'ın 36000 denarı var.

Ayakkabılar için 3000 denar ve gömlek için 2400 denar harcamış.

Aleksandar paraların yüzde kaçını harcamış?

7. Ali, 1 litrelik hacimli şişelerde limonata satıyor.

1 litre limonatanın üretme maliyeti 60 denardır.

Ali limonatayı litresi 75 denara satıyor.

a) Ali'nin yüzde olarak kazancı ne kadardır?

b) 20 litre limonata satmış. Onun toplam kazancı ne kadardır?

8. Tabloda 5 ülkenin toplam yüzeyi ve su yüzeyi verilmiştir.

Ülke	Toplam yüzey (km²)	Su yüzeyi (km²)
Avustralya	7741220	58920
Kanada	9984670	891163
Belçika	30528	250
Uruguay	176215	1200
Gana	238533	11000

Tüm beş ülke için su yüzeyinin yüzdesini belirle.

Çözümleri iki ondalık basamağına yuvarla.

9. Elena, 24000 denar fiyatı olan bir mutfak satın almış.

Elena toplam fiyatın %35'ini ödemiş, kalanını ise 24 eşit taksite ödemesi gerekiyormuş.

Onun aylık taksiti ne kadardır?

İlk önce ödediği tutarı çıkar.

10. Tabloda, 1970 ve 2008 yılları arasında Birleşik Krallık'ta ileri eğitim programına katılan erkek ve kız öğrencilerin sayısı hakkında veriler gösterilmiştir.

Erkek öğrenciler (bin)			
1970/71	1980/81	1990/91	2007/08
116	154	219	520

Kız öğrenciler (bin)			
1970/71	1980/81	1990/91	2007/08
95	196	261	534

a) 1970/71'den 1980/81'e kadar değişiklikleri yüzde olarak hesapla:

I erkek öğrenciler için **II** kız öğrenciler için.

b) 1990/91'den 2007/08'e kadar değişiklikleri yüzde olarak hesapla:

I erkek öğrenciler için **II** kız öğrenciler için.

c) Tabloda verilen her yıl için öğrencilerin yüzdesini hesapla.

ç) c) şıkkında elde edilen değişiklik yüzdeleri için ne söylenebilir?

Değişikliği orijinal değerle kıyasla.

100 üzerinde ve 100 altına yüzdeler

Bazen, değişikliği yüzdelerle hesaplamadan önce büyüklüklerin boyutlarını belirlememiz gerekiyor.

Ödevdeki büyüklüğün değeri, yüzdenin değişikliğinden önce mi sonra mı verilmiş olmasını anlamak için ödevi dikkatli okumamız gerekiyor.

Değişiklikten önceki değeri hesaplamak için:

- Toplam yüzdeyi hesaplıyoruz
- %1'i bulmak için bölüyoruz
- ondan sonra, yüzdenin hesaplanmasından önce değeri bulmamız için 100 ile çarpıyoruz.

Ödev 7

Andrey'in restoranda 528 denarlık fatura ödemesi gerekiyormuş.

Fatura %10 hizmet ücretini de dahil ediyor.

Hizmet ücreti eklenmeden önce, Andrey'in ödemesi gerektiği tutar ne kadarmış?

Orijinal fatura %100'dür.

%10 + %100 = %110 Bu orijinal fiyat, artı hizmet ücretidir.

528 denar %110'dur.

$1\% = \frac{528}{110}$ denar = 4,8 denar %1'in değerini bulmamız için 100 ile bölüyoruz.

%100 = 100 · 4,8 denar = 480 denar

Fatura 480 denarmış.

Örnek 8

Bir bisikletin fiyatı, indirimli satış sırasında %15 için daha düşükmüş.

Şimdi 5950 denara satılıyor.

Bisikletin orijinal fiyatı ne kadarmış?

Orijinal fiyat %100'dür.

%100 – %15 = %85

5950 denar %85'tir. Bu indirim için azalmış orijinal fiyattır.

$1\% = \frac{5950}{85}$ denar = 70 denar %1'in değerini bulmamız için 85 ile bölüyoruz.

%100 = 100 · 70 denar = 7000 denar %100'ün değerini bulmamız için 100 ile çarpıyoruz.

Orijinal fiyat 7000 denarmış.

Ödevler

1. Fırın, %25 için indirimli fiyata satılıyor.
İndirimli fiyatı 3150 denardır.
Fırının orijinal fiyatı ne kadarmış?

2. Mutfak kabı indirimli satışa çıkmış.
Kaba yapıştırılmış kağıtta „%20 indirim" yazıyormuş.
Tasarruf 49 denardır.
Mutfak kabın orijinal fiyatı ne kadarmış?

3. 2011 yılında müzeyi 14400 kişi ziyaret etmiş.
Bu sayı 2010 yılına kıyasen %20 için daha fazladır.
2010 yılında müzeyi kaç kişi ziyaret etmiş?

4. Pantolonlar indirimli satışta 960 denara satılıyor.
Pantolonların orijinal fiyatı %40 için indirimlidir.
Orijinal fiyatı hesapla.

5. Marko, yılın sonunda banka depozitosu için 300 denar faiz kazanmış.
Faiz oranı %6'dır.
Faiz ödenmeden önce, ondan %20 vergi hesaplanıyor.

Vergiyi çıkarmadan önce faizi hesapla.

Marko'nun banka depozitosu 6250 denar olduğunu kanıtla.

6. Bir sandalyenin fiyatı %30 için düşüktür.

İndirim 450 denardır.

Sandalyenin indirimli fiyatı ne kadardır?

6.4 Oranın karşılaştırılması

Ölçeği bir büyüklüğü başka bir büyüklükle karşılaştırmak için kullanıyoruz. Bu karşılaştırmaya **oran** da deriz.

Kısımların büyüklüğünü belirtmemiz gerektiğinde, oranın nasıl hesaplandığını önceden öğrenmiştik.

Kırmızı ve beyaz misketler 3:7 ölçeğinde karışık olduğunda, 3 kısım kırmızı misket ve 7 kısım beyaz misket olduğu anlamına geliyor.

Toplam on kısım vardır.

Misketlerin $\frac{3}{10}$'ü, kırmızıdır, $\frac{7}{10}$'si ise beyazdır.

Aşağıdaki üç örnekte farklı büyüklüklerin oranını inceleyeceğiz.

Örnek 1

2352 denarı 3 : 4 : 1 orantıyla ayır.

$3 + 4 + 1 = 8$ Küçük kısımların toplam sayısını bulmamız için ölçekleri topluyoruz.

$2352 : 8 = 294$ Bir kısmın büyüklüğünü bulmamız için bölüyoruz.

$294 \cdot 3 = 882$ Her kısmın büyüklüğünü bulmamız için çarpıyoruz.

$294 \cdot 4 = 1176$

$294 \cdot 1 = 294$

Üç kısım şunlardır: 882 denar, 1176 denar ve 294 denar.

Üç kısmın toplanmasıyla cevabın doğru olup olmadığını kontrol ediyoruz.

$882 + 1176 + 294 = 2352$ ✓

Örnek 2

Okul gezisinde erkeklerin kızlara göre oranı 3:2'dir.

Gezide 46 kız varmış.

Gezide kaç erkek varmış?

Ölçeklerin toplamı 5 olduğuna göre, toplam 5 kısım vardır.

Öğrencilerin 2 kısmı kızdır.

2 kısım = 46 — Bildiğimiz şeylerden başlıyoruz.

1 kısım = 46 : 2 = 23 — Bir kısmın ne kadar olduğunu bulmamız için bölüyoruz.

3 kısım = 23 · 3 = 69 — Aranan erkeklerin sayısını bulmamız için çarpıyoruz.

Gezide 69 erkek varmış.

Örnek 3

Bir kutuda 4 : 5 oranında kırmızı ve mavi top bulunuyor.

Topların ne kadar kısmı kırmızıdır? Kesir şeklinde yaz.

4 + 5 = 9 — Toplam kısım sayısını bulmamız için ölçekleri topluyoruz.

Toplam 9 kısımdan 4 kısmı kırmızıdır.

Topların $\frac{4}{9}$'ü kırmızıdır.

Ödevler

1. Aşağıdaki ölçekleri en basit şekile kadar kısalt.

a) 15 : 25 **b)** 36 : 54 **c)** 81 : 45 **ç)** 56 : 48 **d)** 80 : 32

2. Aşağıdaki ölçekleri sadeleştir. Çözümleri en basit şekilde yaz.

a) 400 g : 1,2 kg **b)** 1,5 m : 40 cm

c) 2 gün : 8 saat **ç)** 600 ml : 2,4 l

d) 25 mm : 4 cm **e)** 450 m : 1 km

Ölçeğin iki tarafını aynı ölçü birimine dönüştür.

3. Aşağıdaki ölçekleri en basit şekile kadar kısalt.

a) 36 : 45 : 27 **b)** 12 : 24 : 18 **c)** 0,5 : 1,5 : 2 **ç)** 150 : 240 : 570

4. Aşçının üç çuval unu varmış.



A çuvalın 500 g kütlesi var, B çuvalın 750 g kütlesi ve C çuvalın 1,5 g kütlesi var.

A çuvalı kütlesinin oranını B çuvalına göre ve C çuvalına göre oranı hesapla.

Çözümü sadeleştir.

5. Aşağıdaki büyüklükleri verilen orana ayır.

a) 400 denarı 4 : 1 oranına **b)** 120 cm'yi 3 : 2 oranına **c)** 38,7 denarı 5 : 4 oranına

ç) 350 denarı 3 : 2 oranına **d)** 576 km'yi 3 : 5 oranına **e)** 660 m'yi 10 : 1 oranına

6. Hristina, İva ve Beti 1050 denar 3 : 2 : 1 oranına ayırmış.

Her birinin ne kadar para aldığını hesapla.

7. Üçgende açılar 5 : 4 : 3 orandadır.

En küçük açının büyüklüğünü derecelerle hesapla.

8. Dörtgende açılar 2 : 3 : 3 : 7 orandadır.

En büyük açının büyüklüğünü derecelerle hesapla.

9. Bir otobüste yetişkin kişilerin ve çocukların oranı 1 : 9'dur.

Otobüsteki insanlardan ne kadar kısmı çocuktur?

10. Okulda çocukların $\frac{5}{8}$'i kızdır. Kızların erkeklere göre oranı hesapla.

Kızların erkeklere göre oranını hesapla.

11. Bant parçası 5 : 3 oranında kesilmiştir.

Daha kısa parça 45 cm uzunluğundadır.

Daha uzun parçanın uzunluğu ne kadardır?

12. Kutuda 7 : 4 oranında siyah ve beyaz toplar vardır.

Kutuda 42 siyah top vardır.

Kutuda toplam kaç top olduğunu hesapla.

13. Ana ve Mimi'nin yaşları 3 : 5 oranındadır.

Mimi, Ana'dan 6 yaş daha yaşlıdır.

a) İkisi kaç yaşta olduklarını hesapla.

b) Bir yıl sonra yaşların oranı ne kadar olacak? Çözümü sadeleştir.

İkisi de **a)** şıkkındaki çözümden bir yaş için daha yaşlı olacak.

14. Bir sepette kırmızı, yeşil ve mavi toplar vardır.

Eşit sayıda yeşil ve mavi top vardır.

Sepetten kırmızı topun seçilme olasılığı $\frac{3}{7}$'dir.

Kırmızı toplar: yeşil toplar: mavi toplar oranını hesapla.

Bir mavi topun ve bir de yeşil topun seçilme olasılıklarını hesapla. Bu iki olasılık eşit olmalıdır.

15. Haritada 1 : 25000 ölçeği yazılmıştır.

a) Haritada sokak 6,4 cm uzundur.
Sokağın kilometrelerle gerçek uzunluğunu hesapla.

İlk önce uzaklığı santimetreyle hesapla.

b) Hava alanı pisti 2,5 km uzundur.
Haritada pist ne kadar uzundur?

Önce kilometreyi santimetreye dönüştür.

c) Dikdörtgen şeklinde bir fidanlığın haritada 3 cm ve 1,6 cm boyutları vardır.
Fidanlığın alanını hektarla hesapla.

1 hektar (ha) = 10000 m^2

Denk oranlar

Sıkça ölçekleri karşılaştırmak gerekiyor.

Ölçeklerin eşdeğerli olduklarını göstermek için, onları kısaltarak en basit şekile getiriyoruz.

En basit şekile getirildiğinde ölçekler eşitse, o zaman onlar **denk oranlardır**.

Örnek 4

35 : 84 ve 60 : 144 ölçeklerini karşılaştır ve eşdeğerli olup olmadıklarını tespit et.

Ölçekleri sadeleştirerek şunu elde ediyoruz:

35 : 84 = **5 : 12** İki sayıyı 7 ile bölüyoruz.

60 : 144 = 30 : 72 İki sayıyı 2 ile bölüyoruz.

= **5 : 12** İki sayıyı 6 ile bölüyoruz.

İki ölçek eşdeğerlidir çünkü 5 : 12'ye eşittir.

Bu sadeleştirmeyi bir adımda yapabiliriz, eğer 12 ile bölersek.

Bireysel oranlar

Ölçekler farklı ise, onların en basit şekillerini karşılaştırmak her zaman kolay olmayabilir.

Böyle durumlarda iki yöntem uygulayabiliriz.

Birinci yöntem onları **bireysel ölçeğe** dönüştürmektir.

Bireysel ölçek 1 : n veya n : 1 şeklinde olan ölçektir.

Şimdiye kadar ölçeklerin sadeleştirilmesi sırasında tam sayılar kullanılıyordu.

Bireysel ölçeklerde n'in değeri sıkça tam sayı değildir.

Örnek 5

A okulunda 565 öğrenci ve 27 öğretmen vardır.

B okulunda 840 öğrenci ve 37 öğretmen vardır.

Hangi okulun, öğrencilerin öğretmenlere göre daha küçük oranı vardır?

A okulunda öğrencilerin öğretmenlere göre oranı 565 : 27'dir.

Bu oran sadeleştirilemez çünkü 565 ve 27'nin ortak bölenleri yoktur.

İki sayının basit bölenlerin ayrışmaları şunlardır: $565 = 113 \cdot 5$ ve $27 = 3 \cdot 3 \cdot 3$. Demek ki ortak bölenleri var.

B okulunda öğrencilerin öğretmenlere göre oranı 840 : 37'dir.

Bu ölçek sadeleştirilemez çünkü 840 ve 37'nin ortak bölenleri yoktur.

İki sayının basit bölenlerin ayrışmaları şunlardır: $840 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, 37 ise basit sayıdır. Demek ki ortak bölenleri yoktur.

Ölçekler eşdeğerli değildir, çünkü en basit şekilleri farklıdır.

İki ölçeği bireysel ölçeklere dönüştüreceğiz.

Okul A: $565 : 27 = \frac{565}{27} : 1$ İki tarafı 27 ile bölüyoruz.

$= \mathbf{20{,}9 : 1}$ Bir ondalık basamağa.

Okul B: $840 : 37 = \frac{840}{37} : 1$ İki tarafı 27 ile bölüyoruz.

$= \mathbf{22{,}7 : 1}$ Bir ondalık basamağa.

A okulunda öğretmen başına 20,9 öğrenci var, B okulunda ise öğretmen başına 22,7 öğrenci vardır.

A okulunun öğrenci sayısı öğretmene göre daha küçük oranı var.

Yüzdelerin uygulanması

Ölçekleri karşılaştırmak için ikinci yöntem ölçekleri yüzdelere dönüştürmektir.

Bu yöntem, bir büyüklüğü diğer büyüklüğe göre yüzde olarak belirlememiz gerektiği zaman faydalıdır.

Bu yöntemi uygulamamız için, büyüklükleri kesir olarak yazıyoruz ve kesirleri yüzdelere dönüştürüyoruz.

Örnek 6

İvo 240 ml kırmızı boyayı 560 ml beyaz boyayla karıştırmış.

Elena 0,75 l kırmızı boyayı 1,25 l beyaz boyayla karıştırmış.

Hangi boya karışımında daha büyük yüzdede kırmızı boya vardır?

İvo'nun karışımında, toplam 800 ml'de 240 ml kırmızı boya vardır.

Kesir olarak $\frac{240}{800}$ şeklindendir.

$\frac{240}{800} = 240 : 800 = 0{,}3$

$0{,}3 = 0{,}3 \cdot 100 = \%30$

Kesiri ondalık sayıya dönüştürüyoruz, ardından ondalık sayıyı yüzdeye dönüştürüyoruz.

Elena'nın karışımında toplam 2 l'den 0.75 l kırmızı boyadır.

Kesir olarak $\frac{0{,}75}{2}$ şeklindendir.

$\frac{0{,}75}{2} = 0{,}75 : 2 = 0{,}375$

$0{,}375 = 0{,}375 \cdot 100 = \%37{,}5$

Elena'nın karışımında daha büyük yüzdede kırmızı boya vardır.

Ödevler

1. Ölçek çiftlerini sadeleştir ve eşdeğerli ölçekler olup olmadıklarını belirt.

a) 15 : 25 ve 12 : 18 **b)** 36 : 16 ve 45 : 20 **c)** 25 : 40 ve 35 : 55

ç) 21 : 56 ve 18 : 48 **d)** 20 : 30 ve 32 : 48 **e)** 48 : 60 ve 28 : 35

2. Aşağıdaki ölçekleri 1 : *n* şeklinde yaz

a) 4 : 7 **b)** 5 : 8 **c)** 6 : 3

ç) 8 : 10 **d)** 10 : 8

3. Okul gezilerinde öğrenci ve öğretmen oranı 9 : 1'den daha küçük olmalıdır.

Bir günlük bir okul gezisinde 128 öğrenci ve 15 öğretmen vardır.

a) Bu okul gezisi için, öğrenci öğretmen oranını *n* : 1 şeklinde hesapla.

b) Gezide yeterli sayıda öğretmen var mı?

4. Denis, 28 kg toprak 7 kg suni gübreyle karıştırmış.

Goran 63 kg toprak 17 kg suni gübreyle karıştırmış.

a) Her iki karışımda suni gübre yüzdesini hesapla.

b) Kimde daha yüksek suni gübre yüzdesi vardır?

5. İki bahçıvan çimenlikleri için tohumlar karıştırmış.

Dragan 5 kg çimeni 2 kg hayvan yemi olarak kullanılan Avrasya çimeniyle karıştırmış.

Vasko 3,6 kg çimeni 17 kg Avrasya çimeniyle karıştırmış.

a) Her karışımda Avrasya çimenin yüzdesini hesapla.

b) Kimin karışımında daha yüksek Avrasya çimeni yüzdesi varıdr?

6. Aleksandar ve Marko eğlence için içkiler karıştırmışlar.

Aleksandar 1,8 litre meyve suyu 12 litre suyla karıştırmış.

Marko 2,5 litre meyve suyu 17,5 litre suyla karıştırmış.

Her iki içkide meyve suyun yüzdesini hesapla.

7. Mariyana'nın 10 yaşı vardır, Andrea'nın ise 7 yaşı vardır.

Babaanneleri onlara harçlık para hazırlamış.

Paraları ayırmak için iki şekil öneriyor.

Birinci şekil paraları yaşların oranına göre ayırsın.

İkinci şekil ise paraları isimlerindeki harflerin sayısına göre ayırsın.

Senin düşüncene göre, Mariyana'ya fazla uyan şekil hangisidir? Nedenini açıkla.

Önce, her yöntemle hangi kısmın elde edileceğini hesaplayınız. Ondan sonra ondalık sayılardan ya da yüzdelerden yararlanarak kıyaslayınız.

8. Dört ölçek verilmiştir:

21 : 35 : 14 36 : 60: 24 27 : 45 : 15 45 : 75 : 30

Bu dört ölçekten üçü eşdeğerlidir, biri ise diğerlerinden farklıdır.

Hangi ölçeklerin eşdeğerli olduğunu, hangi ölçeğin ise diğerlerinden farklı olduğunu hesapla.

Bütün süreci göster.

Her ölçeği sadeleştir.

6.5 Orantılılık



Tarihsel açıdan, ülkeler kendi para birimi, ya da kendi para sistemi geliştirmişler.

Amerikan doları ($), Avro (€) veya İngiliz Sterlini (£) gibi bazı para birimleri, iyi bilinen para birimleridir ve onların geniş çapta tanınan sembolleri vardır.

Ülkelerin çoğunda bir para birimini başka para birimine değiştiren bankalar veya döviz büroları vardır.

Döviz değiştirme, para birimlerin aralarında doğru orantılı olmasına dayanıyor.

Bankalar veya döviz büroları genelde insanların bir ülkeye girdikleri limanlarda, hava alanlarında ve ana tren istasyonlarında vardır.

Doğru orantı

İki büyüklüğün oranı (bölümü) her zaman aynı ise, o büyüklükler için **doğru orantılı** olduklarını diyoruz.

Örneğin, eğer otomobil sabit harcamayla yakıt kullanıyorsa, otomobilin geçtiği yol harcanan yakıt mıktarına göre doğru orantılıdır. Dört kat daha uzun sürüyorsak, dört kat fazla yakıt harcayacağız.

Doğru oratılılığın dahil olduğu çoğu ödevin çözülmesi için, çarpma veya bölme kullanabiliriz.

Bu tür ödevlerin çözülmesi için grafikler kullanıyorduk.

Bazen iki büyüklüğün oranını kullanmak daha iyidir.

Örnek 1

Angel, 144 km yol yapmış ve 9 litre yakıt harcamış.

400 km için ne kadar yakıta ihtiyacı olacağını hesapla.

144 km için 9 litre yakıt harcanıyor.

1 km için $\frac{9}{144}$ litre yakır harcanıyor.

Bireysel yöntem: 1 km için harcanan miktarı bulmamız için bölüyoruz, ondan sonra çözümü bulmamız için çarpıyoruz.

400 km için harcanacak yakıt $\frac{9}{144} \cdot 400$

$$= \frac{9 \cdot 400}{144}$$

$$= \frac{3600}{144}$$

$$= 25$$

Angel'e 25 litre yakıt gerekecek.

Örnek 2

Resimde iki kahvaltılık tahıl kutusu gösterilmektedir.



Her iki paketlemede cevizin kütlesi paketin toplam kütlesiyle doğru orantılı mıdır?

Cevizin ve toplam kütlenin oranı şudur:

Standart paketleme	45 : 300 = 3 : 20	Ölçeği sadeleştirmek için 15'le böl.
Özel paketleme	66 : 440 = 3 : 20	Ölçeği sadeleştirmek için 22'le böl.

Her iki paketin aynı ceviz kütlesi ve paketi toplam kütlesi oranı vardır.

Cevizin kütlesi paketin toplam kütlesiyle doğru orantılıdır.

Örnek 3

Tea sekiz saatlik iş için 624 denar kazanıyor.

Lindita beş saatlik iş için 390 denar kazanıyor.

Tea'nın ve Lindita'nın bir saat için aynı ödenmiş olup olmadıklarını hesapla.

İkisi için aldıkları ücret çalışma saatlerin sayısıyla doğru orantılıdır.

Bit saat için aldıkları ücret şudur:

Tea	624 : 8 = 78	Tea saat başına 78 denar ödeniyor.
Lindita	390 : 5 = 78	Lindita saat başına 78 denar ödeniyor.

İkisine de saat başına aynı ödeniyor.

Değiştirme oranı

„Değiştirme oranı" terimini farklı ölçü birimleri arasında doğru orantılılığı tanımlamak için kullanıyoruz.

Genel değiştime oran türü döviz kuru'dur.

İki farklı para birimde toplam paralar doğru orantılıdır.

Örnek 4

Anya 120 doları avroya değiştirmiş ve 91,20 avro almış.

a) Doları avroya değiştirmek için döviz kurunu hesapla.

Aynı zamanda, Kosta 250 doları avroya değiştirmiş.

b) Kosta'nın ne kadar avro aldığını hesapla.

a) Döviz kuru 1 dolar için alınan değerdir.

$120\$ = 91{,}20€$

$1\$ = 91{,}20€ : 120$

$= 0{,}76€$

Döviz kuru şudur: $1\$ = 0{,}76€$

b) **a)** şıkkında hesapladığımız döviz kuru kullanıyoruz:

$250 \cdot 0{,}76 = 190$

Kosta 190€ almış.

Ödevler

1. 7 metre kumaş bez malzemenin maliyeti 1729 denardır.

Aynı fiyatta 12 metre kumaş bez malzeme için ne kadar ödenmesi gerektiğini hesapla.

2. 3 kilogram unun maliyeti 102 denardır.

Aynı fiyatta 5 kilogram unun maliyeti ne kadar olduğunu hesapla.

3. Deyan $5\frac{1}{2}$ saat iş için 935 denar kazanmış.

8 saat çalışırsa ne kadar kazanacak?

4. 55 litre yakıtın maliyeti 5280 denardır.

Aynı yakıttan 68 litre için ne kadar ödenmesi gerekiyor?

5. x ve y iki değişkendir.

$x = 12$ olunca, $y = 40$

$x = 30$ olunca, $y = 100$

x ve y doğru orantılı mıdır? Cevabı açıkla.

6. İki kavanoz çilek reçeli karşılaştırmamız gerekiyor.



Küçük reçel kavanozunda, 500 g reçelde 225 g çilek vardır.

Büyük reçel kavanozunda, 720 g reçelde 324 g çilek vardır.

Çileklerin kütlesi, toplam reçel kütlesiyle doğru orantılı mıdır?

Cevabını açıkla.

7. Aşağıdaki tablo farklı tahıllar paketli kutularda şeker miktarını göstermektedir.

	Paket A	Paket B	Paket C	Paket Ç
Şeker miktarı	75 g	150 g	100 g	54 g
Tahıl miktarı	500 g	1 kg	700 g	360 g

a) Her tahıllar paketinde şekerin yüzdesini hesapla.

b) Şekerin kütlesi tahıl kütlesiyle doğru orantılı mıdır?

Büyüklükler doğru orantılıysa, o zaman yüzdeler eşit olacak.

8. Antoniya sekiz saatlik iş için 1440 denar kazanmış.

Stefi 11 saatlik iş için 1936 denar kazanmış.

a) İkisinin 1 saat için ne kadar ücret aldığını hesapla.

b) İkisi de bir saat için aynı mı ödeniyor?

9. Avro ve denar arasındaki döviz kuru 1€ = 61,69 denardır.

a) 120€ denara dönüştür.

b) 200 denarı avroya dönüştür.

Çözümleri en yakın denara, yani cente yuvarlayınız.

10. Andrey Kavadar'da yaşıyor ve tatil için Kanada'da yaşayan akrabalarını ziyaret etmek istiyor.

Tatilin başında 37700 denarı Kanada dolarına değiştirmiş.

Kanada doları ve denar arasında döviz kuru: 1 Kanada doları (CAD) = 41,97 denardır.

a) Andrey'in ne kadar Kanada doları aldığını hesapla?

Tatilin sonunda, 65 Kanada doları kalmış.

Aynı kura göre onları denara dönüştürmüş.

b) Ne kadar denar aldığını hesapla. En yakın denara yuvarla.

11. Yovan ve Elena ABD'ye yolculuk için hazırlanıyorlar.

Yovan 24205 denarı 435$'a dönüştürmüş.

Elena 30385 denarı aynı döviz kuruna göre, 2 ondalık basamağına yuvarlanık dolara dönüştürmüş.

Elena'nın kaç dolar aldığını hesapla. İki ondalık basamağa yuvarla.

12. Bulgaristan'da Kara Deniz'de tatilin başında Stoyan 500€'yu, 980 Bulgar levine değiştirmiş.

Tatilin sonunda 100 levi kalmış.

Stoyan levleri aynı döviz kuruna göre avroya dönüştürmüş.

Kaç avro aldığını hesapla, en yakın tam sayıya yuvarla.

Avroların levalara dönüştürme için ilk kur değerlerinin oranından yararlanınız.

13. İnternette ilanda bir bilgisayar 240£'a ya da 375$'a satılıyor.

Döviz kuru 1$ = 0,61£.

Bilgisayarın dolarla mı sterlinle mi daha ucuz olduğunu hesapla. İki ondalık basamağa yuvarla.

Dolara ya da sterline dönüştürebilirsin.

14. Deyan, Londra'ya turistik geziye gitmeyi planlıyormuş.

Bankada 1£ = 79,50 denar döviz kuruna göre 76320 denar sterline değiştirmiş.

Yola çıkmadan bir hafta turizm acentanın Londra yerine, çok daha hesaplı fiyata Paris'e gitme teklifini kabul etmiş.

Deyan tüm sterlinleri 1£ = 1,19€ döviz kuruna göre avroya değiştirmiş.

a) Deyan'ın şimdi kaç avrosu olduğunu hesapla. İki ondalık basamağına yuvarla.

b) Denarları avroya değiştirme kuru 1€ = 61,69 denardır.

Deyan, denarları doğrudan avroya değiştirseymiş kaç avrosu olacağını hesapla. İki ondalık basamağa yuvarla.

Önce denarları sterline çeviriniz. Ondan sonra sterlinleri avroya çeviriniz.

Emperyal ölçü birimlerine dönüştürmekte doğru orantının uygulanması

Mil ve kilometre

Mil ve kilometre arasındaki bağlantı şudur:

8 kilometre = 5 mil.

Kilometreleri millere dönüştürmek için 8 ile bölüyoruz ve 5 ile çarpıyoruz.

Milleri kilometrelere dönüştürmek için, 5 ile bölüyoruz ve 8 ile çarpıyoruz.

Örnek 5

Petar'ın otomobili, tüm yakıtı harcayana kadar yaklaşık 70 mil geçebilir.

Petar, işareti otobanda fark etmiştir.

Yakıtı harcanmadan önce benzin istasyonuna varmayı başaracak mı?



Yöntem 1: Mili 5 ile bölerek ve ondan sonra 8 ile çarparak kilometreye dönüştürüyoruz.

$70 : 5 = 14$

$14 \cdot 8 = 112$

Büyük olasılıkla 112 kilometre sonra yakıtsız kalacak.

Benzin istasyonu 120 kilometre uzaklıkta olduğundan dolayı, büyük olasılıkla benzin istayonuna varmayı başaramayacak.

İkinci yöntem: Kilometreleri 8 ile bölerek ve ondan sonra 5 ile çarparak mile dönüştürüyoruz.

$120 : 8 = 15$

$15 \cdot 5 = 75$

Benzin istasyonu 75 mil uzaklıktadır.

Petar'ın 70 mil için daha yakıtı var, buna göre büyük olasılıkla benzin istasyonuna varmayı başaramayacak.

Diğer emperyal ölçü birimleri

Uzunluk, kütle ve hacim gibi birçok farklı büyüklükler için emperyal ölçü birimleri vardır.

Miller ve kilometreler hariç, tüm ölçü birimleri için dönüştürme katsayıları ödevlerde verilecektir.

Örnek 6

Filip, 9 galon yakıt sığdıran depolu otomobile sahiptir.

Bu deponun litrelerle hacmi ne kadardır?

1 galon yaklaşık 4,5 litredir.

Demek ki, 1 galon = 4,5 litre

9 galon = $4,5 \cdot 9 = 40,5$ litre.

Filip'in yakıt deposu yaklaşık 40,5 litre sığdırmaktadır.

Örnek 7

Mila, garajının 5,2 metre uzun olduğunu biliyor.

Şu merdiven reklamını görmüş.



a) Garajın uzunluğunu feet ölçümüne göre hesapla.

b) Merdiveni garajda sığdırabilecek mi?

1 feet yaklaşık 0,305 metredir.

a) 0,305 metre = 1 feet

1 metre = $1 : 0,305 = 3,279$ feet

5,2 metre = $3,279 \cdot 5,2 = 17,05$ feet

Mila'nın garajı 17 feet'ten biraz daha uzundur.

b) Merdiven 16 feet uzundur.

17 feet'ten daha kısadır.

Merdiveni garajında sığdırabilecek.

Bu üniter orantılılık yöntemidir.
İlk önce 1 metrede kaç ayak olduğunu buluyoruz.

Ödevler

1. Yovan tatile gitmiştir.

Beş gün boyunca 21 mil, 18 mil, 17 mil, $15\frac{1}{2}$ mil ve 13 mil yürümüş.

a) Yürüdüğü toplam mil sayısını hesapla.

b) Mesafeyi kilometrelere dönüştür.

2. Matey bodrumunda 6 inch uzunlukta eski vida bulmuş.



Vidanın uzunluğunu santimatrelere dönüştür.

1 inch yaklaşık 2,54 santimetredir.

3. Bir yakıt deposu 150 litre sığdırıyor.

Bu kaç galondur?

1 galon yaklaşık 4,5 litredir.

4. Mariya'nın elma meyve suyu ile dolu beş litrelik kabı vardır.



Meyve suyunu bardaklara boşaltmalıdır, her bardak $\frac{1}{2}$ pint sığdırıyor.

Kabdaki meyve suyuyla kaç bardağın doldurulabileceğini hesapla.

1 litre yaklaşık 1,75 pint'tir.

5. Nikola'nın 198 pound vücut ağırlığı vardır.

Vücut kütlesini kilogramla hesapla.

1 kilogram yaklaşık 2,2 pound'tur.

6. Olimpiyat maraton yarışı başlangıçta 26 mil ve 385 yard uzunmuş.

Bu uzunluğu kilometrerle hesapla.

Bir milde 1760 yard vardır.

385 yard $\frac{385}{1760}$ mildir.

Kaç kilometre olduğunu hesaplamadan önce kesri ondalık sayıya dönüştür.

7. Todor'un 93,6 kilogram vücut kütlesi vardır.

Nikola'nın ise 15 stone (taş) ve 5 pound vücut kütlesi vardır.

a) 1 kilogram yaklaşık 2,2 pound'tur.

Todor'un kütlesini pounda dönüştürmek için bunu kullan.

Kilogramı pounda dönüştümek için 2,2 ile çarp.

b) 1 stone'da 14 pound var.

Nikola'nın kütlesini poundla hesaplamak için bunu kullan.

c) İkisinden kimin daha büyük vücut kütlesi olduğunu ve ne kadar için daha büyük olduğunu yaz. Çözümü en yakın pounda yuvarla.

Tekrarlama ödevleri

1. Şunların değerlerini belirt:

a) $\sqrt{361}$ **b)** $\sqrt{121}$ **c)** $\sqrt[3]{64}$ **ç)** $\sqrt[3]{27}$

2. Şunların değerlerini tahmin et:

a) $\sqrt{28}$ **b)** $\sqrt[3]{40}$ **c)** $\sqrt{300}$ **ç)** $\sqrt[3]{85}$

3. Şu ifadelerin değerlerini hesapla:

a) $5+4\cdot 8$ **b)** $43-5\cdot 6+2$ **c)** $12\cdot(3+2)$

ç) $100:5^2+7$ **d)** $3^3+(12-2\cdot 4)$ **e)** $(-3)^2+2^2\cdot 5^2$

f) $12+2^3:4-3$ **g)** $6^2+4\cdot(5+2^2)$

4. Aşağıdaki eşitliklerin doğru olması için parantezler kullan.

a) $3^2\cdot 4+1=45$ **b)** $144:8+2^2\cdot 2=24$ **c)** $3+2\cdot 5^2-9=80$

5. Elizabeta 3200 denarlık benzin faturasını ve %6 daha vergi ödemiş.

Toplam olarak ne kadar ödemiş?

6. Bir masa %12,5 indirimli fiyatla satılıyor.

Masanın önceki fiyatı 3600 denarmış.

Masanın indirimli fiyatı ne kadardır?

7. Dimitar kendi tasarrufuna 300 denar faiz kazanmış.

4800 denar tasarrufu varmış.

Faiz oranı yüzde olarak ne kadardır?

8. 2012 yılında sinemaya giden insanların sayısı 25000'miş.

2013 yılında bu sayı 27000'e kadar artmış.

Artış yüzdesi ne kadardır?

9. Tabloda Martin'in birkaç okul testinde aldığı sonuçlar gösterilmektedir.

Ders	Puan	Toplam test puanı
Matematik	25	40
Tarih	21	30
Coğrafya	48	60
Biyoloji	52	80

Martin hangi derste en iyi sonuçlar elde etmiş? Çözümü nasıl elde ettiğini açıkla.

10. Bir klavyenin fiyatı %40 için azalmıştır.

Yeni fiyatı 570 denardır.

Azalmadan önce fiyatı ne kadarmış?

11. Tren biletlerin fiyatları %25 için artmış.

Şimdi tren bileti 360 denardır.

Zam yapılmadan önce bilet fiyatı ne kadarmış?

12. Aşağıdaki ölçekleri en basit şekillerine kadar sadeleştir.

a) 12 : 21 **b)** 24 : 56 **c)** 72 : 27

ç) 21 : 33 : 15 **d)** 48 : 28 : 36

13. Aşağıdaki ölçekleri en basit şekillerine kadar sadeleştir.

a) 4 gün : 2 hafta **b)** 1,5 kg : 500 g

c) 750 ml : 2 l **ç)** 8 mm : 2 cm

14. Aşağıdaki büyüklükleri verilen orana göre ayır.

a) 320€, 5 : 3 oranına **b)** 160 cm, 7 : 1 oranına **c)** 176$, 8 : 3 oranına

15. Bir dikdörtgenin açıları 3 : 4 : 6 : 7 oranındadır.

En büyük açının büyüklüğünü hesapla.

16. 2,4 m uzunluğunda bir odun parçası, 3 : 2 oranında iki parçaya ayrılmış.

İki yeni parçanın uzunluğunu hesapla.

Çözümü santimetrelerle yaz.

17. Bir kutuda 5 : 2 oranında kırmızı ve siyah toplar vardır.

Topların hangi bölümü kırmızıdır? Kesir şeklinde yaz.

18. Bir otobüste yolcuların $\frac{3}{4}$'ü erkektir.

Erkek ve kadın yolcularının oranını hesapla.

19. Ana ve Goran bir ödülü 5 : 2 oranında ayırıyorlar.

Ana, Goran'dan 3690 denar fazla kazanmış.

Toplam ödül ne kadarmış?

20. Aşağıdaki oranları sadeleştir ve denk olup olmadıklarını belirt.

a) 28 : 35 ve 36 : 45 **b)** 54 : 36 ve 72 : 36 **c)** 63 : 27 ve 28 : 12

21. **a)** Verilen oranları n : 1 şeklinde yaz. Gerekirse, çözümleri bir ondalık basamağına yuvarla.

I 12 : 8 **II** 5 : 3 **III** 5 : 4 **IV** 9 : 6 **V** 8 : 3

b) **a)** şıkkındaki hangi iki ölçek eşdeğerli ölçektir?

22. Boyan 375 ml meyve suyu 3 l suyla karıştırmış.

Anya 600 ml meyve suyu 5 l suya karıştırmış.

a) Her iki karışımda meyve suyun yüzdesini hesapla.

b) Kimin karışımında daha büyük meyve su yüzdesi vardır?

23. Dağda gerçekleşen bir okul gezisine 51 öğrenci ve 4 öğretmen gitmiş.

Denizde, başka bir okul gezisine 87 öğrenci ve 7 öğretmen gitmiş.

a) Birinci gezi için öğrenci ve öğretmen oranını n : 1 şeklinde hesapla.

b) İkinci gezi için öğrenci ve öğretmen oranını n : 1 şeklinde hesapla.

c) Hangi okul gezisinde öğrenci ve öğretmen oranı daha büyüktür?

24. 8 metre malzemenin maliyeti 392 denardır.

Aynı fiyata satılan malzemeden 15 metre için fiyatı hesapla.

25. Nataşa ve Miryana çalışma yerinde 1 saat için aynı ücret alıyorlar.

Nataşa yedi saatlik iş için 532 denar almış.

Miryana 5 saatlik için ne kadar alacağını hesapla.

26. *x ve y* iki değişkendir.

$x = 45$ olunca, $y = 12$

$x = 30$ olunca, $y = 8$

x ve *y* doğru orantılı büyüklükler midir? Çözümü açıkla.

27. Amerikan doları ($) ve İngiliz sterlinin (£) döviz kuru 1$ = 0,70£'tir.

a) 300$'ı sterline dönüştür.

b) 275£'i dolara dönüştür. Çözümü iki ondalığa yuvarla.

28. Yane, Dame ve Nenad Üsküp'ten Belgrad'a yolculuk yapıyor.

Onlar Makedon denarlarını Sırp dinarlarına aynı döviz kuruna göre değiştirmiştir.

Yane 5000 denarı, 9750 dinara değiştirmiş.

a) Dame 6000 denar dinara değiştirmiş.

Dame'nin ne kadar dinar aldığını hesapla.

b) Nenad belli bir miktar denar değiştirmiş ve onlar için 7800 dinar almış.

Nenad ne kadar denar değiştirmiş?

29. Üsküp'ten Kırçova'ya kadar mesafe 118 km'dir.

Üsküp'ten Pehçova'ya kadar mesafe 76,8 mildir.

a) Üsküp'ten Pehçova'ya kadar mesafeyi kilometreye dönüştür.Çözümü en yakın tam sayıya yuvarla.

b) Hangi kent Üsküp'ten daha uzaktır, Pehçova mu Kırçova mı? Ne kadar için?

30. Vücut kütle indeksi (VKİ) yetişkin bir insanın kilosunun boyuna göre normal olup olmadığını gösteren bir parametredir.

Vücut kütle indeksinin formülü:

$VKİ = \frac{m}{h^2}$, dir, burada m kilogram cinsinden kütledir, h ise metre cinsinden yüksekliktir.

a) Merita'nın boyu 1,48 m ve kütlesi 50 kg dır.

Onun vücut kütle indeksini hesaplayınız. Çözümü onda birler basamağında yuvarlayınız.

b) Meryem'in boyu 6 ayak (foot) ve kütlesi 200 poundtur.

I Onun yüksekliğini metre cinsinden hesaplayınız.

II Kütlesini kilograma çeviriniz (1 kilogram = 2,2 pound).

III Onun vücut kütle indeksini hesaplayınız. Çözümü onda birler basamağında yuvarlayınız.

7 Cebir ve Problemler Çözmek

Öğretim amaçları

- İfade ve formüllerde pozitif ve negatif sayılar değiştiriyor.
- Verilen eşitlikte bir değişkeni başka değişkenler üzerinden ifade ediyor; basit formüller elde ediyor; matematik ve diğer derslerden formüller kullanıyor.
- y'un x'e göre değişen dolaylı olarak verilmiş lineer fonksiyonların değerler tablosunu oluşturuyor ve grafiklerini çiziyor; denklemi $y = mx + c$ şeklinde ifade ediyor; m'in anlamını biliyor ve doğrusal grafiğin sapmasını buluyor.
- Yazılı şekilde, tablolu, grafiksel ve diyagramlı bilgileri kesin olarak belirliyor, organize ediyor, tanımlıyor ve yorumluyor.
- Hergünkü problemlerden kaynaklanan fonksiyonlar oluşturuyor; onların grafiklerini çiziyor ve yorumluyor.
- Doğru orantılılık ile bağlı problemlerin çözülmesi için cebirsel yöntemler kullanıyor, çözümleri denklemlerin grafikleriyle bağlıyor.
- İsabetli matematik diyagramları ve grafikleri çiziyor.
- Grafiklerinin kesişme noktasını bularak basit lineer denklem sistemlerin yaklaşık çözümlerini buluyor.
- İki bilinmeyenli iki lineer denklemin basit sistemini, bir bilinmeyeni elemekle çözüyor.
- Farklı stratejilerin ve yaklaşımların etkililiğini inceliyor ve değerlendiriyor ve çözme sürecini geliştiriyor.
- $x \pm n$ şeklinden iki lineer ifadenin çarpımını belirliyor ve elde edilen kareli ifadeyi sadeleştiriyor.
- $x^2 + 2x = 20$ gibi denklemlerin yaklaşık çözümlerini bulmak için sistematik deneme yöntemleri kullanıyor.
- Belirli sayıda ondalık basamağa kadar sayılar yuvarlıyor; yuvarlamayı problem çözümüne belirli doğrululuk derecesiyle ulaşmak için kullanıyor.
- Eşitsizlik işaretlerini ($<, >, \leq, \geq$) anlıyor ve kullanıyor; bir bilinmeyenle lineer eşitsizlikler oluşturuyor ve çözüyor; ölçümleri sayısal doğruda tanımlıyor.

7.1 Formüller Geliştirmek ve Formüllerde Sayılar Değiştirmek

Enerji ve kütle

Bilimde kullanılan $E = mc^2$ formülü iyi bilinen formüldür.

Bu formüle göre, c ışık hızı olmak üzere, m kütlesinde c^2 sabiti yardımıyla E enerjisinin denkliğinin var olduğunu göstermektedir.

Albert Einstein bilim adamı, bu bağlantıyı XX. yüzyılın başlarında keşfetmiş.

Bu konuda, matematikte ve bilimde kullanılan farklı formüller kullanacağız.



Formüllerde değerlerin **değişikliği** nasıl yapıldığını ve formülleri nasıl geliştirdiğimizi hatırlayalım.

Örnek 1

$P = \dfrac{4h^2 + 5f}{2h}$

a) P'nin değerini hesapla, eğer $f = 2$ ve $h = -5$.

b) f'nin değerini hesapla, eğer $P = 8$ ve $h = 3$.

a) $P = \dfrac{4h^2 + 5f}{2h}$ — Harfleri verilen sayılarla değiştiriyoruz.

$= \dfrac{4 \cdot (-5)^2 + 5 \cdot 2}{2 \cdot (-5)}$ — $4 \cdot (-5)^2 = 4 \cdot (-5) \cdot (-5) = 4 \cdot 25 = 100$

$= \dfrac{100 + 10}{-10}$

$= \dfrac{110}{-10}$ — $+ : - = -$ olduğunu biliyoruz

$= -11$

b) $P = \dfrac{4h^2 + 5f}{2h}$ — Harfleri verilen sayılarla değiştiriyoruz.

$8 = \dfrac{4 \cdot (3)^2 + 5f}{2 \cdot 3}$ — $4 \cdot 3^2 = 4 \cdot 3 \cdot 3 = 4 \cdot 9 = 36$

$8 = \dfrac{36 + 5f}{6}$ — Denklemi çözüyoruz.

$48 = 36 + 5f$ — İki tarafı 6 ile çarpıyoruz.

$12 = 5f$ — İki taraftan 36 çıkarıyoruz.

$f = 2{,}4$ — İki tarafı 5 ile bölüyoruz.

Örnek 2

Bir çikolatanın 23 gram kütlesi, bir kekin ise 18 gram kütlesi vardır.

Masada x çikolata ve $(x - 2)$ kek vardır.

Çikolataların ve keklerin T toplam kütle formülünü yaz.

x çikolatanın kütlesi = $23x$

$(x - 2)$ kekin kütlesi = $18(x - 2)$

$T = 23x + 18(x - 2)$ Parantezlerden kurtuluyoruz.

$T = 23x + 18x - 36$ Benzer terimleri gruplandırıyoruz.

$T = 41x - 36$

Ödevler

1. Aşağıdaki formüllerde y'un değerini yaz, eğer:

I $x = 10$ II $x = -5$ III $x = -10$

a) $y = 5x - 12$ **b)** $y = \frac{x}{5} + 7$ **c)** $y = \frac{5x - 1}{2}$ **ç)** $y = 50 - 4x$

d) $y = 2x - x^2$ **e)** $y = 5x^2 - 1$ **f)** $y = x^2 + 5x + 4$ **g)** $y = 3x^2 - 5x - 2$

2. Aşağıdaki formüllerde p'nin değerini hesapla, eğer:

I $a = 2, b = 5$ II $a = 7, b = -3$ III $a = -1, b = -4$

a) $p = 2ab$ **b)** $p = 5 - ab$ **c)** $p = a - 2b$ **ç)** $p = 7a - 3b + 6$

d) $p = a^2 + 2b$ **e)** $p = a(2b - 5)$ **f)** $p = a^2 + 2ab$ **g)** $p = 3a^2 - 2ab - b^2$

3. Aşağıdaki formüllerde T'nin değerini hesapla, eğer:

I $a = 3, b = 2, c = 5$ II $a = -1, b = 4, c = 3$ III $a = -2, b = -3, c = -4$

a) $T = ab + c$ **b)** $T = 3a + 2b - 4c$ **c)** $T = (2a + b - c)^2$ **ç)** $T = 2a^2 + 5b - c$

4. Aşağıdaki formüllerde y'un değerini hesapla, eğer: I $x = 2$ II $x = -2$

a) $y = \frac{x - 4}{4}$ **b)** $y = \frac{x + 3}{x - 1}$ **c)** $y = 8 - \frac{6}{x}$ **ç)** $y = \frac{x^2 + 1}{1 - x}$

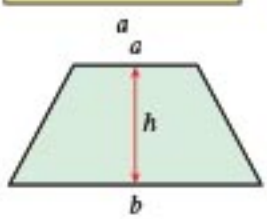
5. Dörtgenin çevresi L'nin formülü şöyledir: $L = 2a + 2b$



a) L'nin değerini hesapla, eğer, $a = 7{,}5$ ve $b = 3{,}6$.

b) a'nın değerini hesapla, eğer $L = 50$ ve $b = 4{,}7$.

6. Yamukun alanı P'nin formülü şöyledir: $P = \frac{1}{2}(a + b)h$



a) P'nin değerini hesapla, eğer $a = 7$, $b = 6$ ve $h = 8$.

b) h'nin değerini hesapla, eğer $P = 40$, $a = 3$ ve $b = 5$.

c) b'nin değerini hesapla, eğer $P = 60$, $a = 4$ ve $h = 12$.

7. $F = \frac{mv - mu}{t}$ fizikte kullanılan bir formüldür.

a) F'nin değerini hesapla, eğer $m = 5$, $v = 8$, $u = 3$ ve $t = 2$.

b) F'nin değerini hesapla, eğer $m = 7$, $v = 10$, $u = -2$ ve $t = 5$.

c) m'nin değerini hesapla, eğer $F = 20$, $v = 9$, $u = 4$ ve $t = 2$.

8. Bir konser için, her biri 350 denar olmak üzere x bilet satılmış ve her biri 480 denar olmak üzere $(x + 18)$ bilet satılmış.

Satılan biletlerin toplam fiyatı için formül yaz.

9. Bir derginin fiyatı b denardır, bir gazete ise $b - 3$ denardır.

4 dergi ve 8 gazete için ödenmesi gerekeren tutar için formül yaz.

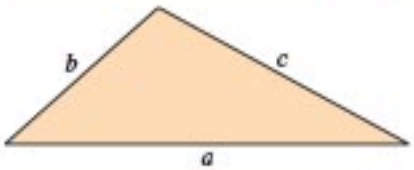
10. Elena x adet mum satın almış.

Bir mumun fiyatı 30 denardır. Elena 500 denarlık kağıt parayla ödemiş.

Elena'nın aldığı para üstü K için formül yaz.

11. Heron formülü, üç kenarın uzunluğu bilindiği halde, üçgenin alanı P'nin hesaplanması için kullanılabilir.

Heron hakkında fazla bilgi internette bulabilirsin.



$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

burada $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$

Bu formülün yardımıyla, kenarları 5 cm, 7 cm ve 10 cm olan üçgenin alanını hesapla.

12. Diyagramda torus gösterilmiştir.

Torus, r yarıçaplı daha küçük dairenin, R yarıçaplı daha büyük dairenin üzerinde dönmesiyle oluşan 3 boyutlu şekildir.



Torusun hacmi V ve alanı P için formüller şöyledir:

$$V = 2 \cdot \pi^2 \cdot R \cdot r^2 \quad \text{ve} \quad P = 4 \cdot \pi^2 \cdot R \cdot r$$

a) V ve P'nin değerlerini hesapla, eğer $R = 7$ cm ve $r = 4$ cm.

b) V, P ve r'yi bağlayan formülü belirle.

İfadede değiştirme

İfadede **değiştirme**, ifadedeki harflerin yerine verilen sayıları yazdığımız süreçtir.

Harfleri sayılarla değiştirdikten sonra, ifadenin değerini hesaplamamız gerekiyor, fakat o zaman işlemleri gerçekleştirme sıralamasına dikkat etmeliyiz.

1. Parantezlerdeki ifadeleri hesaplıyoruz.

2. Ondan sonra üsleri hesaplıyoruz.

3. Ondan sonra bölüyoruz ve çarpıyoruz.

4. En sonunda toplama ve çıkarmayı hesaplıyoruz.

Parantezler
Üsler
Bölme ve çarpma
Toplama ve çıkarma

Örnek 3

Eğer $x = 3$ ve $y = -4$ ise, aşağıdaki ifadelerin değerlerini hesapla:

a) $5x + 3y$ **b)** $x^2 + y^2$ **c)** $2x^2 + y$ **ç)** $4xy + 3y^2$

a) $5x + 3y = (5 \cdot 3) + (3 \cdot (-4))$
$= 15 + (-12)$
$= 3$

b) $x^2 + y^2 = 3^2 + (-4)^2$
$= 9 + 16$
$= 25$

c) $2x^2 + y = 2 \cdot 3^2 + (-4)$
$= 18 - 4$
$= 14$

ç) $4xy + 3y^2 = (4 \cdot 3 \cdot (-4)) + 3 \cdot (-4)^2$
$= -48 + 48$
$= 0$

Ödevler

1. Eğer $x = 7$, ise, şu ifadelerin değerlerini hesapla:

a) $5x - 3$ **b)** $x^2 + 1$ **c)** $8 - 2x$ **ç)** $3x^2$

d) $2x^2 - 4$ **e)** $\frac{x+3}{5}$ **f)** $\frac{2x+1}{5x-5}$ **g)** $\frac{x^2+1}{x-4}$

ğ) x^3 **h)** $(2x)^2 + 5x$ **ı)** $2x + \frac{x}{14}$ **i)** $x^2 - \frac{21}{x}$

2. Eğer $x = 3$ ve $y = 5$ ise, şu ifadelerin değerlerini hesapla:

a) $2x + 4y$ **b)** $5x - 3y$ **c)** $3xy$ **ç)** $x^2 + y^2$

d) $2x^2y$ **e)** $3xy^2 - 4x$ **f)** $\frac{x+y}{2}$ **g)** $\frac{4xy}{5}$

ğ) $\frac{x^3}{y+4}$ **h)** $(2xy)^2$ **ı)** $(x - y)^2$ **i)** $\left(\frac{3x}{2y}\right)^2$

3. Eğer $a = 2$, $b = -3$ ve $c = -4$, şu ifadelerin değerlerini hesapla:

a) $2a + 3b$ **b)** abc **c)** $ab + c$ **ç)** $a^2 + b^2 + c^2$

d) $2b^2 + a$ **e)** $5ac$ **f)** $b^3 + 1$ **g)** $5c^2 - b$

ğ) $(ab)^2 + c$ **h)** $\frac{c}{a} + b$ **ı)** $(a + b - c)^2$ **i)** $\left(\frac{5ab}{c+2}\right)^2$

4. x'i belirle, öyle ki her üç ifadenin eşit değeri olsun.

$x^2 + 13$	$2x^2 - 12$	$3x^2 + 4x - 17$

7.2 Değişken İfade Etmek

$P = ax + b$ formülünde, P değişkeni, a, x ve b değişkenleriyle **ifade edilmiş.**

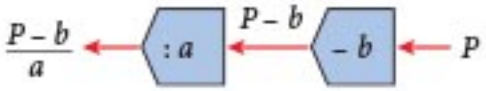
Aynı formülden x'i ifade etmek istersek, verilen formülü kullanarak, x için formülü ifade etmemiz gerekiyor. Bunu şu iki yöntemle yapabiliriz.

Birinci yöntem: Ters fonksiyon makine yöntemi

Fonksiyon makinesi şudur:



Ters fonksiyon makinesi şudur:



Buna göre, $x = \dfrac{P - b}{a}$

İkinci yöntem: Eşdeğerli dönüşümler

$P = ax + b$

$-b$ $\qquad$ $-b$

$P - b = ax$

$:a$ $\qquad$ $:a$

$\dfrac{P - b}{a} = x$

Formülleri ifade ettiğimiz zaman, denklemleri çözmek için geçerli olan aynı kuralları kullanıyoruz.

Ters işlemler kullanıyoruz.

Örnek 1

$a(bx - c) = d$ formülünden x'i ifade et.

$a(bx - c) = d$ — Parantezlerden kurtuluyoruz.

$abx - ac = d$ — İki tarafa ac ekliyoruz.

$abx = d + ac$ — İki tarafı ab ile bölüyoruz.

$x = \dfrac{d + ac}{ab}$

Ödevler

1. x'i aşağıdaki formüllerden ifade et.

a) $x + 2 = y$ **b)** $x + a = b$ **c)** $x - 5 = pq$ **ç)** $x - p = 3q$

d) $t = x - 2u$ **e)** $v^2 = x + y$ **f)** $a^2 + x = b$ **g)** $x - a^2 = 2a$

ğ) $x - p = q + r$ **h)** $b - c = x + a$ **ı)** $ab + x = c$ **ı)** $r = x - pq$

2. y'u aşağıdaki formüllerden ifade et.

a) $5y = a$ **b)** $ay = b$ **c)** $a\,y = 2e$ **ç)** $3by = c$

d) $pq\,y = r$ **e)** $ay = \pi r^2$ **f)** $3y = 2a + b$ **g)** $cy = a - b$

ğ) $5y = 9x - 15$ **h)** $xy = x + 2$ **ı)** $xy = fg - 5$ **ı)** $7y = 5x - 1$

j) $y(a + b) = c$ **k)** $y(p - 3q) = 2r$ **l)** $y(2p - q) = 5p + 2q$ **m)** $y(3 - a) = a^2 + b^2$

3. x'i aşağıdaki formüllerden ifade et.

a) $2x + a = b$ **b)** $5x - q = r$ **c)** $y = 2x - 5$ **ç)** $p = 3x + 2q$

d) $c = 7x + 4y$ **e)** $y = mx + c$ **f)** $2x + y = z$ **g)** $4x - y = 8$

ğ) $ax + b = c$ **h)** $2ax - b = 10$ **ı)** $3x - 4 = y$ **i)** $a^2 + b^2x = c^2$

j) $abx + c = d$ **k)** $3fx - g^2 = h^2$ **l)** $8x - 2f = 5g + h$ **m)** $ab + c = 5d + 2x$

4. İvo ve Darko x'i $w = 2(x + b)$ formülünden ifade etmek istiyormuş.

İvo şunları yazmış:

$$w = 2(x + b)$$
$$w = 2x + 2b$$
$$w - 2b = 2x$$
$$\frac{w - 2b}{2} = x$$

Darko şunları yazmış:

$$w = 2(x + b)$$
$$\frac{w}{2} = x + b$$
$$\frac{w}{2} - b = x$$

İkisinden haklı kimdir? Cevabını açıkla.

5. x'i aşağıdaki formüllerden ifade et.

a) $3(x + 2) = y$ **b)** $a(x + b) = c$ **c)** $a = 8(x - b)$ **ç)** $3p = 5(x + 2q)$

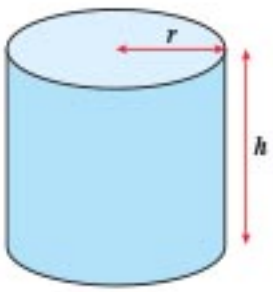
d) $2a = c(x - b)$ **e)** $4g(h + x) = h$ **f)** $p = q(2 + x)$ **g)** $a^2(x - b) = c^2$

ğ) $p(x + 5q) = 8$ **h)** $ab(a + x) = c$ **ı)** $a(2x + 3b) = c$ **i)** $a^2(3 + 4x) = b$

6. $v = u + at$ fizikte kullanılan formüldür.

a) u'yu ifade et **b)** a'yı ifade et **c)** t'yi ifade et.

7. Silindirin alanı P'nin formülü, r yarıçapı, h ise yüksekliği olmak üzere $P = 2\pi rh + 2\pi r^2$'dir.

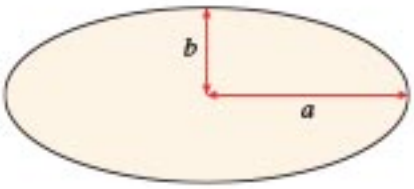


a) Alanı hesapla, eğer $r = 5$ cm ve $h = 8$ cm.
Çözümü π değerini hesaplamadan yaz.

b) Formülden h'yi bul.

c) h'nin değerini belirle, eğer $P = 600$ cm² ve $r = 8$ cm.
Çözümü üç anlamlı rakama yuvarla.

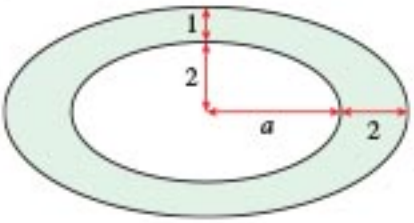
8.



Resimde elips gösterilmiştir.

Elipsin alanını P bulma formülü $P = \pi ab$ dir.

a) İkinci resimde boyalanmış kısmın alanı $P = \pi a + 6\pi$ formülüyle hesaplanabileceğini göster.



b) a'yı $P = \pi a + 6\pi$ formülünden ifade et.

c) Boyanmış kısmın alanı 30 cm² ise, a'nın değerini bulmak için **b)** şıkkındaki sonucu kullan.

Çözümü 3 anlamlı rakama yuvarla.

x önünde negatif katsayılı formüller

$a = b - 3x$ formülünde x önünde negatif katsayı bulunuyor.

x önünde pozitif katsayı olunca daha kolay çalışıyoruz. Böyle durumda, katsayının pozitif olması için x ile terimi, denklemin diğer tarafına geçirmemiz gerekiyor.

Örnek 2

x'i, $a = b - 3x$ formülünden ifade et.

$$a = b - 3x$$ İki tarafa $3x$ ekliyoruz.

$$a + 3x = b$$ İki taraftan a çıkarıyoruz.

$$3x = b - a$$ İki tarafı 3 ile bölüyoruz.

$$x = \frac{b - a}{3}$$

Ödevler

1. x'i aşağıdaki formüllerden ifade et.

a) $y = 2 - x$ **b)** $a = b - x$ **c)** $p = 2q - x$ **ç)** $3pq - x = 7$

d) $a^2 - x = b^2$ **e)** $p + q = r - x$ **f)** $2a - 3b = 5c - x$ **g)** $a = b + c - x$

ğ) $2f = g - 2x$ h) $f - gx = h$ ı) $mn = 8 - 5x$ i) $p^2 = 2a - 3x$

j) $a^2 + ab = b - cx$ k) $5b^2 - a^2x = c$ l) $4y - 3x = 5z$ m) $m^2 - 2mnx = n^2$

2. y'u aşağıdaki formüllerden ifade et.

a) $9 = 2(x - y)$ b) $d = 5(2 - y)$ c) $a = 3(b - y)$ ç) $h(g - y) = a$

d) $a(b - y) = c$ e) $h(h - y) = c$ f) $a^2 = b(c - y)$ g) $p = q(r + t - y)$

ğ) $5(a^2 - y) = b$ h) $8(pq - 2y) = r$ ı) $7p = 2(q - 3y)$ i) $2fg(3 - y) = 4h$

3. $Ft = mv - mu$ fizikte kullanılan formüldür.

a) t'yi ifade et b) v'yi ifade et c) u'yu ifade et

Kesirli formüller

Kesirlerin dahil olduğu formülleri düzenlemek için, cebirsel kesir kurallarını bilmeliyiz.

Örnek 3

$\frac{x'i - a}{2} = y$ formülünden ifade et.

$\frac{x - a}{2} = y$ — İki tarafı 2 ile çarpıyoruz.

$x - a = 2y$ — İki tarafa a ekliyoruz.

$x = 2y + a$

Örnek 4

x'i, $\frac{b}{4} = \frac{5a}{x}$ formülünden ifade et.

$\frac{b}{4} = \frac{5a}{x}$ — İki tarafta kesir var, buna göre çapraz çarpma uyguluyoruz.

$b \cdot x = 4 \cdot 5a$

$bx = 20a$

$x = \frac{20a}{b}$

Ödevler

1. x'i, aşağıdaki formüllerden ifade et.

a) $\frac{x}{3} = y$ b) $\frac{x}{a} = p$ c) $\frac{x}{7} = ab$ ç) $h = \frac{x}{g}$

d) $p^2 = \frac{x}{q}$ e) $a + 2 = \frac{x}{c}$ f) $\frac{x}{4} = p + q$ g) $\frac{x}{5} = 2a - b$

ğ) $\frac{x}{2 + y} = 4$ h) $\frac{x}{a - b} = c$ ı) $\frac{x}{a^2 + c^2} = b^2$ i) $\frac{x}{2g + 3h} = 5f$

2. x'i, aşağıdaki formüllerden ifade et.

a) $p = \frac{x+7}{3}$ **b)** $\frac{x-8}{5} = y$ **c)** $\frac{x-a}{b} = c$ **ç)** $\frac{x-2m}{5} = n$

d) $a = \frac{5-x}{4}$ **e)** $\frac{6-x}{a} = b$ **f)** $\frac{m-x}{2} = n$ **g)** $ab = \frac{a-3x}{b}$

3. x'i, aşağıdaki formüllerden ifade et.

a) $\frac{3}{x} = y$ **b)** $\frac{a}{x} = t$ **c)** $\frac{2p}{x} = q$ **ç)** $\frac{y}{x} = 2$

d) $\frac{x}{4} = \frac{a}{b}$ **e)** $\frac{x}{p} = \frac{q}{r}$ **f)** $\frac{5x}{a} = \frac{2b}{c}$ **g)** $\frac{px}{q} = \frac{q}{p}$

ğ) $y = \frac{a+b}{x}$ **h)** $a^2 = \frac{b^2 - c^2}{x^2}$ **ı)** $2ab = \frac{c+d}{x}$ **i)** $\frac{a+b}{x} = c+d$

4. x'i, aşağıdaki formüllerden ifade et.

a) $\frac{5}{x-3} = y$ **b)** $\frac{7}{x+2} = p$ **c)** $\frac{8}{3-x} = a$ **ç)** $\frac{a}{x+b} = c$

d) $\frac{f}{g-x} = h$ **e)** $\frac{a^2}{a-x} = 5b$ **f)** $\frac{m}{8-3x} = 2n$ **g)** $\frac{ab}{c-bx} = c$

5. x'i, aşağıdaki formüllerden ifade et.

a) $\frac{1}{x} + 2 = y$ **b)** $\frac{1}{x} - a = b$ **c)** $\frac{1}{x} - pq = p$ **ç)** $\frac{1}{x} - y^2 = 5y$

6. x'i, aşağıdaki formüllerden ifade et.

a) $\frac{1}{2}x + 5 = y$ **b)** $\frac{1}{3}x - a = b$ **c)** $y = \frac{1}{2}x + c$ **ç)** $p = q - \frac{x}{4}$

d) $m = n - \frac{x}{5}$ **e)** $y = 2 - \frac{x}{5}$ **f)** $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$ **g)** $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 12$

7. Basit faiz hesaplama formülü şudur: $I = \frac{Kpt}{100}$

a) K'yi ifade et **b)** p'yi ifade et **c)** t'yi ifade et

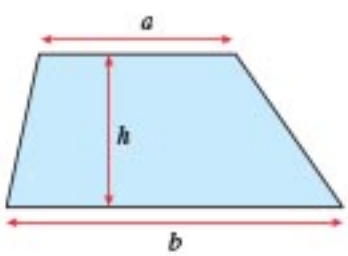
8. $s = \frac{1}{2}(u+v)t$ fizikte kullanılan formüldür.

a) t'yi ifade et **b)** u'yu ifade et **c)** v'yi ifade et

9. $s = \frac{d}{t}$ hızı, yolu ve zamanı bağlayan formüldür.

a) d'yi ifade et **b)** t'yi ifade et

10. $P = \frac{1}{2}(a+b)h$ yamuğun alanı P'yi bulmak için kullanılan formüldür.



a) Formülden h'yi ifade et.

b) h'yi hesapla, eğer $P = 75$ cm², $a = 8$ cm ve $b = 12$ cm.

c) Formülden b'yi ifade et.

ç) b'yi hesapla, eğer $P = 58$ cm², $a = 10$ cm ve $h = 8$ cm.

11. $F = \frac{9C}{5} + 32$ formülü Celsius (Santigrat) derecelerini (°C), Fahrenhayt derecelerine (°F) dönüştürmek için kullanılır.

a) Formülü $C = \frac{5(F-32)}{9}$ şeklinde yazılabileceğini göster.

b) $F = -31$ olunca C'nin değerini belirlemen için **a)** şıkkındaki formülü kullan.

c) C, -40'a eşit olunca, o zaman F de -40'a eşit olduğunu göster.

Üslü, kareli ve kareköklü formüller

Şunu hatırlmamız önemlidir:

Eğer $x^2 = 25$

o zaman $x = \pm\sqrt{25}$

$x = \pm 5$ Kontrol: $5^2 = 25$ ✓ ve $(-5)^2 = (-5)\cdot(-5) = 25$ ✓

$x^2 - b = a$ formülünden ifade edelim

$$x^2 - b = a$$

+b $\quad$ +b

$$x^2 = a + b$$

$\sqrt{\ }$ $\quad$ $\sqrt{\ }$

$$x = \pm\sqrt{a+b}$$

Örnek 5

x'i, $ax^2 - 5 = b$ formülünden ifade et.

$ax^2 - 5 = b$ İki tarafa 5 ekliyoruz.

$ax^2 = b + 5$ İki tarafı a ile bölüyoruz.

$x^2 = \frac{b+5}{a}$ İki tarafta karekökü belirliyoruz.

$x = \pm\sqrt{\frac{b+5}{a}}$

Kareköün önünde ± işaretini yazmayı unutma.

Örnek 6

$\sqrt{2x-3} = y$ formülünden ifade et.

$\sqrt{2x-3} = y$

$2x - 3 = y^2$ İki tarafın karesini hesaplıyoruz.

$2x = y^2 + 3$ İki tarafa 3 ekliyoruz.

$x = \frac{y^2+3}{2}$ İki tarafı 2 ile bölüyoruz.

Örnek 7

Dairenin alanını hesaplamak için formül şudur: $P = \pi r^2$.

r'yi formülden ifade et.

$P = \pi r^2$ İki tarafı π ile bölüyoruz.

$\frac{P}{\pi} = r^2$ İki tarafın kareköünü alıyoruz.

$r = \sqrt{\frac{P}{\pi}}$

r uzunluk olduğundan dolayı, pozitif sayı olmalıdır. Buna göre ± işaretini dahil etmemize gerek yok.

Ödevler

1. x'i, aşağıdaki formüllerden ifade et.

a) $x^2 = a$ **b)** $x^2 = pq$ **c)** $2x^2 = y$ **ç)** $x^2 + 4 = m$

d) $x^2 - 5 = 4b$ **e)** $x^2 + a = b$ **f)** $x^2 - 2f = g$ **g)** $2x^2 + 3 = y$

ğ) $ax^2 + b = c$ **h)** $px^2 + 3q = 5r$ **ı)** $7 - x^2 = 2y$ **ı)** $8 - 3x^2 = 2a$

2. x'i, aşağıdaki formüllerden ifade et.

a) $\frac{x^2}{2} - 4 = y$ **b)** $\frac{x^2}{a} + b = c$ **c)** $5 - \frac{x^2}{4} = a$ **ç)** $pq - \frac{x^2}{3} = r$

3. x'i, aşağıdaki formüllerden ifade et.

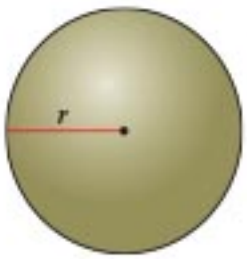
a) $\sqrt{x} = c$ **b)** $\sqrt{x} = 5p$ **c)** $\sqrt{x+2} = c$ **ç)** $\sqrt{x+4} = 3a$

d) $\sqrt{x+a} = b$ **e)** $\sqrt{x-f} = 5$ **f)** $\sqrt{x-2m} = 3n$ **g)** $2\sqrt{x-4} = y$

ğ) $a\sqrt{x} = b$ **h)** $\sqrt{ax} = b$ **ı)** $\sqrt{\frac{x}{4}} = d$ **ı)** $n = \sqrt{\frac{x}{m}}$

j) $\sqrt{\frac{x+2}{5}} = q$ **k)** $\sqrt{\frac{a}{x}} = \frac{b}{c}$ **l)** $\sqrt{\frac{2}{3x}} = y$ **m)** $\sqrt{\frac{1}{x-4}} = a$

4. Kürenin alanını hesaplama formülü $P = 4\pi r^2$.

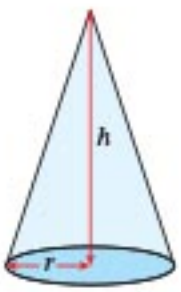


a) r'yi formülden ifade et.

b) $P = 20$ cm^2 olunca r'nin değerini bulman için **a)** şıkkındaki sonucu kullan.

Çözümü 3 anlamlı rakama yuvarla.

5. Koninin hacmini hesaplama formülü $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$'dir.



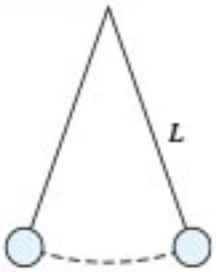
a) r'yi formülden ifade et.

b) r'nin değerini hesapla, eğer $V = 50$ cm^3 ve $h = 12$ cm.

Çözümü 3 anlamlı rakama yuvarla.

6. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{10}}$

Bu formül, L uzunluğunda sarkaçın bir salınımı yapılması için gereken süre T'yi saniyelerle hesaplamak için kullanılan formüldür.



a) T'yi bulmak için fonksiyonel makineyi tekrar yaz ve tamamla.



b) $L = 0{,}2$ m olunca T'nin değerini bulman için, **a)** şıkkındaki fonksiyonel makineni kullan.

Çözümü 3 anlamlı rakama yuvarla.

c) T'yi formülden ifade etmen için, ters fonksiyonel makineyi tekrar çiz ve tamamla.



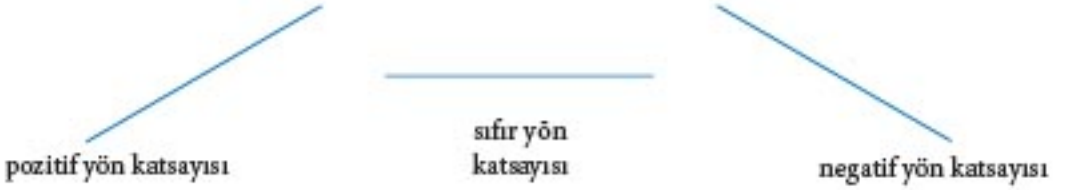
ç) $T = 1$ saniye olunca L'nin değerini bulman için **c)** şıkkındaki çözümü kullan. Çözümü 3 anlamlı rakama yuvarla.

7. $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ortaokulda öğreneceğin çok iyi bilinen formüldür. c'yi ifade edebileceğini göster, şu formülü elde edeceksin $c = \dfrac{b^2 - (2ax + b)^2}{4a}$ Çözümün tüm adımlarını göster.

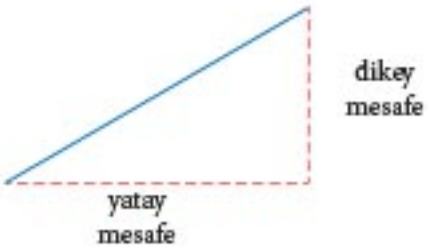
7.3 Fonksiyonun Grafiğinin Eğimi

Doğrunun **yön katsayısıyla (sapmasıyla)**, doğrunun eğimi nasıl olduğunu belirtiyoruz.

Doğrunun pozitif, negatif ya da sıfır yön katsayısı olabilir.



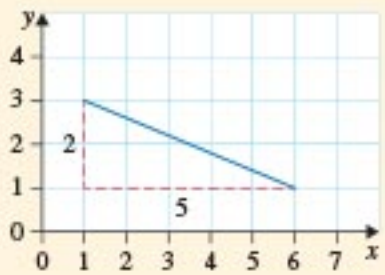
$$\text{doğrunun eğimi} = \frac{\text{dikey mesafe}}{\text{yatay mesafe}}$$



Örnek

(1, 3) ve (6, 1) noktalarından geçen doğrunun eğimini belirtiniz.

İki noktadan geçen doğruyu çiziyoruz.



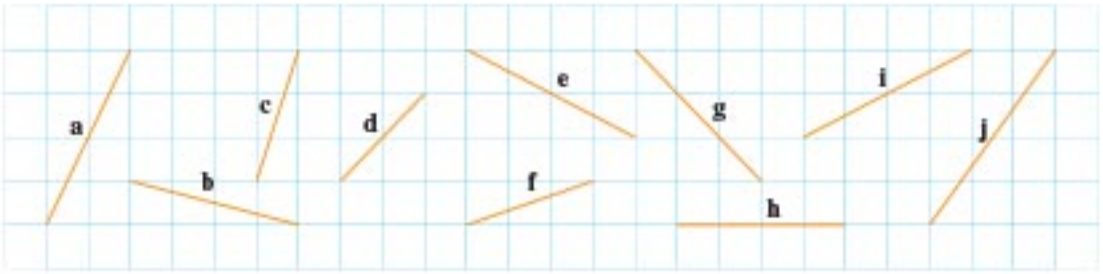
$$\text{doğrunun eğimi} = \frac{\text{dikey mesafe}}{\text{yatay mesafe}}$$

$$\text{doğrunun eğimi} = -\frac{2}{5}$$

Doğrunun eğiminin negatif olduğuna dikkat edebiliriz.

Ödevler

1. Verilen doğruların eğimini belirt.



2. Aşağıdaki nokta çiftlerini bağlayan doğruları çiz.

Her doğrunun eğimini belirt.

a) (1, 2) ve (3, 6)

b) (6, 3) ve (3, 4)

c) (2, 1) ve (4, 2)

ç) (4, −2) ve (6, 1)

d) (1, −3) ve (6, −4)

e) (−2, −6) ve (2, −4)

f) (−3, 2) ve (−2, −4)

g) (−6, −6) ve (−3, −3)

3. (1, 3) ve (6, a) noktalarından geçen doğrunun eğimi 2'dir.

a'nın değerini belirle.

4. (2, 0) ve (6, −6) noktalarından geçen doğrunun, (−1, 2) ve (7, b) noktalarından geçen doğruyla aynı eğimi vardır.

b'nin değerini belirle

5. AB doğrunun eğimi $\frac{4b}{5}$'tür.

AB doğrusuna dik olan doğrunun eğimini belirle.

7.4 Lineer Fonksiyonun Grafiği

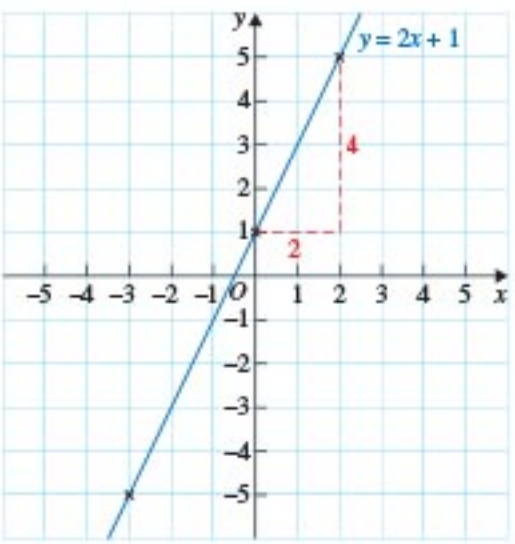
$y = mx + c$ şeklinden lineer fonksiyon

VII. ve VIII. sınıfta $y = mx + c$ türünden lineer fonksiyonkların grafikleri nasıl çizildiğini öğrenmiştik.

Örneğin, $y = 2x + 1$ fonksiyonun grafiğini çizmemiz için, önce değerler tablosunu oluşturuyoruz, koordinat sisteminde noktaları işaretliyoruz ve ondan sonra noktaları doğruyla bağlıyoruz.

x	−3	0	2
y	−5	1	5

$y = 2x + 1$ doğrunun eğimi, doğrunun herhangi iki noktasıyla bulabiliriz.



(0, 1) ve (2, 5) noktalarını alırsak, şunu elde ediyoruz:

$$\text{eğimi} = \frac{\text{dikey mesafe}}{\text{yatay mesafe}} = \frac{4}{2} = 2$$

Buna göre, $y = 2x + 1$ doğrunun eğimi 2'dir.

Benzer şekilde, $y = 3x - 5$ doğrunun eğimi 3 oldu.

Buradan şu genel kural elde ediliyor:

$y = mx + c$ fonksiyonun grafiği doğrudur ve $m =$ doğrunun eğimi

Örnek 1

Aşağıdaki doğruların eğimini belirtiniz:

a) $y = 6x - 1$ **b)** $y = 5 - 3x$ **c)** $x + 2y - 6 = 0$

a) $y = 6x - 1$ eğimi $= 6$

b) $y = 5 - 3x$ Denklemi $y = mx + c$ şeklinde yazıyoruz

$y = -3x + 5$ eğimi $= -3$

c) $x + 2y - 6 = 0$ Denklemi $y = mx + c$ şeklinde yazıyoruz

$2y = -x + 6$

$y = -\frac{1}{2}x + 3$ eğimi $= -\frac{1}{2}$

Örnek 2

Eğimi 3 olan ve (2,5) noktasından geçen doğrunun denklemini bul.

Eğimi 3'tür, böylece $m = 3$' u, $y = mx + c$ denkleminde değiştiriyoruz.

$y = 3x + c$

(2, 5) noktası doğrunun üzerinde bulunuyor, buna göre deklemde $x = 2$ ve $y = 5$ değiştiriyoruz.

$5 = 3 \cdot 2 + c$

$c = -1$

Doğrunun denklemi şudur: $y = 3x - 1$

Ödevler

1. Grafikleri çiz ve onların eğimlerini belirle.

a) $y = x + 4$ **b)** $y = 3x - 1$ **c)** $y = \frac{1}{2}x + 3$ **ç)** $y = 5 - 2x$

2. Verilen doğruların eğimlerini yaz.

a) $y = 2x + 5$ **b)** $y = 3x + 7$ **c)** $y = x + 4$ **ç)** $y = \frac{1}{2}x + 7$

d) $y = -2x + 3$ **e)** $y = -\frac{1}{2}x + 1$ **f)** $y = 2x$ **g)** $y = 6$

3. Yovan diyor ki $y = 3 - 2x$ doğrunun eğimi 3'tür.
Neden hata yaptığını açıkla ve doğru çözümü bul.

4. Aşağıdaki doğruların eğimlerini belirle.

a) $y = 1 - 3x$ **b)** $y = 5 - x$ **c)** $y = 4 + 2x$ **ç)** $y = 5 - \frac{1}{2}x$

5. Aşağıdaki denklemleri $y = mx + c$ şeklinde yaz ve ardından her doğrunun eğimini belirle.

a) $y - 3x = 2$ **b)** $y - 2x + 1 = 0$ **c)** $4x + y = 3$ **ç)** $5x + 2y = 10$

d) $3y - x = 9$ **e)** $2y = 4x + 8$ **f)** $2y = 6x - 2$ **g)** $3y - 5x = -15$

6. Aşağıdaki doğrulardan hangileri paraleldir?

A $y = -2x + 2$ B $4x + 2y = 6$ C $2y - 2x = 7$ Ç $x = -\frac{1}{2}y + 5$

Paralel doğruların eşit yön katsayıları vardır.

7. Eğimi -2 olan ve (1, 5) noktasından geçen doğrunun denklemini belirle.

8. (5, 4) ve (9, −1) noktalarından geçen doğrunun denklemini belirle.

$ax + by = c$ şeklinden lineer fonksiyon

$3x + 4y = 12$, denklemli doğrunun grafiğini çizmemiz gerektiği zaman, çizmenin en kolay yolu, doğrunun koordinat eksenlerinle kesiştiği noktaları bulmamızdır.

Eğer denklemde $x = 0$ koyarsak
y-ekseniyle kesişme noktasını, elde edeceğiz.

Eğer $x = 0$ ise, o zaman $4y = 12$, $y = 3$.

Buna göre, grafik y-eksenini 3'te kesiyor.

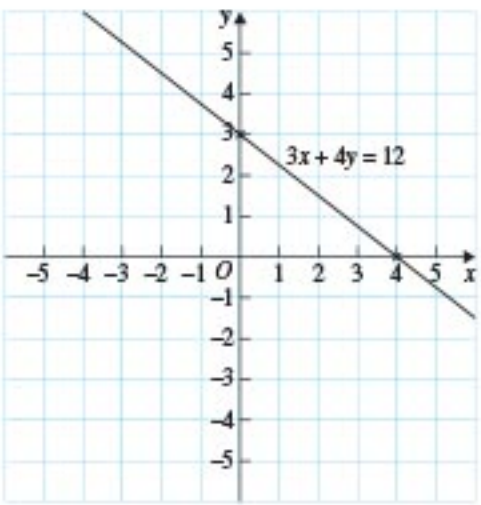
Denklemde $y = 0$ koyarsak $y = 0$,
x-ekseniyle kesişme noktasını elde ediyoruz.

Eğer $y = 0$ ise, o zaman $3x = 12$, $x = 4$.

Buna göre, grafik x-eksenini 4'te kesiyor.

Değerler tablosu şöyledir:

x	0	4
y	3	0



Örnek 3

$3x - 7y = 21$ fonksiyonun grafiğini çiz.

Eğer $x = 0$ ise, o zaman $-7y = 21, y = -3$ — *y*-ekseniyle kesişme noktasını buluyoruz.

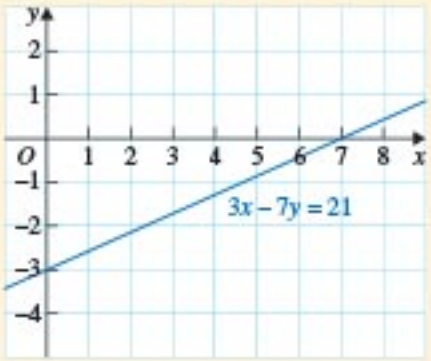
Buna göre, grafik *y*-eksenini – 3'te kesiyor.

Eğer $y = 0$ ise, o zaman $3x = 21, x = 7$ — *x*-ekseniyle kesişme noktasını buluyoruz.

Buna göre, grafik *x*-eksenini 7'de kesiyor.

Değerler tablosu şöyledir:

x	0	7
y	–3	0



Ödevler

1. Fonksiyon grafiklerinin koordinat eksenleri kestiği noktaları bul, ondan sonra doğruları çiz.

a) $x + y = 5$ **b)** $x + y = 2$ **c)** $x + y = -3$ **ç)** $2x + y = 8$

d) $x + 3y = 9$ **e)** $4x + 3y = 12$ **f)** $2x + 3y = 12$ **g)** $3x + 8y = 24$

ğ) $2x + 4y = -8$ **h)** $5x + 4y = -20$ **ı)** $6x + 7y = 21$ **i)** $2x + 7y = -21$

2. Fonksiyon grafiklerinin koordinat eksenleri kestiği noktaları bul, ondan sonra doğruları çiz.

a) $x - y = 4$ **b)** $x - y = 2$ **c)** $2x - y = 4$ **ç)** $x - 3y = 9$

d) $3x - 4y = 24$ **e)** $5x - 2y = 10$ **f)** $2x - 5y = -10$ **g)** $7x - 2y = 21$

7.5 Gerçek Hayattaki Durumlardan Kaynaklanan Fonksiyonlar

Bilim adamları iki veya fazla parametre arasında eğilim ve yönlenmeleri göstermek için grafikler kullanıyor. Bilim adamları eğilime uygun fonksiyon bulabildiği halde, geleceğin nasıl görünebileceğini öngörebilirler.

Böyle bir örnek, iklim değişikliklerin deniz seviyesinin yükselmesine etkileri tanımaktır.



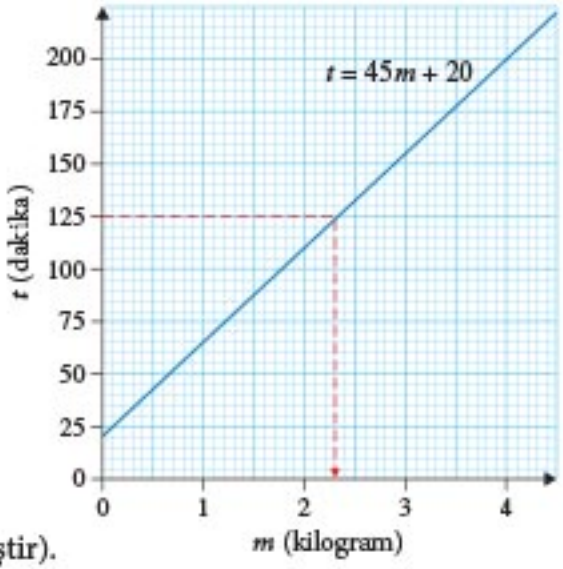
m kilogram kütleli tavuğun pişirilmesi için, dakikalarda süreyi hesaplama kuralı şudur:
„Her kilogram için pişirme 45 dakika ve ek olarak daha 20 dakika sürüyor".

Bu kuralı şu formülle yazabiliriz:

$t = 45m + 20$

m ve t arasındaki bağlantıyı göstermemiz için, değerler tablosu oluşturuyoruz ve grafiği çiziyoruz.

m	1	2	3	4
t	65	110	155	200



Ardından, gereken bilgileri okumamız için grafiği kullanıyoruz.

Örneğin, 125 dakika pişirilmesi gereken tavuğun kütlesi 2,3 kg'dır (grafikte kırmızı doğrularla gösterilmiştir).

Örnek

Petar Ohri'de bulunuyormuş. Gemi, A şirketinden veya B şirketinden kiralabilinir.

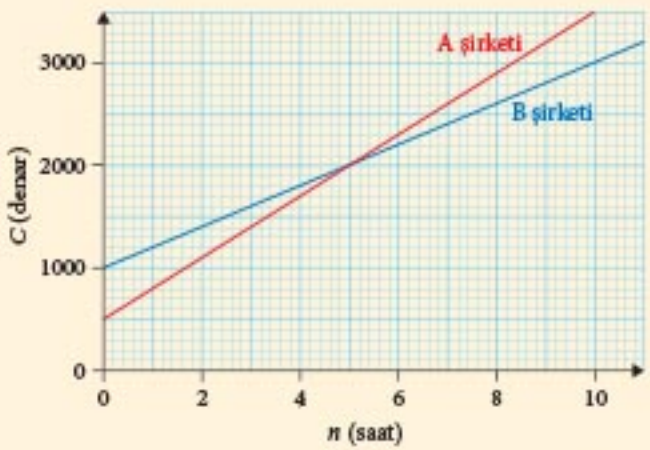
İki şirket için n saat gemi kiralama fiyatı (C) tabloda gösterilmektedir:

Şirket A	$C = 500 + 300n$
Şirket B	$C = 1000 + 200n$

İki şirketin fiyatını grafiksel göster ve A şirketin B şirketinden daha pahalı olduğu n'nin değerlerini belirle.

A şirketi				
n (saat)	1	2	3	4
C (denar)	800	1100	1400	1700

B şirketi				
n (saat)	1	2	3	4
C (denar)	1200	1400	1600	1800



Grafikten, A şirketinin $n > 5$ olunca daha pahalı olduğunu görebiliriz.

Ödevler

1. Ali, bir kabda su ısıtıyor.

Her 5 dakikada sıcaklığı yazıyormuş.

Tabloda, elde ettiği sonuçlar gösterilmektedir.

Süre, m (dakika)	5	10	15	20
Sıcaklık, t (°C)	10	13	16	19

a) Tablodaki verileri göstermek için doğru grafiği çiz.

b) Su, ısınmaya başlandığı sırada sıcaklığı ne kadarmış?

c) Eğimini belirle.

Hangi veri yön katsayısını gösteriyor?

ç) Sıcaklık 17 °C olduğunda m'nin değerini bulman için grafiği kullan.

2. Sıcaklığı C, Celsius (Selsiyus) derecelerinden (°C) Fahrenhayt derecelerine (°F) dönüştürme kuralı şöyledir:

„1,8 ile çarp ve 32 ekle"

a) Bu kuralı „F = ..." şeklinde yaz.

b) Bu kuralı grafikte $-50 \leq C \leq 50$ için tanımla.

c) Aranan sıcaklıkları bulman için grafiği kullan:

I 18 °C olunca °F derecelerine **II** 18 °F olunca °C derecelerine

ç) Celsius (Santigrat) derecelerinde ve Fahrenhayt derecelerine aynı değeri olan sıcaklığı bulman için grafiği kullan.

7.6 Doğru Orantı

Bir metre lastiğin fiyatı 6 denarsa, o zaman n metre lastiğin fiyatı (C) şu formülle verilmiştir: $C = 6n$.



Tabloda n ve C için birkaç olası değer gösterilmektedir:

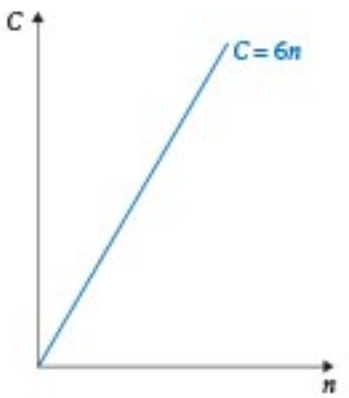
n (metre)	1	2	3	4	5	6
C (denar)	6	12	18	24	30	36

Buna göre:

Eğer n iki kat artarsa, o zaman C de aynı şekilde iki kat artacak.

Eğer n üç kat artarsa, o zaman C de aynı şekilde üç kat artacak.

n ve C değerleri için doğru orantılı olduklarını diyoruz, n'nin C'ye göre grafiği ise koordinat başlangıcından geçen doğru olacak.



Eğer y, x'e doğru orantılı ise, o zaman $y = kx$, k orantılık katsayısıdır.

Örnek

y, x ile doğru orantılıdır.

$y = 4$ olunca, o zaman $x = 5$.

a) y ve x'i bağlayan formülü belirle.

b) y'u belirle, $x = 3$ olunca.

a) y, x'e doğru orantılıdır. Buna göre

$y = kx$

$4 = 5k$ — $y = 4$ ve $x = 5$ denklemde değiştiriyoruz.

$k = \frac{4}{5}$ — İki tarafı 5 ile bölüyoruz.

Formül $y = \frac{4}{5}x$ olacak.

b) $x = 3$, olunca $y = \frac{4}{5} \cdot 3 = 2{,}4$ — $x = 3$ **a)** şıkkındaki formülde değiştiriyoruz.

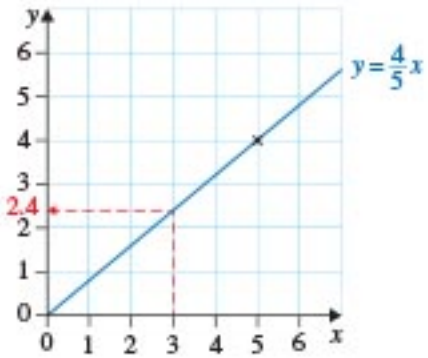
Örneği grafikle gösterebiliriz.

y, x ile doğru orantılı olduğuna göre, grafik koordinat başlangıcından ve (5, 4) noktasından geçen doğru olacak.

Doğrunun eğimi $\frac{4}{5}$'tür,

doğrunun denklemi ise e $y = \frac{4}{5}x$'tir.

Kesik kırmızı çizgi, $x = 3$ olunca, o zaman $y = 2{,}4$ olduğunu gösteriyor.



Ödevler

1. y, x ile doğru orantılıdır.

$y = 18$ olunca, $x = 6$

a) y ve x'i bağlayan formülü belirle.

b) $x = 12$ olunca, y'ın değerini bul.

2. y, x ile doğru orantılıdır.

$y = 15$ olunca, $x = 20$

a) y ve x'i bağlayan formülü belirle.

b) $x = 34$ olunca, y'nin değerini bul.

3. p, q ile doğru orantılıdır.

$p = 0{,}5$ olunca $q = 8$

a) p ve q'u bağlayan formülü belirle.

b) $q = 20$ olunca, p'nin değerini bul.

c) $p = 0{,}2$ olunca, q'nun değerini bul.

4. Bir bisikletçi tarafından geçilen yol d, metrelerle, bisikletin lastiğinde yapılan n dönüş sayısına doğru orantılıdır.

Yovan bisiklet lastiğinin 10 dönüşüyle 21 m yol geçmiş.

a) d ve n'yi bağlayan formülü belirle.

b) $n = 27$ olunca, geçilen yolu belirle.



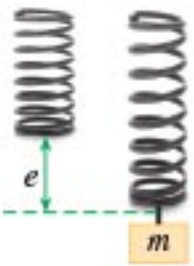
5. Yayın gerilmesi (e), cm'yle, yayın bir ucunda taktığımız nesnenin m kütlesine, kg'la, doğru orantılıdır.

$e = 3$, olunca $m = 5$

a) e ve m'yi bağlayan formülü belirle.

b) e'yi belirle, $m = 6$ olunca.

c) m'i belirle, $e = 2{,}6$ olunca.



6. Sarkaçın bir salınımı için gereken süre t, saniyelerle, sarkaçın metrelerle l uzunluğunun kareköküyle doğru orantılıdır.

$t = 1{,}6$ $l = 0{,}64$ olunca

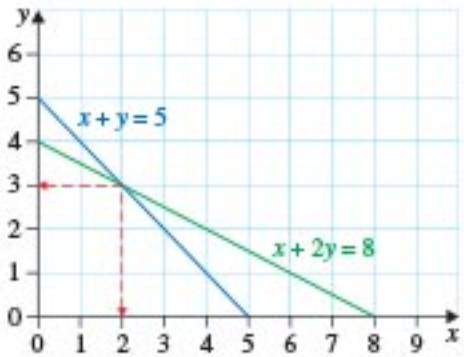
a) t ve l'yi bağlayan formülü belirle.

b) t'yi belirle, $l = 0{,}81$ olunca.



7.7 Denklem Sistemlerinin Grafiksel Çözülmesi

$x + y = 5$ ve $x + 2y = 8$ denklemlerini, resimde gösterildiği şekilde olduğu gibi, grafiksel olarak koordinat sisteminde tanımlayabiliriz.



Doğrular (2, 3) noktasında kesişiyor.

Denklem **sisteminin çözümü**:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

$x = 2, y = 3$ olacaktır

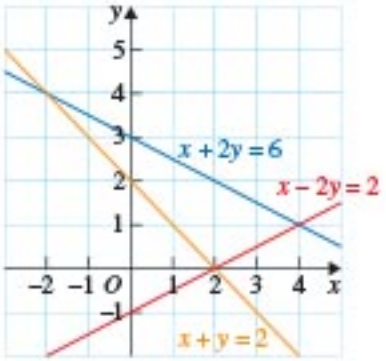
Kontrol: x ve y'un değerlerini başlangıç denklemlerde değiştiriyoruz.

$2 + 3 = 5$ ✓ ve $2 + (2 \cdot 3) = 8$ ✓

Denklem sistemi, ortak çözümlerini aradığımız iki veya fazla denklemden oluşuyor. Denklemleri alt alta yazıyoruz ve onları { paranteziyle işaretliyoruz.

Ödevler

1. Aşağıdaki denklem sistemleri grafiksel şekilde çöz:



a) $\begin{cases} x+2y=6 \\ x-2y=2 \end{cases}$

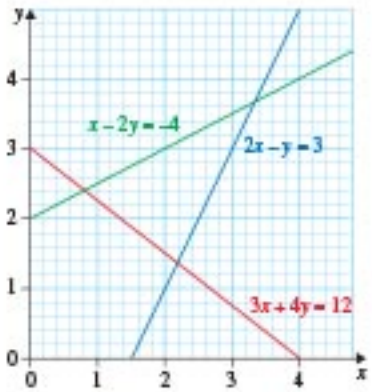
b) $\begin{cases} x+y=2 \\ x-2y=2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+y=2 \\ x+2y=6 \end{cases}$

2. Aşağıdaki denklem sistemini grafiksel şekilde çöz.

$$\begin{cases} 5x+2y=25 \\ 4x-2y=2 \end{cases}$$

3. Aşağıdaki denklem sistemlerini grafiksel şekilde çöz:



a) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ x-2y=-4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x-2y=-4 \\ 3x+4y=12 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x+4y=12 \\ 2x-y=3 \end{cases}$

Çözümleri bir ondalık basamağına yuvarla.

4. Aşağıdaki denklem sistemini grafiksel şekilde çöz.

$$\begin{cases} 3x+7y=21 \\ 2x-3y=-3 \end{cases}$$

Çözümü bir ondalık basamağına yuvarla.

7.8 Denklem Sistemini Eleme Yöntemiyle Çözmek

$2x + y = 6$ denklemin iki değişkeni var, x ve y.

$2x + y = 6$ denklemin doğru olduğu birçok x ve y değer çiftleri vardır.

Böyle çiftler, örneğin şunlardır: $x = 1, y = 4$ $x = 2, y = 2$ $x = 4, y = -2$

$4x + y = 8$ denklemin de aynı şekilde iki değişkeni var, x ve y.

Aynı şekilde, $4x + y = 8$ denkleminin doğru olduğu çok sayıda x ve y değer çiftleri vardır.

Bazı olası çözümler şunlardır: $x = 0, y = 8$ $x = 1, y = 4$ $x = 2, y = 0$

Denklem sistemini, çözdüğümüz zaman, sistemde iki denklemin doğru eşitliklere geçtiği x ve y için değerler çiftlerini bulmamız gerekiyor.

Aşağıdaki denklem sistemin çözümü:

$$\begin{cases} 4x + y = 8 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$$

$x = 1, y = 4$ değerleridir, çünkü bu değerler çifti için her iki denklem doğrudur.

Denklem sistemin daha hızlı çözme şekli, cebirsel çözme yöntemi kullanmaktır:

$$\begin{cases} 4x + y = 8 & [1] \\ 2x + y = 6 & [2] \end{cases}$$

Bir değişkeni elediğimiz bu yöntemi, eleme yöntemi olarak adlandırıyoruz.

Denklem [1] - Denklem [2] farkı, y'nin terimleri eleyecek.

$$2x = 2$$
$$x = 1$$

y'nin değerini bulmamız için, $x = 1$'i denklem [1]'de değiştiriyoruz.

$$4 + y = 8$$
$$y = 4$$

Sistemin çözümü şudur: $x = 1, y = 4$.

x ve y'nin değerlerini başlangıç denklemlerinde değiştirerek çözümün kontrolünü yap.

Örnek 1

Denklem sistemini çöz: $\begin{cases} 5x + 2y = 11 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$

$$\begin{cases} 5x + 2y = 11 & [1] \\ x + 2y = -1 & [2] \end{cases}$$

Denklem [1] - Denklem [2] farkı, y'nin terimleri eleyecek.

$$4x = 12$$
$$x = 3$$

y'nin değerini bulmamız için, $x = 3$'ü denklem [1]'de değiştiriyoruz:

$$15 + 2y = 11$$
$$2y = -4$$
$$y = -2$$

Sistemin çözümü şudur: $x = 3, y = -2$

Kontrol: $(5 \cdot 3) + (2 \cdot (-2)) = 15 + (-4) = 11$ ✓ ve $3 + (2 \cdot (-2)) = 3 + (-4) = -1$ ✓

Örnek 2

Denklem sistemini çöz: $\begin{cases} 4x + 3y = 29 \\ 2x - 3y = -17 \end{cases}$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 29 & [1] \\ 2x - 3y = -17 & [2] \end{cases}$$

Denklem [1] + Denklem [2] toplamı y'li terimleri eleyecek.

$$6x = 12$$
$$x = 2$$

y'nin değerini bulmamız için, $x = 2$'yi denklem [1]'de değiştiriyoruz.

$$8 + 3y = 29$$
$$3y = 21$$
$$y = 7$$

Sistemin çözümü şudur: $x = 2, y = 7$.

Kontrol: $(4 \cdot 2) + (3 \cdot 7) = 8 + 21 = 29$ ✓ ve $(2 \cdot 2) - (3 \cdot 7) = 4 - 21 = -17$ ✓

Ödevler

1. Aşağıdaki denklem sistemlerini çöz.

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ x + 3y = 14 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 5x + y = 17 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 4x + y = 9 \\ 3x + y = 8 \end{cases}$ **ç)** $\begin{cases} 5x + 2y = 14 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 7x + 5y = 26 \\ 3x + 5y = 14 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} x + 7y = 18 \\ x + 4y = 12 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 3x + 4y = 26 \\ x + 4y = 14 \end{cases}$ **g)** $\begin{cases} 3x + 5y = 21 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$

ğ) $\begin{cases} 4x + 3y = 31 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases}$ **h)** $\begin{cases} x - 4y = 12 \\ x - 7y = 6 \end{cases}$ **ı)** $\begin{cases} 7x + 3y = -5 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$ **i)** $\begin{cases} x + 2y = -2 \\ x - 5y = 19 \end{cases}$

2. Aşağıdaki denklem sistemlerini çöz.

a) $\begin{cases} 3x + y = 19 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x + 2y = 22 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x + 3y = 13 \\ 2x - 3y = -10 \end{cases}$ **ç)** $\begin{cases} 5x - 3y = -21 \\ 3x + 3y = -3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x + 2y = 23 \\ 3x - 2y = 17 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} 6x - y = -16 \\ 5x + y = -6 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 7x - 3y = 59 \\ 2x + 3y = 13 \end{cases}$ **g)** $\begin{cases} 8x - 5y = -14 \\ 2x + 5y = -16 \end{cases}$

3. Aşağıdaki denklem sistemlerini çöz.

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 6x + y = -8 \\ 4x + y = -4 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ 5x - 7y = -26 \end{cases}$ **ç)** $\begin{cases} 3x - 5y = -11 \\ 4x + 5y = -3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x - 4y = -3 \\ 3x - 4y = -13 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} 4x - y = 14 \\ 6x + y = 16 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 4x - 5y = 37 \\ 4x + 2y = 2 \end{cases}$ **g)** $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 3x + 2y = -4 \end{cases}$

ğ) $\begin{cases} 2x + 7y = 16 \\ 2x - 3y = -24 \end{cases}$ **h)** $\begin{cases} 4x - 3y = 21 \\ 3x - 3y = 18 \end{cases}$ **ı)** $\begin{cases} 4x - 7y = -58 \\ 3x + 7y = 30 \end{cases}$ **i)** $\begin{cases} 7x - 3y = -4 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$

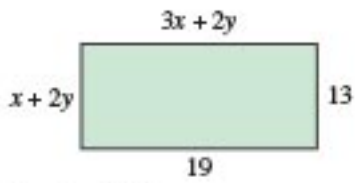
4. İki sayının toplamı 22'dir, onların farkı ise 9'dur.

İki sayıyı x ve y ile işaretleyelim.

a) İki denklemi x ve y ile yaz.

b) İki denklem sistemini çöz.

5. Resimde bir dikdörtgen verilmiştir. Resimdeki verilere göre x ve y'nin değerlerini hesapla.



6. İki sayının aritmetik ortası 44'tür, onların farkı ise 17'dir.

Bu iki sayı hangi sayılardır?

Değişkenlerden birini elemek istediğimiz zaman, fakat bu **değişkenlerden birinin önündeki katsayılar eşit değilse**, o zaman bir veya her iki denklemi sayıyla çarparak katsayıları eşit yapmamız gerekiyor.

Katsayıları eşit yapmamız için sayıların EKOK'ını arıyoruz. Ondan sonra denklemleri topluyoruz ya da çıkarıyoruz.

Örnek 3

Denklem sistemini çöz: $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x - 4y = 28 \end{cases}$

$$\begin{cases} x + 2y = 6 & [1] \\ 3x - 4y = 28 & [2] \end{cases}$$

x önündeki katsayıları eşit yapmamız için, denklem [1]'i 3 ile çarpıyoruz.

$$\begin{cases} 3x + 6y = 18 \\ 3x - 4y = 28 \end{cases}$$

İki denklemi birbirinden çıkarılması, x'li terimleri eleyecek.

$10y = -10$ $\quad +6 - (-4) = 6 + 4$ olduğunu biliyoruz.

$y = -1$

x'in değerini bulmamız için, $y = -1$'i denklem [1]'de değiştirmemiz gerekiyor.

$x - 2 = 6$

$x = 8$

Sistemin çözümü şudur: $x = 8$, $y = -1$.

Kontrol: $8 + (2 \cdot (-1)) = 8 + (-2) = 6$ ✓ ve $(3 \cdot 8) - (4 \cdot (-1)) = 24 - (-4) = 28$ ✓

Örnek 4

Denklem sistemini çöz: $\begin{cases} 5x + 3y = 26 \\ 8x + 5y = 43 \end{cases}$

$$\begin{cases} 5x + 3y = 26 & [1] \\ 8x + 5y = 43 & [2] \end{cases}$$

y değişkenini elememiz için, EKOK (3,5) = 15 olduğunu buluyoruz, böylece denklem [1]'i 5 ile çarpıyoruz, denklem [2]'yi ise 3 ile çarpıyoruz.

$$\begin{cases} 25x + 15y = 130 \\ 24x + 15y = 129 \end{cases}$$

İki denklemin farkını belirterek, y'li değişkenler elenecek.

$$x = 1$$

y'nin değerini bulmamız için, $x = 1$'i denklem [1]'de değiştiriyoruz.

$$5 + 3y = 26$$
$$3y = 21$$
$$y = 7$$

Çözüm şudur: $x = 1$, $y = 7$.

Kontrol: $(5 \cdot 1) + (3 \cdot 7) = 5 + 21 = 26$ ✓ ve $(8 \cdot 1) + (5 \cdot 7) = 8 + 35 = 43$ ✓

Ödevler

1. Aşağıdaki denklem sistemlerini çöz.

a) $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 5x + 3y = 30 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 8x - 3y = 26 \\ 3x + y = 14 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 5x + 3y = 43 \\ 4x + 6y = 38 \end{cases}$ **ç)** $\begin{cases} 3x + 2y = 27 \\ 4x - y = 25 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + y = 11 \\ x - 3y = -13 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} 4x + y = 11 \\ 5x + 2y = 13 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 4x - 5y = 31 \\ x - 3y = 13 \end{cases}$ **g)** $\begin{cases} 5x - y = -16 \\ 7x + 4y = 10 \end{cases}$

ğ) $\begin{cases} 7x + 2y = 13 \\ 3x + 4y = 15 \end{cases}$ **h)** $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - 4y = 23 \end{cases}$ **ı)** $\begin{cases} 4x + 3y = 13 \\ x + 5y = -1 \end{cases}$ **i)** $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x + 5y = -8 \end{cases}$

2. Aşağıdaki denklem sistemlerini çöz.

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 5x + 2y = 38 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x + 2y = 19 \\ 2x - 3y = -22 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 5x + 3y = 32 \\ 2x + 4y = 24 \end{cases}$ **ç)** $\begin{cases} 4x + 3y = -2 \\ 3x + 5y = 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - 2y = 24 \\ 5x - 7y = 51 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 2y = 27 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 5x + 2y = -4 \end{cases}$ **g)** $\begin{cases} 2x + 5y = 8 \\ 9x - 4y = -17 \end{cases}$

ğ) $\begin{cases} 5x - 7y = 38 \\ 3x - 4y = 23 \end{cases}$ **h)** $\begin{cases} 2x + 2y = 10 \\ 5x + 3y = 17 \end{cases}$ **ı)** $\begin{cases} 5x - 2y = 33 \\ 3x + 7y = -13 \end{cases}$ **i)** $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 5x - 2y = 41 \end{cases}$

3. Eğer bir sayıyı 3 ile çarparsak ve ondan sonra 5 ile çarpılmış başka bir sayıyla toplarsak sonuç olarak 2 elde ediyoruz.

İki sayının toplamı 2'dir.

Bu iki sayıyı belirle.

4. Yedi kutu elma meyve suyu ve beş kutu limonatanın maliyeti 170 denardır.
Dört kutu elma meyve suyu ve üç kutu limonatanın maliyeti 99 denardır.
Bir kutu elma meyve suyun fiyatını belirle.

5. Büyükler için tiyatro biletleri 275 denar, çocuklar için ise 160 denardır.
Bir akşam tiyatroda 75995 denar için 342 bilet satılmış.
Tiyatro kaç çocuk bileti satmış?

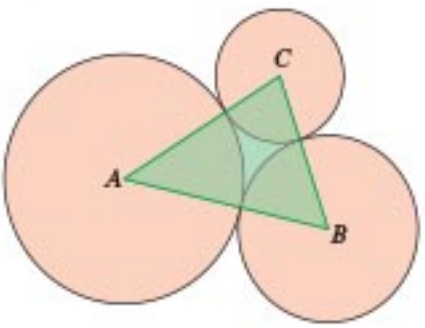
6. Denklem sistemlerini çöz.

a) $\begin{cases} 3x+2y=11 \\ y-2x=3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y=x+3 \\ 3y+x=5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3y-5x=21 \\ 3x+y+7=0 \end{cases}$ ç) $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{5}=9 \\ \frac{x}{4}-\frac{y}{3}=-2 \end{cases}$

7. İfadelerin aynı değerleri olacak şekilde x ve y'yi bul.

$2x+y+5$ $5x-2y+17$ $4x+3y-63$

8. A, B ve C üç dairenin merkezleridir.
$\overline{AB}=11$, $\overline{AC}=10$ ve $\overline{BC}=8$
Üç dairenin yarıçapını hesapla.



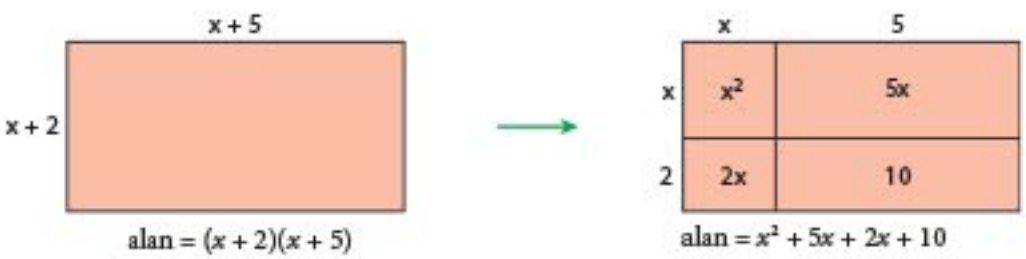
9. Denklem sistemini çöz.

$$\begin{cases} 2x+y+z=11 \\ 2x-y+z=-1 \\ x+2y+2z=13 \end{cases}$$

7.9 İki Cebirsel İfadenin Çarpımı

$(x+2)(x+5)$ ifadesi $(x+2)\cdot(x+5)$ demektir. İfadeleri çarpmamız için, her iki ifadede parantezlerden kurtulmamız gerekiyor.

Kenarları $x+2$ ve $x+5$ uzunlukta olan dikdörtgenin alanını, resimde gösterilmiş olduğu gibi dikdörtgenin dört bölüme ayırarak hesaplayabiliriz.



Buna göre, $(x+2)(x+5)=x^2+5x+2x+10$

$=x^2+7x+10$

Şimdi, resim kullanmadan $(x+2)(x+5)$ parantezlerinden kurtulacağız.

Şu adımları takip etmemiz gerekiyor:

Adım 1:

İkinci parantezden her terimi, birinci parantezdeki x ile çarpıyoruz.

$(x+2)(x+5)$ $\quad x \cdot x = x^2$ ve $x \cdot 5 = 5x$

Adım 2:

İkinci parantezden her terimi, birinci parantezden (+2) ile çarpıyoruz.

$(x+2)(x+5)$ $\quad 2 \cdot x = 2x$ ve $2 \cdot 5 = 10$

Adım 3:

İlk iki adımdan sonuçları birleştiriyoruz.

$(x+2)(x+5)$ elde ediyoruz. $= x^2 + 5x + 2x + 10$

$= x^2 + 7x + 10$

Örnek 1

$(x+6)(x+11)$ ifadesinde çizim kullanarak parantezlerden kurtul.

	x	11
x	x^2	$11x$
6	$6x$	66

$(x+6)(x+11) = x^2 + 11x + 6x + 66$

$= x^2 + 17x + 66$

Örnek 2

İfadeleri çarp, ondan sonra elde edilen ifadeyi sadeleştir:

a) $(x+3)(x+4)$ **b)** $(x-7)(x+2)$ **c)** $(x-6)(x-7)$

a) $(x+3)(x+4)$ $\quad x \cdot x = x^2$ $\quad x \cdot (+4) = +4x$ $\quad 3 \cdot (+x) = 3x$ $\quad +3 \cdot (+4) = +12$

$= x^2 + 4x + 3x + 12$

$= x^2 + 7x + 12$

b) $(x-7)(x+2)$ $\quad x \cdot x = x^2$ $\quad x \cdot (+2) = +2x$ $\quad -7 \cdot (+x) = -7x$ $\quad -7 \cdot (+2) = -14$

$= x^2 + 2x - 7x - 14$

$= x^2 - 5x - 14$

c) $(x-6)(x-7)$ $\quad x \cdot x = x^2$ $\quad x \cdot (-7) = -7x$ $\quad -6 \cdot x = -6x$ $\quad -6 \cdot (-7) = +42$

$= x^2 - 7x - 6x + 42$ İki negatif sayının çarpımı: $-6 \cdot (-7) = +42$

$= x^2 - 13x + 42$

Ödevler

1. Çizim yardımıyla şu ifadeleri çarp:

a) $(x+1)(x+3)$ **b)** $(x+8)(x+2)$ **c)** $(x+5)(x+5)$ **ç)** $(x+6)(x+4)$

d) $(x+8)(x+1)$ **e)** $(x+7)(x+9)$ **f)** $(x+4)(x+8)$ **g)** $(x+2)(x+10)$

2. Çizim kullanmadan parantezlerden kurtul.

a) $(x+2)(x+4)$ **b)** $(x+5)(x+1)$ **c)** $(x+4)(x+4)$ **ç)** $(x+7)(x+3)$

d) $(x+9)(x+8)$ **e)** $(x+6)(x+2)$ **f)** $(x+7)(x+8)$ **g)** $(x+11)(x+4)$

3. Parantezlerden kurtul ve sadeleştir:

a) $(x+3)^2$ **b)** $(x+1)^2$ **c)** $(x+7)^2$

ç) $(x+2)^2$ **d)** $(x+9)^2$ **e)** $(x+5)^2$

$(x+3)^2 = (x+3)(x+3)$

4. Anya'nın ev ödevinde parantezlerden kurtulurken yaptığı yanlışlıkları düzelt.

a) $(x+3)(x-6) = x^2 - 6x + 3x - 3 = x^2 - 3x - 3$

b) $(x-4)(x-5) = x^2 - 5x - 4x - 20 = x^2 - 9x - 20$

c) $(x-6)^2 = x^2 + 36$

Ödev **5, 6, 7** ve **8**'de parantezlerden kurtul ve sadeleştir:

5. a) $(x-3)(x+4)$ **b)** $(x+5)(x-7)$ **c)** $(x-6)(x+8)$ **ç)** $(x+2)(x-9)$

d) $(x+3)(x-7)$ **e)** $(x-6)(x+7)$ **f)** $(x+9)(x-1)$ **g)** $(x+4)(x-5)$

ğ) $(x+4)(x-2)$ **h)** $(x-9)(x+8)$ **ı)** $(x+10)(x-2)$ **i)** $(x+5)(x-7)$

6. a) $(x-3)(x+3)$ **b)** $(x+5)(x-5)$ **c)** $(x-6)(x+6)$ **ç)** $(x+2)(x-2)$

d) $(x+4)(x-4)$ **e)** $(x-1)(x+1)$ **f)** $(x+15)(x-15)$ **g)** $(x+9)(x-9)$

7. a) $(x-5)(x-4)$ **b)** $(x-8)(x-7)$ **c)** $(x-6)(x-8)$ **ç)** $(x-2)(x-3)$

d) $(x-3)(x-7)$ **e)** $(x-6)(x-9)$ **f)** $(x-11)(x-2)$ **g)** $(x-8)(x-10)$

8. a) $(x-1)^2$ **b)** $(x-7)^2$ **c)** $(x-4)^2$ **ç)** $(x-13)^2$

9.

A	B	C	D	E
$x-3$	$x+1$	$x+3$	$x+2$	$x-1$

Aşağıdaki ifadelerin elde edilmesi için hangi iki kartın çarpımı yapılmıştır?

a) $x^2 - x - 6$ **b)** $x^2 + 4x + 3$ **c)** $x^2 + x - 2$

ç) $x^2 - 1$ **d)** $x^2 - 2x - 3$ **e)** $x^2 + 5x + 6$

f) $x^2 + 2x - 3$ **g)** $x^2 + 3x + 2$ **ğ)** $x^2 - 9$

10. Parantezlerden kurtul ve sadeleştir:

a) $(x+4)(x+5) + (x+3)(x+9)$ **b)** $(x+7)(x+1) + (x+2)(x+5)$

c) $x(x+2) + (x+8)(x+1)$ **ç)** $(x+9)(x+2) - (x+4)(x+6)$

d) $(x+4)^2 + (x+3)^2$ **e)** $(x+8)^2 - (x-3)^2$

11. Aşağıdaki denklemleri çöz:

a) $x(x+8) = (x+3)(x+4)$ **b)** $(x+4)(x+2) = (x+3)(x+1)$

c) $(x+2)^2 = (x-3)^2$ **ç)** $(x+4)(x+2) = (x-3)(x-4)$

12. $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = 3n^2 + 6n + 5$ olduğu göster.

13. Parantezlerden kurtul ve sadeleştir:

a) $(2x+3)(x+5)$ **b)** $(3x+1)(x-7)$ **c)** $(x-6)(2x+4)$ **ç)** $(5x+3)(x-2)$

d) $(2x+1)(3x-5)$ **e)** $(4x-3)(2x+1)$ **f)** $(8x+5)(3x-4)$ **g)** $(5x-4)(x-5)$

ğ) $(3x-4)(x-2)$ **h)** $(7x-1)(3x-2)$ **ı)** $(5x+7)^2$ **i)** $(4x-3)^2$

14.

a) $\frac{2}{x} + \frac{5}{x+7}$ **b)** $\frac{2}{x+3} + \frac{5}{x+1}$ **c)** $\frac{4}{x-2} + \frac{3}{x+5}$ **ç)** $\frac{5}{x-3} - \frac{2}{x+4}$

7.10 Denemeler ve Hatalar

Bazı denklemleri, eşdeğerli dönüşümler yardımıyla çözmek çok zor olabilir.

Bu tür denklemleri, şimdilik, **denemeler ve hatalar yöntemi** olarak adlandırılan yöntemle çözüyoruz.

Bu yöntemle çözümün tahminini yapıyoruz ve devamda tahmini iyileştirmeyi deniyoruz.

Örnek 1

Denemeler ve hatalar yöntemi yardımıyla $x^3 - 3x = 322$ denklemini çöz.

İlk deneme: $x = 5$: $5^3 - 3 \cdot 5 = 125 - 15 = 110$ ➔ çok küçük

İkinci deneme: $x = 6$: $6^3 - 3 \cdot 6 = 216 - 18 = 198$ ➔ çok küçük

Üçüncü deneme: $x = 7$: $7^3 - 3 \cdot 7 = 343 - 21 = 322$ ➔ doğru

Çözüm $x = 7$'dir.

Son örnekte denklemin doğru çözümünü bulduk.

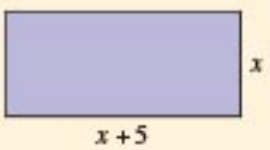
Bazen doğru çözümü bulmak mümkün değildir ve böyle durumlarda yaklaşık çözüm aramalıyız.

Sürecin tamamını tabloyla göstereceğiz.

Örnek 2

Verilen dikdörtgenin alanı 72 cm²'dir.

Denemeler ve hatalar yöntemiyle x'in 1 ondalık basamağına yuvarlanmış değerini bul.



Dikdörtgen alanı = taban · karşılıklı yüksekliği.

Buna göre, $x(x+5)=72 \Rightarrow x^2+5x=72$

Tahmin	x^2+5x	Yorum
6	$6^2+5\cdot 6=66$	çok küçük
7	$7^2+5\cdot 7=84$	çok büyük
6,3	$6{,}3^2+5\cdot 6{,}3=71{,}19$	çok küçük
6,4	$6{,}4^2+5\cdot 6{,}4=72{,}96$	çok büyük
6,35	$6{,}35^2+5\cdot 6{,}35=72{,}0725$	çok büyük

x, 6 ve 7 arasında bulunuyor.

x, 6,3 ve 6,4 arasında bulunuyor.

Çözüm $x=6{,}3$ ve $x=6{,}35$ arasında bulunuyor.

Buna göre, 1 o.b.'na yuvarlanmış çözüm $x=6{,}3$'tür.

$x=6{,}35$ ile son deneme, çözümün 6,3'e 6,4'ten daha yakın olup olmadığını keşfetmek için gereklidir. Her zaman ödevde arandığı ondalık basamaktan bir basamak fazla sayıyı kullanmalıyız.

Ödevler

Aşağıdaki ödevlerin çözülmesinde, denemeler ve hatalar yöntemini kullan.

1. Simon $x^3-5x=56$ denklemini çözmek için denemeler ve hatalar yöntemini kullanıyor. Tabloda Simon'un ilk iki tahmini gösterilmektedir.

Tahmin	x^3-5x	Yorum
4	$4^3-5\cdot 4=44$	çok küçük
5	$5^3-5\cdot 5=100$	çok büyük

Yaklaşık çözüme gelmen için tabloyu doldurmaya devam et.

Çözümü 1 ondalık basamağa yuvarla.

2. Bu ödevde denklemin verilen aralıkta bulunan çözümünü bulman gerekiyor.

Çözümleri 1 ondalık basamağa yuvarla.

a) $x^2+5x=60$ eğer x 5 ve 6 arasında bulunuyorsa.

b) $x^2-2x=58$ eğer x 8 ve 9 arasında bulunuyorsa.

c) $x+\frac{10}{x}=8$ eğer x 6 ve 7 arasında bulunuyorsa.

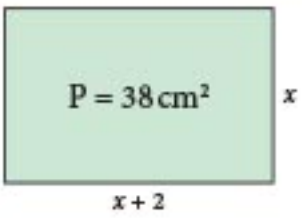
3. Denklemlerin 1 ondalık basamağına yuvarlanmış çözümleri hesapla.

a) $x^3+x=4$ **b)** $x^3-2x=10$ **c)** $2x^3-7x=9$ **ç)** $2^x=20$

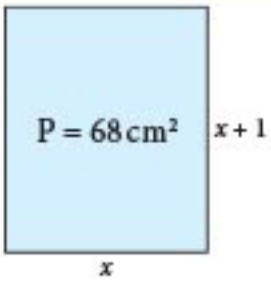
4. Verilen dikdörtgenlerin alanlarını hesaplamak için x ile denklem yaz.

Denklemleri çöz ve x'in 1 ondalık basamağına yuvarlanmış değerini belirle.

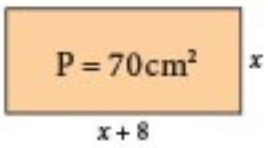
a)



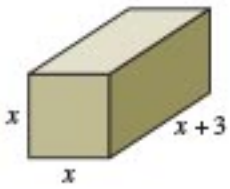
b)



c)



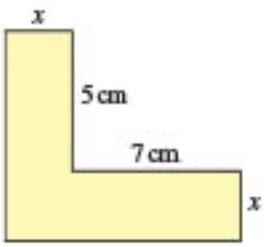
5. Resimdeki tabanı kare olan prizmanın hacmi 250 cm³ tür.



a) $x^3 + 3x^2 = 250$ olduğunu göster

b) x'in 1 ondalık basamağına yuvarlanmış değerini hesapla.

6. Şekildeki 2 boyutlu şeklinin alanı 40 cm²'dir.

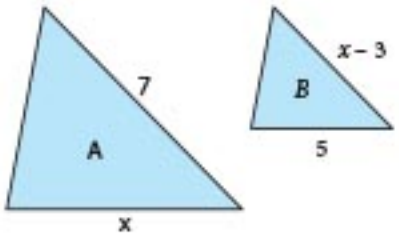


a) $x^2 + 12x = 40$ olduğunu göster

b) x'in 1 ondalık basamağına yuvarlanmış değerini hesapla.

2 boyutlu şekli, iki dikdörtgene ayırınız.

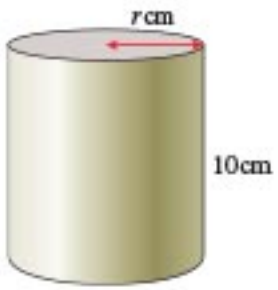
7. A üçgeni, B üçgeninin büyütülmesidir.



a) x ile denklem yaz ve denklemin $x^2 - 3x = 35$'e kadar sadeleştirilebildiğini göster.

b) x'in 1 ondalık basamağına yuvarlanmış değerini hesapla.

8. Yarıçapı r ve yüksekliği h olan silindirin alanı $P = 2\pi r^2 + 2\pi rh$'dir.



Verilen silindirin alanı 300 cm²'dir.

a) $\pi r^2 + 10\pi r = 150$ olduğunu göster

b) r'in 1 ondalık basamağa yuvarlanmış değerini hesapla.

7.11 Eşitsizlikler

Eşitsizliklerin sayı ekseninde tanımlanması

Bilmemiz gereken dört eşitsizlik işareti vardır.

$a > 2$ „a, 2'den büyüktür" demektir — ya da „2, a'dan büyüktür"

$b \geq 5$ „b, 5'ten büyük veya eşittir" demektir — ya da „5, b'den küçük ya da eşittir"

$c < 3$ „c, 3'ten küçüktür" demektir — ya da „3, c'den büyüktür"

$d \leq 4$ „d, 4'ten küçük ya da eşittir" demektir — ya da „4, d'den büyük ya da eşittir"

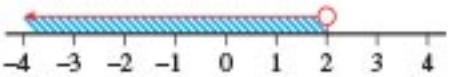
Eşitsizliklerin hergünlük hayatta geniş kullanımı var.

Hız sınırlandırma trafik işareti, otomobilerin en büyük hızı v km/h en çok 100 km/h olmalığını belirtiyor. Bunu şu şekilde yazabiliriz: $v \leq 100$.



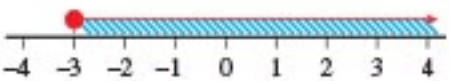
Eşitsizlikleri sıkça sayı ekseninde tanımlıyoruz.

$x < 2$, x'in 2'den küçüktür demektir. Sayı ekseninde şu şekilde gösterebiliriz:



< veya > için boş dairecik kullanıyoruz.

$x \geq -3$ „x, –3'ten büyük veya eşittir" demektir ve bunu şu şekilde gösterebiliriz:



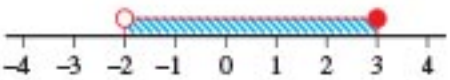
≤ veya ≥ için renkli dairecik kullanıyoruz.

$-2 < x \leq 3$ demek ki x, -2'den büyük ve aynı zamanda 3'ten küçük veya eşittir.

Daha kolay olarak şöyle söyleyebiliriz:

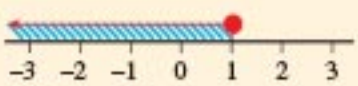
x, -2 ve 3 arasında yatıyor. -2'ye eşit olamaz, fakat 3'e eşit olabilir.

$-2 < x \leq 3$ ifadesini şu şekilde gösterebiliriz:



Örnek 1

Sayı eksenlerinde gösterilen eşitsizlikleri yaz:

a) 

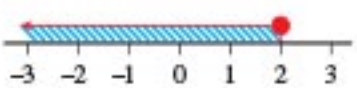
b) 

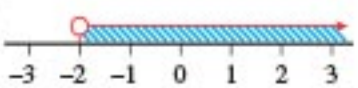
c) 

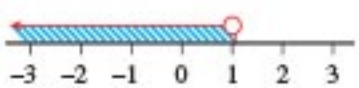
a) $x \leq 1$ **b)** $x > -3$ **c)** $-3 \leq x < 2$

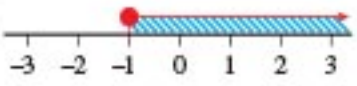
Ödevler

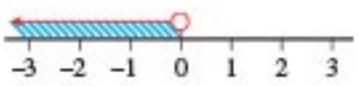
1. Sayı eksenlerinde gösterilen eşitsizlikleri yaz.

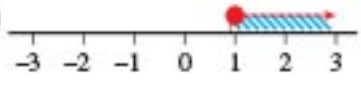
a) 

b) 

c) 

ç) 

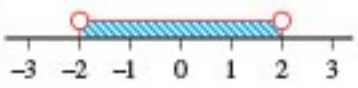
d) 

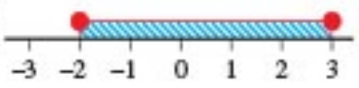
e) 

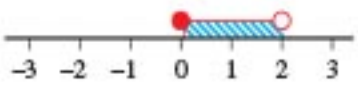
2. Eşitsizlikeri sayı ekseninde göster.

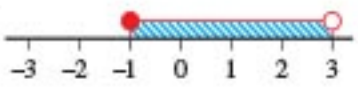
a) $x > 2$ **b)** $x < 4$ **c)** $x \geq -5$ **ç)** $x \leq 1$

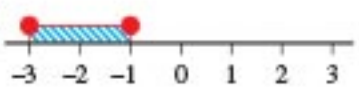
3. Sayı eksenlerinde gösterilen eşitsizlikleri yaz.

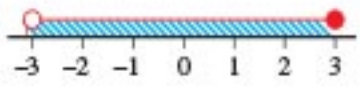
a)


b)


c)


ç)


d)


e)


4. Eşitsizlikleri sayı ekseninde göster.

a) $1 \leq x < 4$ **b)** $-3 < x < 5$ **c)** $-4 < x \leq 2$ **ç)** $3 \leq x \leq 5$

5. x tam sayıdır ve $-2 \leq x < 4$

x'in olası değerlerini say.

Tam sayılar doğal sayılar, onların ters sayıları ve sıfırdır.

6. **a)** $-5 < x \leq 3$ geçerli olduğu en küçük olası sayıyı yaz

b) $-5 < x \leq 3$geçerli olduğu en büyük olası sayıyı yaz.

Lineer eşitsizlikleri çözmek

$x + 1 = 5$ denklemin çözümünü aşağıdaki resimde gösterebiliriz.



Buna göre, çözüm $x = 4$'tür.

Denklemin doğru olacağı x'in sadece bir değeri var. O da 4 sayısıdır.

$x + 1 > 5$ eşitsizliğini aşağıdaki resimde gösterebiliriz:



(Terazinin sol tarafı, terazinin sağ tarafından daha ağırdır.)

Buna göre, çözüm $x > 4$ olacak.

Eşitsiliğin doğru olacağı x'in çok sayıda değeri var.

x, 4'ten daha büyük herhangi sayı olabilir.

Eşitsizlikleri çözme şekli denklemleri çözme şekline çok benzer.

Eşitsizlikler çözdüğümüz zaman:

- İki tarafa aynı değerler ekleyebiliriz.
- İki taraftan aynı değerler çıkarabiliriz.

- İki tarafı aynı **pozitif sayıyla** çarpabiliriz ya da bölebiliriz.
- Eşitsizliği **negatif** sayıyla çarptığımız ya da böldüğümüz sırada, o zaman eşitsizlik **işaretini de değiştirmeliyiz.**

Son kuralı şu örnekle göstereceğiz:

Şu eşitsizliği inceleyelim: $-2 < 5$

İki tarafı (-3) ile çarparsak, şunu elde edeceğiz: $6 > -15$

İşareti <'den, >'e değiştiriyoruz.

Örnek 2

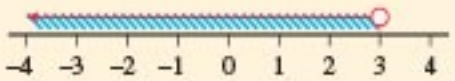
$2(3x - 4) < 10$ eşitsizliği çöz ve elde ettiğin çözümü sayı ekseninde göster.

$2(3x - 4) < 10$ Parantezlerden kurtuluyoruz.

$6x - 8 < 10$ İki tarafa 8 ekliyoruz.

$6x < 18$ İki tarafı 6 ile bölüyoruz.

$x < 3$



Örnek 3

$9 - 3x \leq 3$ eşitsizliği çöz.

Birinci şekil

$9 - 3x \leq 3$ İki taraftan 9 çıkarıyoruz.

$-3x \leq -6$ İki tarafı -3 ile bölüyoruz.

$x \geq 2$ Eşitsizlik işaretini değiştiriyoruz.

İkinci şekil

$9 - 3x \leq 3$ İki tarafa 3x ekliyoruz.

$9 \leq 3 + 3x$ İki taraftan 3 çıkarıyoruz.

$6 \leq 3x$ İki tarafı 2 ile bölüyoruz.

$2 \leq x$

$x \geq 2$ elde ediyoruz.

Ödevler

1. Aşağıdaki eşitsizlikleri çöz.

a) $x + 7 \leq 11$ **b)** $x - 2 > 3$ **c)** $x + 10 < 4$ **ç)** $x - 5 > 4$

d) $x + 3 \geq -2$ **e)** $2x > 8$ **f)** $3x \geq 21$ **g)** $6x \leq 60$

ğ) $5x > -20$ **h)** $\frac{x}{3} < 5$ **ı)** $\frac{x}{2} \geq -8$ **i)** $\frac{x}{7} < 15$

j) $2x+1<9$ k) $4x+3\geq 15$ l) $3x-2>1$ m) $5x+2\leq 12$

n) $2x+3>8$ o) $5x-2<3$ ö) $4x+1\geq 7$ p) $2x+9>6$

2. Aşağıdaki eşitsizlikleri çöz.

a) $7x+2>3x+22$ b) $6x-3\leq 5x+4$ c) $12x+5<8x+13$ ç) $3x-5\leq 2x+8$

d) $4x-5\geq 2x+7$ e) $3x+8>x-2$ f) $6x+7<3x-5$ g) $9x+10<7x-3$

ğ) $3x+2\leq 12-2x$ h) $2x+5>10-3x$ ı) $3-5x\leq 6-7x$ i) $6-2x>10-7x$

3. Aşağıdaki eşitsizlikleri çöz.

a) $-2x\geq 6$ b) $-3x<15$ c) $-6x>-24$ ç) $-4x\leq 6$

d) $10-2x>4$ e) $15-4x\leq 3$ f) $14-3x<8$ g) $2-5x\geq 7$

ğ) $6-x\geq 10$ h) $7-2x>3$ ı) $60-6x\leq 12$ i) $16\geq 8-4x$

4. Aşağıdaki eşitsizlikleri çöz.

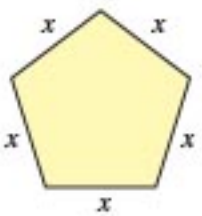
a) $x+7>3x+1$ b) $2x+14\leq 6x-2$ c) $6-9x<14-7x$

ç) $36-27x>15-20x$ d) $40-16x\geq 14+2x$ e) $24-9x\leq 12-6x$

f) $7-5x>5-2x$ g) $7-12x\geq 25-3x$ ğ) $1-x\leq 5x+7$

h) $6-3x\leq 13+x$ ı) $3-9x<2(3x-5)$ i) $5-2(x+3)>8+x$

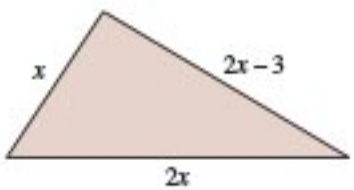
5. Düzgün beşgenin çevresi 42 cm'den daha küçüktür.
x'in hesaplanacağı eşitsizliği yaz ve yazdığın eşitsizliği çöz.



6. Dikdörtgenin çevresi 36 cm'den daha büyüktür.
Resimdeki verilere göre, x'in hesaplanacağı eşitsizliği yaz.



7. Bir üçgenin çevresi 45 cm'den daha büyük olamaz.
x'in alabileceği en yüksek değeri hesapla.



8. a) $3x>14$ eşitsizliğin doğru olacağı en küçük tam sayıyı yaz.

b) $2x-5>16$ eşitsizliğin doğru olacağı en küçük sayıyı yaz.

c) $4x-15<6$ eşitsizliğin doğru olacağı en büyük tam sayıyı yaz.

9. $4<2x\leq 10$ eşitsizliği çöz ve çözümü sayı ekseninde göster.

10. Aşağıdaki eşitsizlikleri çöz ve ardından eşitsizliklerin tam sayı çözümlerini say.

a) $6\leq 2x\leq 8$ b) $-8<2x<6$ c) $3\leq 3x\leq 18$ ç) $2<\frac{x}{2}\leq 4$

d) $3<x+2<7$ e) $2\leq x-4<5$ f) $-3\leq 2x+1\leq 7$ g) $-5<3x-2\leq 7$

11. Eşitsizlikleri çöz.

a) $x+1\leq \frac{x-1}{4}$ b) $\frac{x-2}{2}>\frac{x+3}{7}$ c) $\frac{x-5}{3}\leq \frac{5-x}{2}$ ç) $\frac{2x-3}{4}\geq \frac{3x-2}{5}$

12. $x+3 \geq 7$ ve $2x-3<20$ eşitsizlikleri verilmiştir.

a) Verilen eşitsizlikleri çöz.

b) İki eşitsizliğin doğru olacağı x'in değerler aralığını belirle.

13. $4x+5y \leq 20$ eşitsizliği verilmiştir, öyle ki x ve y pozitif tam sayılardır (sıfır hariç).

Eşitsizliğin doğru olacağı x ve y'nin tüm olası değer çiftlerini belirle.

Tekrarlama ödevleri

1. $y=\frac{3x^2-8}{x-2}$

y'nin değerini şu durumlarda hesapla:

a) $x=3$ **b)** $x=-2$

2. $s=\frac{1}{2}(u+v)t$ formülü fizikte kullanılıyor

a) s'nin değerini hesapla, eğer $u=5$, $v=7$ ve $t=4$.

b) s'nin değerini hesapla, eğer $u=-4$, $v=9$ ve $t=6$.

c) t'nin değerini hesapla, eğer $s=60$, $u=13$ ve $v=-3$.

ç) v'nin değerini hesapla, eğer $s=45$, $u=-2$ ve $t=15$.

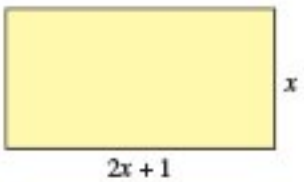
3. Bir adet mangonun fiyatı x denardır, bir adet ananasın fiyatı ise $(x+1)$ denardır.

5 adet ananas ve 10 adet mango için ödenmesi gereken toplam fiyatı T hesaplayan formülü yaz.

4. Şu formülleri yaz:

a) Resimdeki verilere göre dikdörtgenin alanı P.

b) Resimdeki verilere göre dikdörtgenin çevresi L.



5. x'i aşağıdaki formüllerden ifade et.

a) $y=x-8$ **b)** $y-a=3x$ **c)** $a(2x-5)=c$ **ç)** $a-cx=b$

d) $h(f-2x)=3g^2$ **e)** $\frac{x}{5p}=q$ **f)** $\frac{x}{2a+3b}=4c$ **g)** $\frac{x+m}{n}=5p$

ğ) $\frac{10}{x}=y$ **h)** $\frac{3x}{a}=\frac{4b}{c}$ **ı)** $\frac{y}{x-5}=2$ **ı)** $2y=5-\frac{1}{x}$

j) $y=\frac{1}{5}x-4$ **k)** $2-x^2=y$ **l)** $\frac{x^2}{3}-1=y$ **m)** $\sqrt{x-4}=2y$

6. Şu noktalardan geçen doğruların eğimini belirle:

a) (2, 5) ve (6, 7) **b)** (2, −3) ve (−2, 6).

7. $x-3y=6$ doğrunun grafiğini çiz.

8. Doğruların her biri için eğimini belirle.

a) $y=2x+9$ **b)** $y=7-3x$ **c)** $3x+6y=12$ **ç)** $2y-5x=15$

9. Denklem sistemini grafiksel olarak çöz:

$$\begin{cases} x+y=5 \\ x-7y=-7 \end{cases}$$

10. w, h'ye doğru orantılıdır.

$w=8$ olunca $h=12$

$h=15$ olunca w'yi belirle.

11. Eğer $a=5$ ve $b=-2$ ise, şu ifadelerin değerlerini hesapla:

a) a^2+b^2 **b)** $5a-6b$ **c)** $\frac{4a}{b}$ **ç)** $2a^2+b$

12. Parantezlerden kurtul ve bunları sadeleştir:

a) $(x+7)(x+2)$ **b)** $(x-6)(x+3)$ **c)** $(x+1)(x-2)$

ç) $(x-5)(x-9)$ **d)** $(x+4)^2$ **e)** $(x-2)^2$

13. Denklem sistemlerini çöz.

a) $\begin{cases} 5x+2y=13 \\ x+2y=9 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x+2y=18 \\ 2x-y=5 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 3x-2y=15 \\ 2x-3y=5 \end{cases}$

14. Simona, $2x-\frac{1}{x}=9$ denklemin çözümünü bulmak için denemeler ve hatalar yöntemini kullanıyor.

Simona, çözümün 4 ve 5 arasında bulunduğunu biliyor.

Tablo onun ilk iki tahminini gösteriyor.

Tahmin	$2x-\frac{1}{x}$	Yorum
4	$(2\cdot 4)-(1:4)=7{,}75$	çok küçük
5	$(2\cdot 5)-(1:5)=9{,}8$	çok büyük

Denklemin çözümünü bulman için tabloyu doldurmaya devam et.

Çözümü 1 ondalık basamağa yuvarla.

15. Eşitsizlikleri çöz.

Her eşitsizlik içim çözümü sayı ekseninde göster.

a) $2x \geq 8$ **b)** $x-4<7$ **c)** $3x+1 \geq 8$ **ç)** $3x+5 \leq x-8$

8 Geometri ve Problemler Çözmek

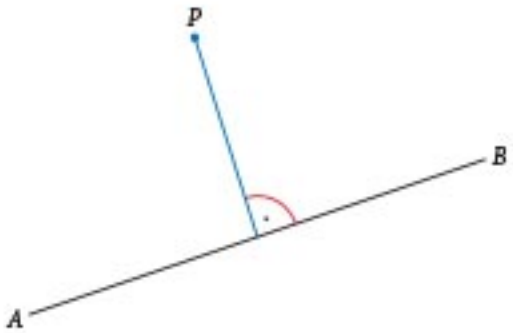
Öğretim amaçları

- Cetvel ve pergel şunun için kullanıyor:
  - noktadan doğruya ve doğrudaki noktadan dikey oluşturmak için;
  - daire bölünümleri çizerek içinde kareler, eşkenar üçgenler ve düzgün altıgenler ve sekizgenler çizmek için.
- Verilen noktadan veya verilen doğrudan belirli mesafede noktanın geometrik yerini buluyor.
- Ölçekli çizimler oluşturuyor ve kullanıyor ve haritalar yorumluyor.
- Herhangi düzgün çokgenin iç ve dış açılarını hesaplıyor; çokgende iç açıların toplamı formülünü ispat ediyor ve kullanıyor; çokgende dış açıların toplamı 360° olduğunu ispat ediyor.
- Açıların, paralel doğruların ve kesişen doğruların ve üçgenlerin, diğer çokgenlerin ve dairein özelliklerini kullanarak problemler çözüyor, sonuçları açıklıyor, düşüncesini diyagramlarla ve sözlü açıklıyor.
- Düzlemi örtmek, açılar toplamını kullanarak, 180°'lik dönme ve öteleme için tekrarlanan üçgen ile dörtgenlerden şablonlar oluşturuyor; düzlemi hangi düzgün çokgenin örttüğünü ve diğerleriyle neden mümkün olmadığını biliyor.
- Doğrultular ve yönlerle ilgili problemler çözmek için kuzeyden saat ibreleri yönünde açıları ölçüyor.
- Dik açılı üçgenler dahil, düzlemsel problemleri çözmek için Pisagor teoremini biliyor ve kullanıyor.
- Belirli sayıda ondalık basamağına kadar sayılar yuvarlıyor; problem çözümüne belirli doğruluk derecesine ulaşmak için yuvarlamayı kullanıyor.

8.1 Doğruların Çizimi

Doğrunun dışında verilen bir noktadan ona dikmenin çizimi

Resimde AB doğrusu ve AB doğrusuna ait olmayan P noktası tanımlanmaktadır.



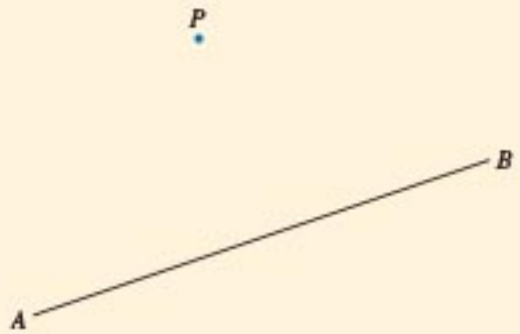
P noktasından AB doğrusuna en kısa doğru parçası çizilmiştir.

Elde edilen doğru parçası AB doğrusunun **dikmesidir**, yani AB doğrusuyla dik açı yapar.

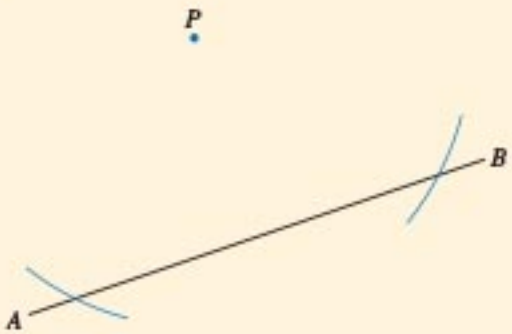
İlerdeki örnekte, sadece cetvel ve pergel kullanarak, doğrunun dışında bir noktadan verilene dik olan doğrunun (dikmenin) nasıl çizildiğini göstereceğiz.

Örnek 1

P noktasından AB doğrusuna dik olan doğru çiz.



Pergelle merkezi P noktasında olan iki aynı dairesel yay çiziyoruz, öyle ki yaylar AB'yi iki farklı noktada kesiyor.

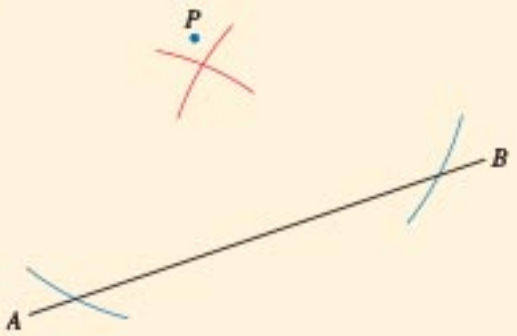


Ardından, elde edilen iki nokta arasında orta dikme çizmemiz gerekiyor.

AB doğrusunun iki tarafında, merkezi iki noktadan birisinde olmak üzere birer dairesel yay çiziyoruz.

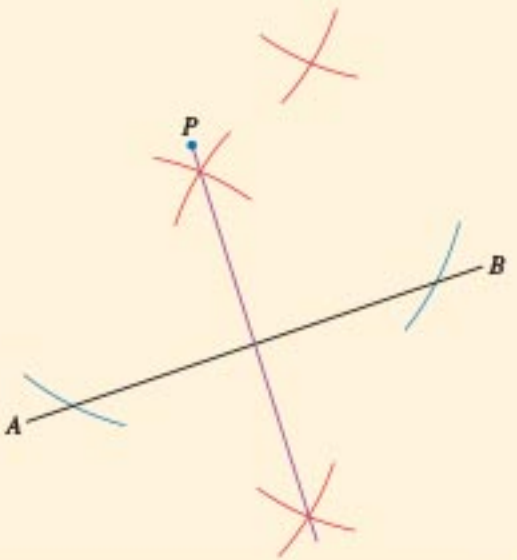
Süreci merkezi diğer noktada olup tekrarlıyoruz.

Son dört yayın yapılması sırasına tüm süreç boyunca pergelin kolları arasındaki açıyı değiştirmiyoruz.



Cetvelle, resimde gösterilmiş olduğu gibi yayların kesişim noktalarını bağlıyoruz.

Böylece, P noktasından AB doğrusuna dik olan doğruyu yapmış oluyoruz.



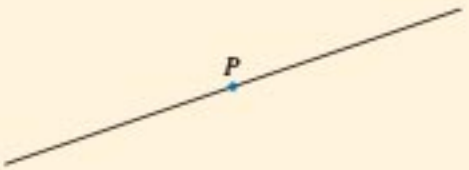
Doğruya ait olan noktadan dikmenin çizimi

Doğruya ait noktadan doğrunun dikmenin nasıl çizildiğini göstereceğiz.

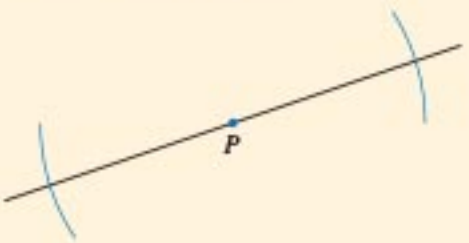
Sıradaki örnekte bu sürecin tüm adımlarını göstereceğiz.

Örnek 2

Doğruya ait P noktasından, verilen doğrunun dikey doğrusunu çiz.



İlk önce, merkezi P noktasında olan, iki dairesel yay çiziyoruz, öyle ki yaylar doğruyu P noktasından aynı mesafede iki farklı noktada kesiyor.

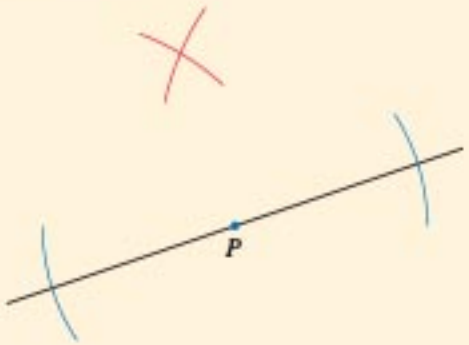


Devamında, iki nokta arasında doğru parçanın orta dikmesini çiziyoruz.

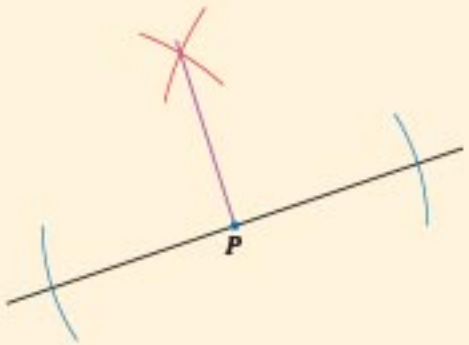
Doğrunun bir tarafından, merkezi iki noktadan birisinde olmak üzere dairesel yay çiziyoruz.

Doğrunun diğer tarafından, merkezi diğer noktada olan dairesel yay çiziyoruz.

Önceki örnekte olduğu gibi, son iki yayın yapılışı sırasında tüm süreç boyunca pergel kollarının arasındaki açıyı değiştirmiyoruz.



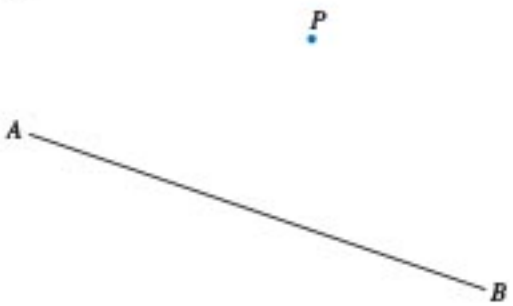
Yayların kesişme noktasını P noktasıyla bağlıyoruz.



Aranan doğruyu çizdik.

Ödevler

1. Verilen çizimi defterinde çiz.



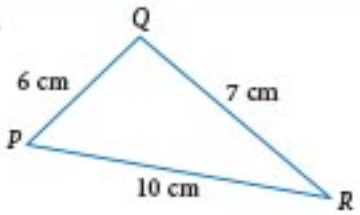
P noktasından AB doğrusuna dik olan doğru çiz.

2. Verilen çizimi defterinde çiz.

M noktasından ST doğrusuna dik olan doğru çiz.



3. PQR kenarları: $\overline{PQ} = 6$ cm, $\overline{QR} = 7$ cm ve $\overline{PR} = 10$ cm olan üçgendir.



a) Üçgenin kesin çizimini yap.

b) Q noktasından $\overline{PR}$'ye dik olan doğruyu çiz.

M ile, elde edilen doğrunun, $\overline{PR}$'yi kestiği noktayı işaretle.

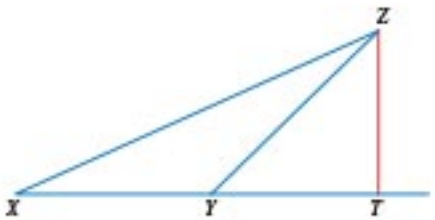
c) $\overline{QM}$ uzunluğunu ölç.

ç) Ölçtüğün uzunluğu PQR üçgeninin alanını ölçmek için kullan.

4. XYZ üçgendir. $\overline{XY} = 5$ cm, $\overline{YZ} = 7$ cm ve $\overline{XZ} = 11$ cm.

a) XYZ üçgeninin kesin çizimini yap.

b) Y noktasından üçgenin kenarını devam ettir.



Z noktasından bu doğruya dikeyini çiz.

T ile dikeyin doğruyu kestiği noktayı işaretle.

c) $\overline{ZT}$ uzunluğunu ölç.

ç) XYZ üçgeninin alanını hesapla.

5. **a)** 10 cm uzunluğunda doğru parçası çiz.

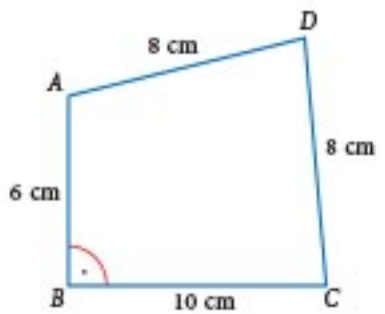
Doğru parçasında tam 6 cm uzaklıkta olan iki nokta işaretle.

b) Dikeyleri oluşturarak, uzunluğu 6 cm ve genişliği 4 cm olan dikdörtgen çiz.

> Dikdörtgenin her iç açısı 90°dir. Birbirinden 6 cm uzaklıkta olan noktaların dik açılarını çizerek başla.

c) Dikdörtgenin köşegeninin uzunluğunu belirle.

6. Aşağıda gösterilen $ABCD$ dörtgeninin kesin çizimini yap.



a) Doğru çiz ve doğru üzerinde, aralarındaki mesafe 10 cm olan B ve C noktalarını işaretle.

b) B noktasından $\overline{BC}$'ye dik olan doğru çiz.

Bu doğru üzerinde, doğrudan yukarıya doğru doğrudan 6 cm uzaklıkta bulunan A noktasını işaretle.

> Dik açı yapmak için, doğruyu B noktasından sola doğru devam ettirmen gerekiyor.

c) Pergelle, merkezi A noktasında ve yarıçapı 8 cm olan yay çiz.

Pergelin aynı yarıçapıyla, merkezi C noktasında olan başka yay çiz.

İki yayın kesişim noktasını D noktası olarak işaretle.

AD ve CD doğrularını çiz.

ç) ADC açısının büyüklüğünü belirle.

8.2 Düzgün Çokgenlerin Çizimi

Bu bölümde, dairenin içinde düzgün **çokgenin** nasıl **çizildiğini** öğreneceğiz.

Çokgenin tüm köşeleri daire üzerinde olmalıdır.

Sıradaki örneklerde düzgün altıgenin, eşkenar üçgenin, karenin ve düzgün sekizgenin yapılışı gösterilmektedir.

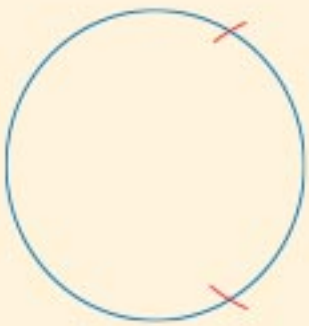
Örnek 1

5 cm yarıçaplı dairenin içinde düzgün altıgen yap.

İlk önce 5 cm yarıçaplı daire çiziyoruz.

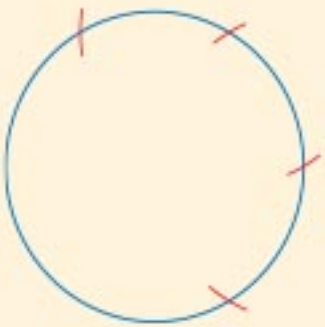
Tüm süreç boyunca, pergelin kolları arasındaki açıyı değiştirmeyeceğiz.

Pergelin ucunu dairenin bir noktasında yerleştiriyoruz.

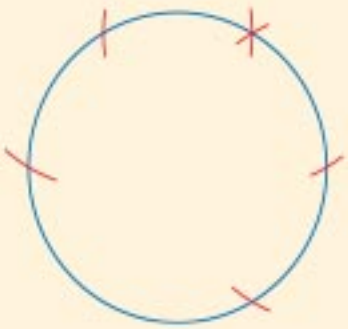


Dairenin o noktasında merkezi olan iki dairesel yay çiziyoruz, öyle ki yaylar daireyi iki farklı noktada kesiyor.

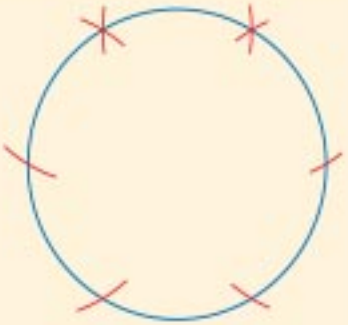
Bir kesişim noktası merkezi olan iki daha yeni dairesel yay çiziyoruz, öyle ki daireyi iki farklı noktada kesiyor.



Yine merkezi yeni noktada olan iki dairesel yay çiziyoruz, öyle ki onlar daireyi iki farklı noktada kesiyor.

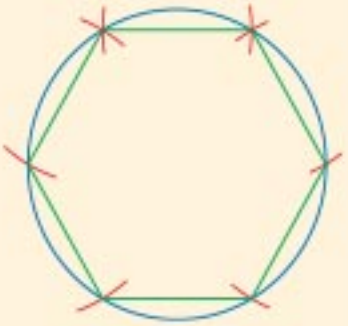


Bu süreci, dairede altı farklı nokta elde edene kadar, tüm yeni noktalar için tekrarlıyoruz.



Sonunda, düzgün altıgen yaptıran, daireden altı noktayı bağlıyoruz.

Altıgenin her bir kenarı, dairenin yarıçapına eşittir.



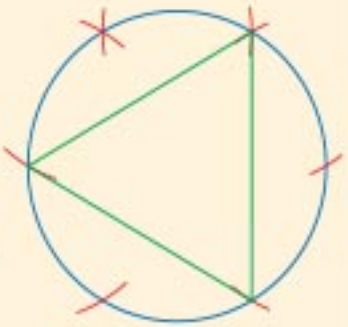
Örnek 2

Verilen dairenin içine eşkenar üçgen çiz.

Altıgen çizmek sürecinden (örnek 1'den), altı nokta işaretleyene kadar aynı adımları tekrarlıyoruz.

Sonunda altı noktadan üç noktayı bağlıyoruz, fakat bu arada eşkenar üçgenin elde edilmesi için hangi üç noktayı bağlayacağımıza dikkat edeceğiz.

Böylece, dairenin içinde çizilmiş eşkenar üçgen elde etmiş oluruz.

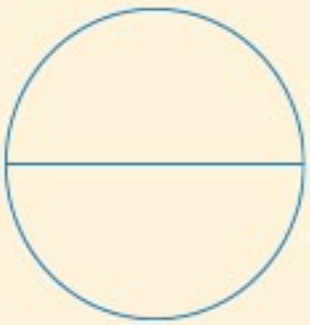


Örnek 3

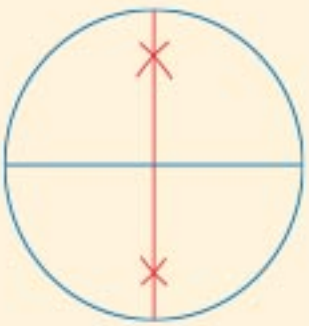
10 cm çaplı dairenin içinde kare yaptır.

İlk önce aranan yarıçapla daire çiziyoruz.

Dairenin çapını çiziyoruz.



Çapın üzerinde ve altındaki yaylar yardımıyla, çapın açıortayını çiziyoruz.



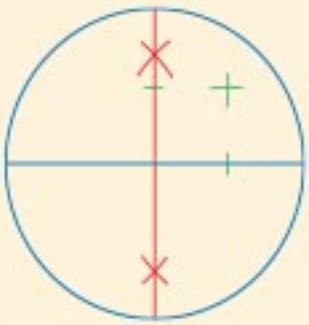
Çapın ve açıortayın daireyi kestiği dört noktayı bağlıyoruz.

Böylece dairenin içinde çizilmiş kare yaptık.



Örnek 4

10 cm çaplı dairenin içinde çizilmiş düzgün sekizgen yaptır.



Karenin yapılması için ilk üç adımı takip ediyoruz (örnek 3'ten).

Dairenin merkezinde kesişen iki karşılıklı dikey doğru parçası elde ediyoruz (çap ve açıortay).

Dik açılardan birinde açıortay çiziyoruz.

Merkezi dairenin merkezinde olup dairesel yaylar çiziyoruz, öyle ki dik açının kenarlarını (kollarını) iki noktada kesiyor. Her iki noktadan birer dairesel yay çekiyoruz, öyle ki iki dairesel yay bir noktada kesişiyor.

İki dairesel yayın kesişim noktasından ve dairenin merkezinden, daireyi kesmesi gereken doğruyu çekiyoruz.



Ardından diğer iki dik açının, daireyi kesmesi gereken açıortayını çiziyoruz.

Verilen resimin aynısını elde ediyoruz.

Dairede elde ettiğimiz sekiz noktayı bağlıyoruz ve düzgün sekizgeni elde etmiş oluyoruz.



Ödevler

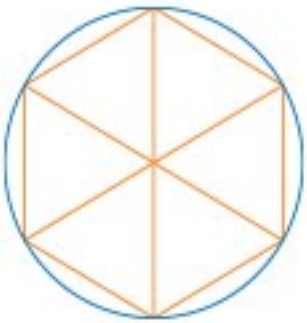
1. 6 cm yarıçaplı daire çiz.
   a) Verilen dairenin içinde çizilmiş kare yap.
   b) Karenin köşegeninin uzunluğunu belirle.
   c) Karenin kenarının uzunluğunu belirle.
2. 6 cm yarıçaplı daire çiz.
   a) Köşeleri verilen daire üzerinde olacak eşkenar üçgen çiz.

b) Üçgen kenarın uzunluğunu belirle.

c) Üçgenin alanını hesapla.

3. 5 cm yarıçaplı dairenin içinde aşağıdaki şekilleri çiz.

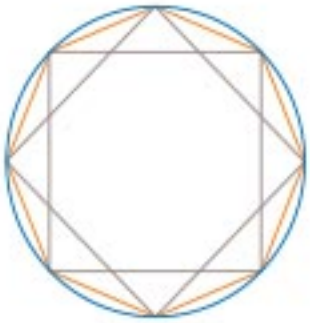
a)



b)



v)



Ödev **4** və **5**'tə en az 5 cm yarıçaplı daireler çiz. O şekilde açıortayları daha kolay çizebileceksin.

4. Dairenin içinde düzgün altıgen yap.
Her kenarında orta dikmeyi çiz.
Bu açıortayları dairenin içinde düzgün onikigenin çizilmesi için kullan.

5. Dairenin içinde düzgün sekizgen yap.
Sekizgeni, dairenin içinde düzgün onaltıgenin çizilmesi için kullan.

8.3 Noktaların Geometrik Yeri

Noktaların geometrik yeri (NGY) verilen özelliği yerine getiren noktalar kümesidir.
NGY çizgi ya da alan olabilir.

Örnek 1

X noktasından 3 cm uzaklıkta olan noktaların geometrik yerini bul.



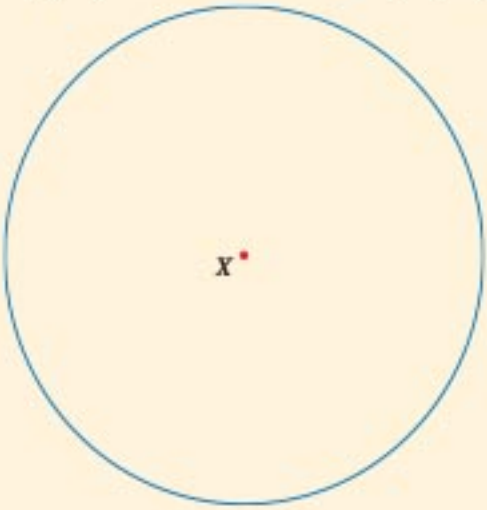
Cetvel yardımıyla X noktasından 3 cm uzaklıkta olan çok sayıda nokta bulabiliriz.

Resimde mavi renkle işaretlenmiş birkaç böyle nokta gösterilmektedir.



Bunların dışında verilen koşulu yerine getiren çok sayıda noktalar var.

Tüm bu noktaların 3 cm yarıçaplı çembere ait oldukları açıkça görünüyor.



Bu çember X noktasında 3 cm uzaklıkta olan noktaların geometrik yeridir.

Örnek 2

$\overline{PQ}$ 7cm uzun bir doğru parçasıdır.

$\overline{PQ}$ doğru parçadan tam 2,5 cm uzaklıkta olan noktaların geometrik yerini çiz.



$\overline{PQ}$ doğru parçanın bir tarafında, ondan 2,5 cm uzakta olan $\overline{PQ}$'ya paralel olan doğru parçası çiziyoruz.



Bu doğru parçanın tüm noktaları $\overline{PQ}$'dan 2,5 cm uzaklıktadır, öyel ki bu doğru parça aranan noktaların geometrik yerinin bir parçasıdır.

$\overline{PQ}$ doğru parçanın diğer tarafında başka bir doğru parçası çizebiliriz.

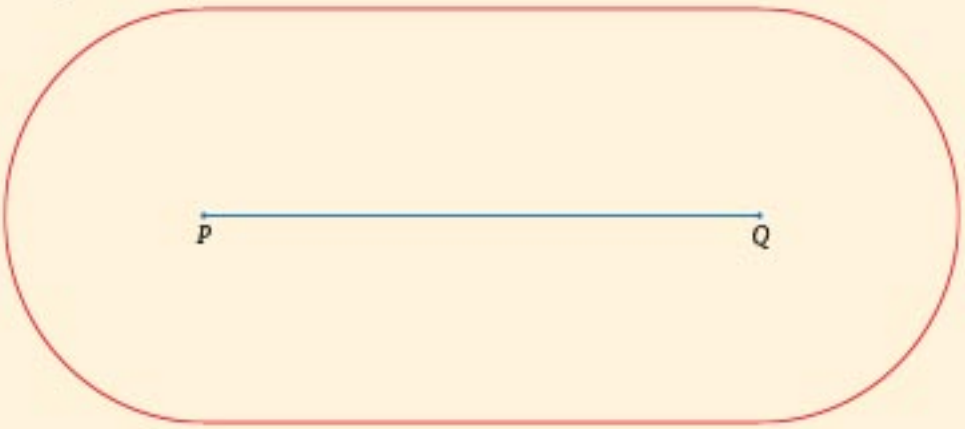


$\overline{PQ}$ doğru parçanın sol ucunda, noktaların geometrik yeri, P noktasından 2,5 cm uzaklıkta olan tüm noktalardan oluşuyor.

Bu noktaların geometrik yeri, merkezi P noktasında ve 2,5 cm yarıçaplı yarım çemberdir.

Benzer şekilde, $\overline{PQ}$ doğru parçasının diğer ucunda, Q noktasında, başka bir yarım çember vardır.

Resimde aranan noktaların geometrik yerin tamamı gösterilmiştir.



Ödevler



1. Bir örümcek saatin kısa kolunun (akrebin) ucunda oturuyor.

Akrep 4,8 santimetre uzundur.

Saat çalışırken örümceğin geçtiği noktaların geometrik yerini çiz.

2. Bir resim, galerinin duvarında asılmıştır.

Resimin bulunduğu duvarın yukarıdan bakış açısı verilmiştir.

ölçek 1 cm, 1 m'ye uygundur



Galeri ziyaretçilerine, resime 2 metreden daha yakın durmaları yasaktır.

Galeride ziyaretçileri resimden daha uzak tutmak için küçük çit koymaya karar verilmiş.

Resimden 2 metre uzaklıkta bulunan tüm noktaların geometrik yerini göstermek için çizim çiz.

3. Defterinde A noktası belirt.

A noktasından 3,5 cm uzaklıkta olan noktaların geometrik yerini çiz.

4. Defterinde 4,5 cm uzun bir doğru parçası çiz.

Doğru parçadan tam 3 cm uzaklıkta olan noktaların geometrik yerini çiz.

5. Birbirinden 6 santimatre uzaklıkta bulunan iki nokta çiz. Noktaları A ve B harfleriyle işaretle.

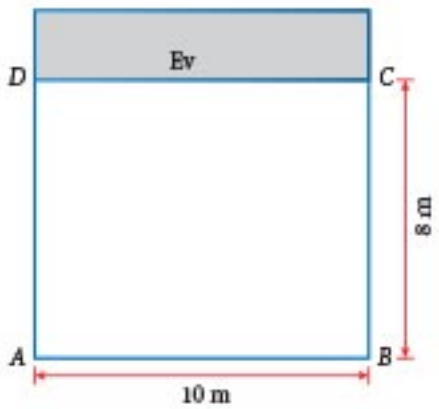
Bir noktada aynı uzaklıkta olan NGY çemberdir.

a) A noktasından 4 cm uzaklıkta olan noktaların geometrik yerini çiz.

b) B noktasından 4 cm uzaklıkta olan noktaların geometrik yerini çiz.

c) Kaç nokta her iki noktadan, A'dan ve B'den 4 cm uzaklıktadır.
Bu noktaları çizimde işaretle.

6. Dikdörtgen şeklinde $ABCD$ bahçenin planı verilmiştir.
Bahçenin boyutları 10 metre ve 8 metredir.
Bahçenin sahibi bahçede ağaç ekmek istiyor.
Ağacın evden tam 5 metre uzaklıkta olmasını istiyor.
Aynı zamanda, ağaç A köşesinden 4 metre uzaklıkta olması gerekiyor.



a) Bahçenin planını çiz. 1 cm 1 m'ye uygun ölçeği kullan.

b) Çizimde evden 5 metre uzaklıkta olan noktaların geometrik yerini çiz.

c) Çizimde A köşesinden 4 metre uzaklıkta olan noktaların geometrik yerini çiz.

ç) X harfiyle ağacın pozisyonunu işaretle.

X, iki noktanın geometrik yerlerin kesiştiği yerde bulunacak.

d) $\overline{BX}$ mesafesini ölç.

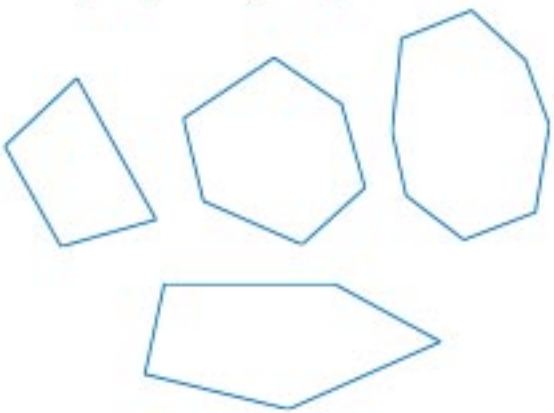
7. 5 cm kenarlı kare çiz.
Karenin dışında, karenin en yakın kenarından tam 3 cm uzak olan noktaların geometrik yerini çiz.

Her köşeden 3 cm uzaklıkta bulunan birçok nokta vardır. Bu noktalar eğri çizgi oluşturuyor.

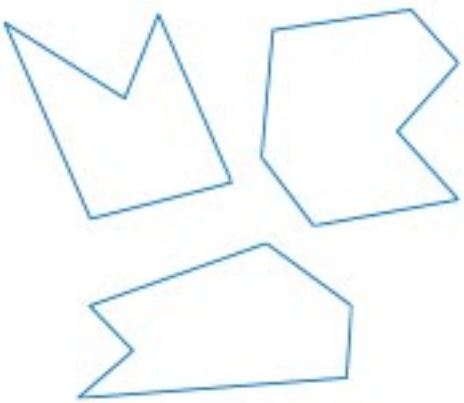
8.4 Çokgenin Açıları

İç açılar

Çokgen düz kenarlarla 2B- formudur.
Çokgenler **dışbükeyli** ve **içbükeyli** olabilir.



dışbükeyli çokgenler



içbükeyli çokgenler

Konveks olmayan çokgenlerin genellikle bir köşesi, çokgenin içinde bulunur.

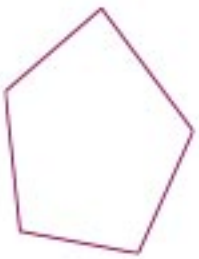
Devamda birkaç çokgen örneği verilmiştir.



üçgen
3 kenar



dörtgen
4 kenar



beşgen
5 kenar



altıgen
6 kenar



yedigen
7 kenar



sekizgen
8 kenar



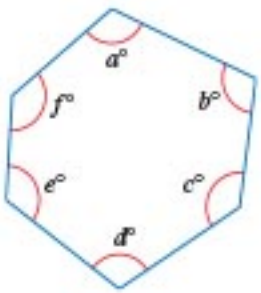
dokuzgen
9 kenar



ongen
10 kenar

Çokgenin iç açıları 2B- formun içindeki köşelerdeki açılardır.

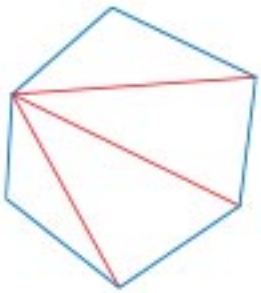
Bu altıgenin iç açıları şunlardır: $a°$, $b°$, $c°$, $d°$, $e°$ ve $f°$.



Köşegenleri çizerek altıgeni dört üçgene ayırabiliriz.

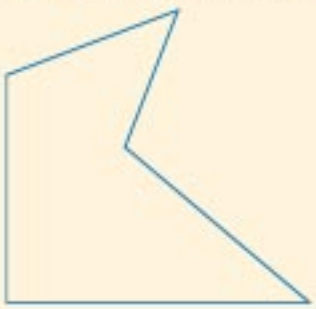
Her üçgenin iç açılarının toplamı 180°dir.

Altıgenin iç açılarının toplamı $4 \cdot 180° = 720°$

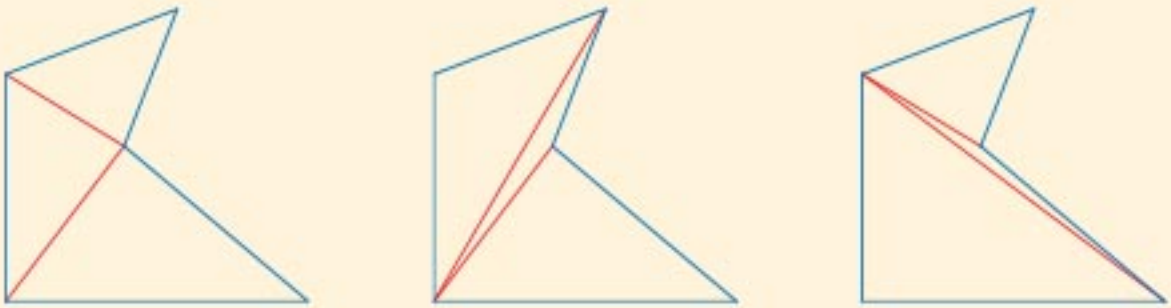


Örnek 1

Köşegenleri çizerek verilen beşgenin iç açılarının toplamını hesapla.



Köşegenleri çizmek ve beşgeni üçgenlere ayırmak için birkaç yol vardır.



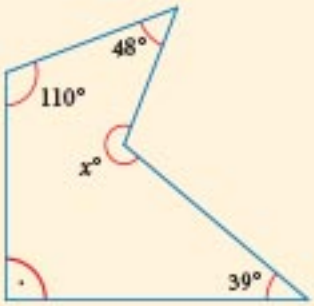
Köşegenleri hangi şekilde çizeceğimize fark etmeden, beşgen her zaman üç üçgene ayrılır.

Demek ki, $3 \cdot 180° = 540°$

Beşgenin iç açılarının toplam 540°dir.

Örnek 2

Önceki örnekten sonucu kullanarak, verilen beşgenin bilinmeyen açısını hesapla.



Verilen dört açının toplamı $48° + 110° + 90° + 39° = 287°$

Beşgenin iç açıların toplamı 540°dir.

Bilinmeyen açı $540° - 287° = 253°$

Açının 180°den daha büyük ve 270°den daha küçük olup olmadığını kontrol ediyoruz. Elde edilen çözüm 253° doğrudur.

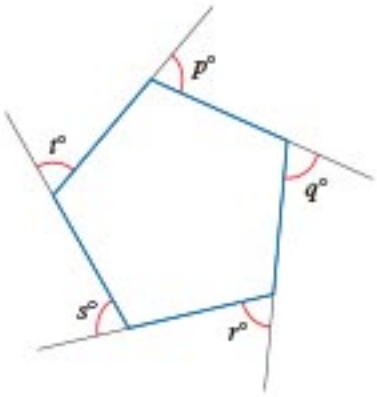
Dış açılar

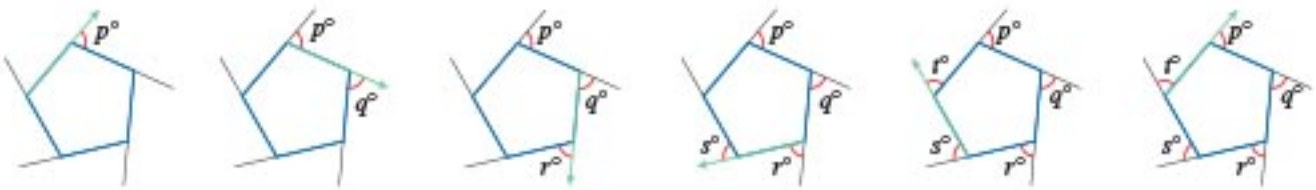
Dışbükey çokgenin **dış açıları** her köşeden kenarların devam edilmesiyle oluşuyor.

Beşgenin dış açıları sağdaki resimde gösterilmektedir.

Her köşede iç ve dış açı bir doğru üzerindedir.

Her köşede: **iç açı + dış açı = 180°**





Beşgenin bir kenarının uzunluğunda bir ok düşünelim.

Bu ok saatin yönünde $p°$ açı için dönüyor ve beşgenin komşu kenarıyla örtüşüyor.

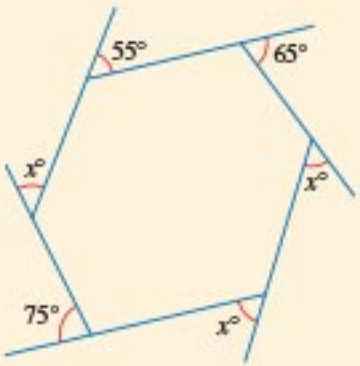
Devamında, $q°$, açısı için, $r°$, açısı için, $s°$ açısı için ve en sonunda $t°$ açısı için dönüyor.

Dönme devamlı saat ibrelerin hareket ettiği yönündedir. En sonunda, ibre yeniden başladığı yere dönüyor. Demek ki ok 360° için dönmüştür.

Dışbükey çokgenin dış açılarının toplamı 360° olduğunu gösterdik.

Örnek 3

Resimde $x°$ ile işaretlenmiş açıların büyüklüğünü hesapla.



Dış açıların toplamı 360°dir.

$$55 + 65 + x° + x° + 75 + x° = 360$$
$$195 + 3x° = 360$$
$$3x° = 165$$
$$x° = 55°$$

Ödevler

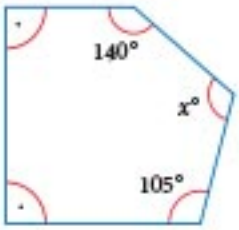
1. **a)** Sekizgen çiz.
   b) Sekizgeni üçgenlere ayırmak için köşegenleri çiz.
   c) Böyle kaç üçgen vardır?
   ç) Sekizgenin iç açılarının toplamını hesapla.
2. Verilen tabloyu defterine geçir.

Kenar sayısı	Çokgenin adı	Üçgen sayısı	İç açıların toplamı
3	üçgen	1	180°
4			
5			
6	altıgen	4	720°
7			
8			
9			
10			
12	onikigen		

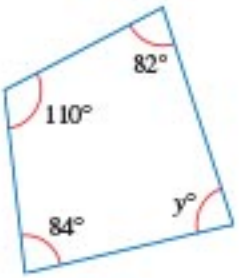
a) Çokgenlerin adlarını yaz. Bazı adlar artık yazılmıştır.
b) Her çokgen için çizim çiz ve çokgenleri üçgenlere ayır. Tabloda üçgenlerin sayısını yaz.
c) İç açıların toplamını hesapla ve son sütunu doldur.

3. Çokgenlerin bilinmeyen açılarını bulman için önceki ödevden çözümleri kullan.

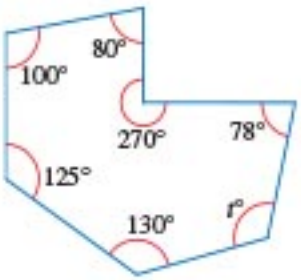
a)



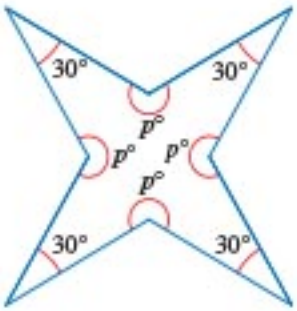
b)



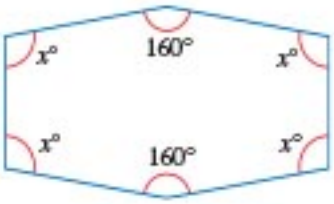
c)



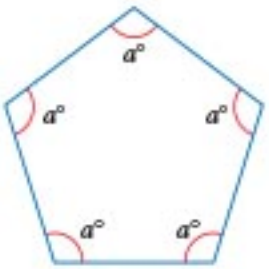
ç)



d)

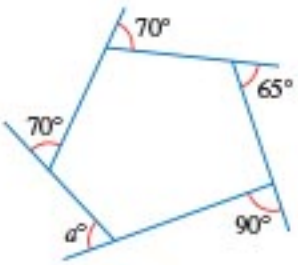


e)

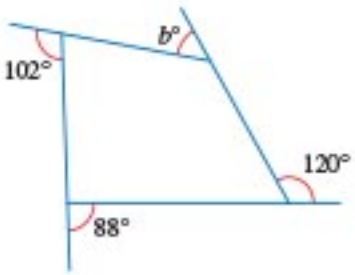


4. Çokgenlerde bilinmeyen açıları hesapla.

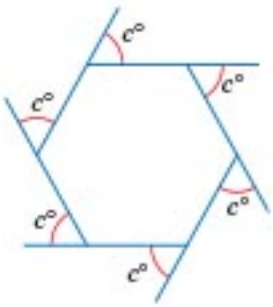
a)



b)



c)



5. İçbükey çokgenler hakkında dört ifade verilmiştir.

İfadelerde hangileri doğru, hangileri doğru olmadığını belirle.

Cevaplarını açıklaman için resimleri çiz.

a) İçbükey çokgenlerin 180°den daha büyük en azından bir iç açıları var.

b) İçbükey çokgenler üçgenlere ayrılamaz.

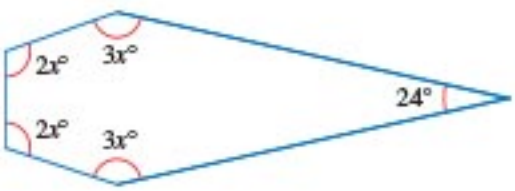
c) İçbükey üçgen çizilmesi mümkün değildir.

ç) İçbükey dörtgenin çizilmesi mümkün değildir.

Verilen çokgenlerin yapılıp yapılamayacağını kontrol etmen için birkaç eskiz (taslak) yapmalısın.

6. Resimde dışbükey beşgen verilmiştir.

x'in değerini hesapla.



Beşgende verilen açıları ve açıların toplamını kullanarak denklem oluştur.

Düzgün çokgenler

Düzgün çokgenin tüm kenarları birbirine eşittir.

Düzgün çokgenin tüm açıları birbirine eşittir.

İç açıların toplamı

Çokgenin n kenarı varsa, o zaman $n-2$ üçgene ayrılabilir.

İç açıların toplamı $(n-2)\cdot 180°$ ya da $180°(n-2)$'dir.

Buradan şu genel formülü elde ediyoruz:

n kenarlı çokgenin iç açılarının toplamı $180(n-2)°$'dir

Dış açıların toplamı

Çokgenin n kenarı vardır.

Her köşede iç açı + dış açı = $180°$

n köşesi vardır, buna göre tüm açıların toplamı iç açılar + dış açılar = $180°\cdot n$ ya da $180°n$ 'dir.

Fakat, iç açıların toplamı $180°(n-2)$'dir.

Buna göre, dış açıların toplamı $= 180°n - 180°(n-2)$

$= 180°n - 180°n + 360°$

$= 360°$

Çokgende dış açıların toplamı $360°$ olduğunu gösterdik.

Örnek 4

20 kenarlı çokgenin iç açıların toplamını hesapla.

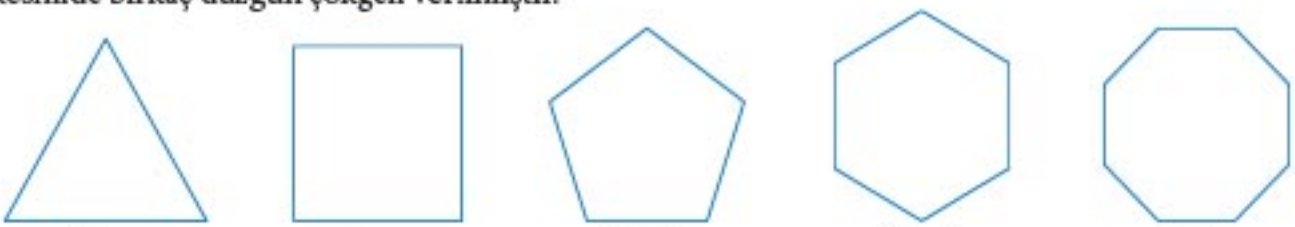
$180°(n-2)$ formülünde $n = 20$ değiştiriyoruz.

$180\cdot(20-2) = 180\cdot 18$

$= 3240$

İç açıların toplamı $3240°$'dir.

Resimde birkaç düzgün çokgen verilmiştir.



eşkenar üçgen | kare | düzgün beşgen | düzgün altıgen | düzgün sekizgen

Dış açı

Düzgün çokgende dış açıların toplamı 360°'dir.

Tüm dış açılar birbirine eşittir.

Her dış açı = 360°: çokgenin kenar sayısı.

$$n \text{ kenarlı düzgün çokgenin dış açısı} = \frac{360^\circ}{n}$$

İç açı

Düzgün çokgenin iç açılarını bulmak için iki yöntem vardır.

1 İç açıların toplamı formülü yardımıyla.

n kenarlı çokgende iç açıların toplamı $180^\circ(n-2)$'dir.

Tüm iç açılar eşittir.

$$n \text{ kenarlı düzgün çokgenin iç açısı} = \frac{180^\circ (n-2)}{n}$$

2 Dış açıların yardımıyla.

Her dış açı $= \frac{360^\circ}{n}$

Her köşede dış ve iç açının toplamı 180°'dir.

$$n \text{ kenarlı düzgün çokgenin iç açısı} = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$$

Örnek 5

Düzgün bir çokgenin 15 kenarı vardır.

a) İç açıyı hesapla.

b) Dış açıyı hesapla.

c) Onların toplamı 180° olup olmadığını kontrol et.

a) $\frac{180 \cdot (n-2)}{n}$'de, $n = 15$ değiştiriyoruz

$$= \frac{180 \cdot (15-2)}{15}$$
$$= \frac{180 \cdot 13}{15}$$
$$= \frac{2340}{15}$$
$$= 156$$

Her iç açı 156°'dir.

b) $\frac{360^\circ}{n}$'de $n = 15$ değiştiriyoruz

$$= \frac{360}{15}$$
$$= 24$$

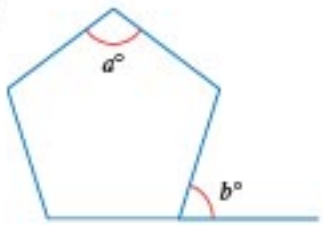
Her dış açı 24°'dir.

c) Kontrol: $156^\circ + 24^\circ = 180^\circ$ ✓

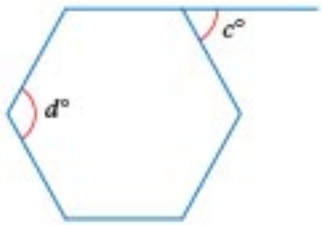
Ödevler

1. Resimlerde düzgün çokgenler verilmiştir. Harflerle işaretlenmiş açıları hesapla.

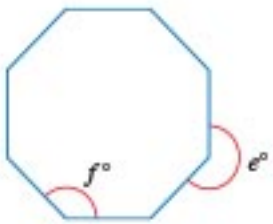
a)



b)



c)



2. Şunları hesapla: Aşağıdaki kenar sayılı düzgün çokgenleri

i iç açısını ve **ii** dış açısını:

a) 9 kenar

b) 12 kenar

c) 20 kenar

ç) 7 kenar.

3. Aşağıdaki düzgün çokgenlerle ilgili tabloyu defterine geçir ve tamamla. Bazı açılar yazılmıştır.

Kenar sayısı	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20
Dış açı	120°									24°	
İç açı										156°	

4. Aşağıdaki soruları cevaplaman için Ödev 3'teki tabloyu kullan:

a) Çokgende kenarların sayısı artınca, dış açıyla ne oluyor?

b) Çokgende kenarların sayısı artınca, iç açıyla ne oluyor?

c) **b)** şıkkındaki cevabını kontrol etmen için, 100 kenarlı düzgün çokgenin iç açısını hesapla.

5. Verilen resimlerde düzgün çokgenin köşesi gösterilmektedir.

Her birinin kaç kenarı olduğunu hesapla.

a)



b)



İlk önce dış açıyı hesapla.

6. Düzgün çokgenin x iç açısının hesaplanması için iki formül vardır.

Onlardan biri şudur: $x^\circ = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$.

Parantezlerden kurtul ve elde edilen denklemi sadeleştir.

Bu denklemin $x^\circ = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ denklemiyle eşdeğerli olduğunu göster.

Parantezlerden kurtulduktan sonra ifadeyi iki kesirle yaz.

Açılar ve doğrular

İki doğru kesiştiği zaman, dört açı oluşuyor.

Bu açılar, ikişer ikişer birbirine eşittir.

Bu açıları **ters açılar** olarak adlandırıyoruz.

Resimlerde iki çift çapraz açı gösterilmektedir.



Ters açılar birbirine eşittir.

Bir doğru, iki paralel doğruyu kestiği zaman, iki kesişimi ya da kesişim noktası vardır.

İki paralel doğruyu kesen doğruya kesen denir.

Yöndeş açılar kesen doğrusunun aynı tarafında bulunuyor, biri iç açıdır, diğeri dış açıdır.

Resimlerde bazı uyumlu açılar çizileri gösterilmektedir.



Yöndeş açılar birbirine eşittir.

İç ters ve dış ters açılar kesenin farklı taraflarında bulunuyorlar ve her ikisi iç ya da her ikisi dış açılardır.

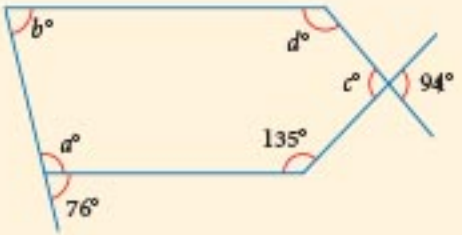
Resimlerde birkaç çift iç ters açı gösterilmektedir.



İç ters açılar birbirine eşittir.

Ödevleri çözerken, bazı açıların neden eşit olduklarını her zaman belirtmeliyiz.

Örnek 6



Resimde harflerle işaretlenmiş açıların büyüklüğünü hesapla.

Yatay kenarlar paraleldir.

Çözümlerini açıkla.

$a° = 180° - 76°$

$= 104°$ Doğru oluşturan açıların toplamı 180°'dir.

$b° = 76°$ Yöndeş açılar.

$c° = 94°$ Ters açılar.

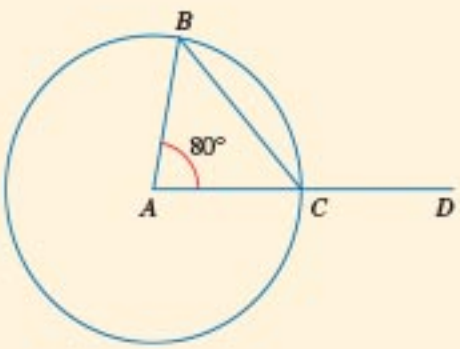
Unutmayalım, iki doğru kesiştiğinde iki çift ters açı meydana gelir. Ters açılar birbirine eşittir.

$d° = 540° - (104° + 76° + 135° + 94°)$

$= 540° - 409°$

$= 131$ Beşgende iç açıların toplamı 540°'dir.

Örnek 7



A noktası çemberin merkezidir.

B ve C noktaları daireye aittir.

ACD doğrudur.

Açı $\sphericalangle BAC = 80°$

a) $\sphericalangle ABC$ açısını hesapla.

b) $\sphericalangle BCD$ açısını hesapla.

Çözümlerini açıkla.

a) $\overline{AB} = \overline{AC}$ Her iki doğru parça çemberin yarıçaplarıdır.

ABC üçgeni, eşkenar üçgendir.

Açı $\sphericalangle ABC = (180° - 80°) : 2$ İkizkenar üçgenin iç açılarının toplamı 180°'dir.

$= 50°$

b) $\sphericalangle$ Açı $ACB = 50°$

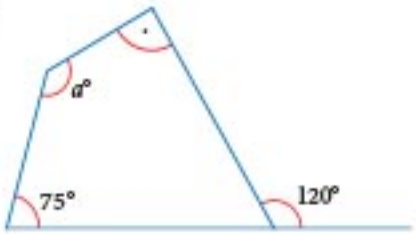
$\sphericalangle$ Açı $BCD = 180° - 50°$ Doğru oluşturan açıların toplamı 180°'dir.

$= 130°$

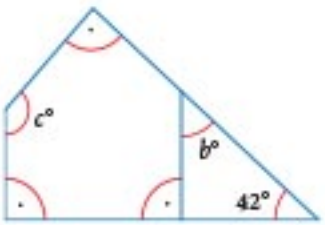
Ödevler

1. Resimde harflerle işaretlenmiş olan açıları hesapla.

a)

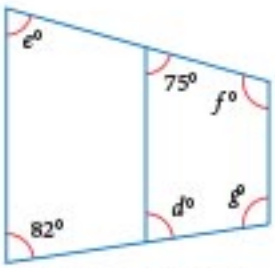


b)



Dikey kenarlar paraleldir.

c)



Dikey kenarlar paraleldir.

2. ABC üçgendir.

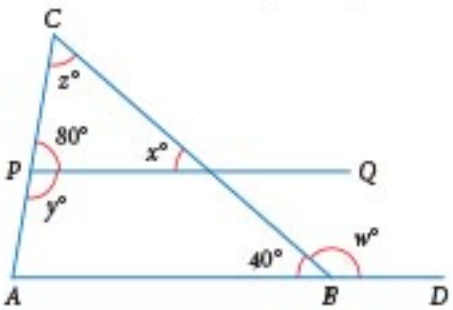
PQ doğrusu AB doğrusuna paraleldir.

Açı $\sphericalangle ABC = 40°$

Açı $\sphericalangle CPQ = 80°$

$w°, x°, y°$ ve $z°$ açılarını hesapla.

Çözümlerini açıkla.



3. $ABCDE$ beşgendir.

AM simetri eksenidir.

Açı $\sphericalangle ABC = 85°$

Açı $\sphericalangle CDE = 130°$

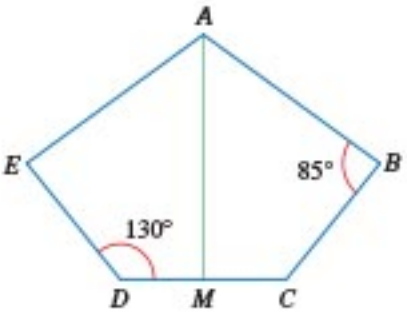
Şunları hesapla:

a) $\sphericalangle AED$ *açısını*

b) $\sphericalangle BCD$ *açısını*

c) $\sphericalangle BAE$ *açısını*

ç) $\sphericalangle AMC$ *açısını.*



4. $ABCDEF$ düzgün altıgendir.

a) ABC açısını hesapla.

A'dan C'ye kadar köşegen çizilmiştir.

b) ABC üçgeni hangi türdendir?

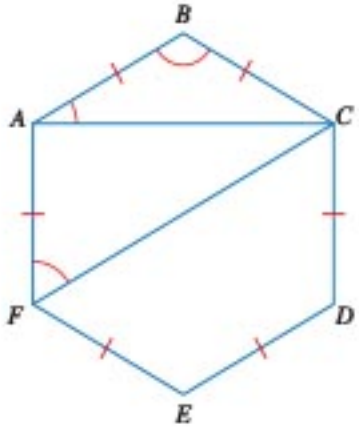
c) $\sphericalangle BAC$ açısını hesapla.

ç) $\sphericalangle CAF$ açısını hesapla.

Diğer köşegen C'den F'ye kadar çizilmiştir.

d) $\sphericalangle AFC$ açısını hesapla.

e) $\sphericalangle ACF$ üçgeni hangi türdendir?

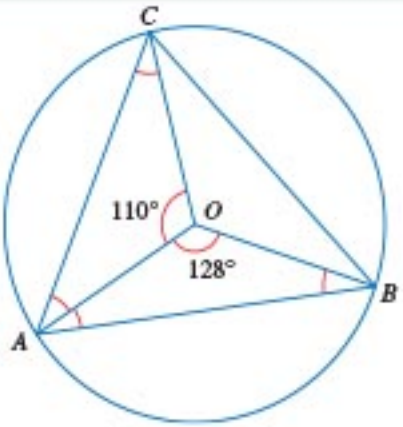


5. Resimde, merkezi O noktasında olan çember gösterilmektedir.

ABC üçgendir ve A, B ve C köşeleri çember üzerindedir.

$\measuredangle AOB = 128°$

$\measuredangle AOC = 110°$



a) BOC açısını hesapla. Elde ettiğin çözümü açıkla.

b) OCA açısını hesapla. Elde ettiğin çözümü açıkla.

c) OCB açısını hesapla. Elde ettiğin çözümü açıkla.

ç) ACB açısını hesapla.

d) AOB açısının ACB açısından iki kat daha büyük olduğunu göster.

O çemberin merkezidir, buna göre $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$. Eşkenar üçgenlerin özelliklerini kullan.

Bu ödev genel bir kural örneğidir:
Köşesi çembere ait olan açı, köşesi merkezde olan açıdan iki kat daha küçüktür.

8.5 Düzgün Mozaikler

Tasarımda matematik



Resimde, Mağrib kralları tarafından orijinal olarak tasarlanmış İspanya'nın Seville şehrinde bulunan Alcazar kral sarayında, duvarın bir kısmı gösterilmektedir. Bu eski kraliyet sarayı şimdi UNESCO Dünya Mirası'nın bir parçasıdır.

Bu sarayda, İslam inşaatçıların ve mimarların, mozaikler oluşturmak için matematiksel biçimleri nasıl kullandıklarına dair güzel örnekler içeriyor.

Makedonya'da, Manastır yakınlığındaki Heraklea arkeolojik alanında çok güzel mozaiklerden korunmuş kalıntılar bulunuyor.

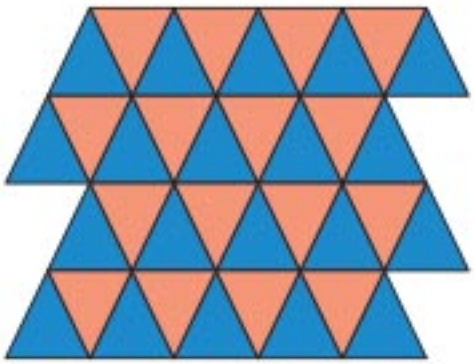




Mozaik Döşeme veya tesselasyon, düz bir yüzeyi bir ya da birden fazla 2B- formu birleştirerek, örtüşmeden ve aralarında boşluk bırakmadan kaplama sürecidir.

Mozaik döşeme düzgün çokgenlerden de yapabiliriz.

Resimde eşkenar üçgenlerden yapılmış mozaik döşeme gösterilmektedir.



Eşkenar üçgen **düzgün çokgendir**.

Eğer tüm kenarları birbirine eşitse ve tüm açıları birbirine eşitse, bir çokgen düzgündür olduğu sayılır.

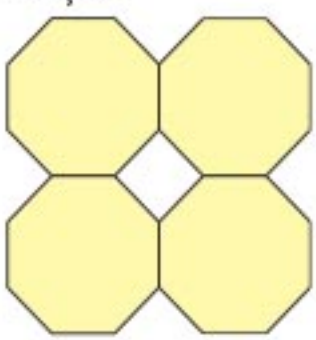
Bir düzgün çokgen türünün birleşerek elde edilen mozaik döşemesine **düzgün mozaik döşeme** deriz.

Eşkenar üçgende her iç açı 60°dir.

Mozaiğin her koşesinde altı açıya „rastlanıyor".

Mozaik olduğunu biliyoruz çünkü $6 \cdot 60° = 360°$ ya da iç açı 360°'nin bölenidir.

Resimde birkaç düzgün altıgen gösterilmiştir.



Dört düzgün sekizgen dizersek aralarında kare şeklinde boşluğun meydana geldiğini fark edebiliriz.

Buna göre sadece düzgün sekizgenlerden mozaik yapamıyoruz.

İç açıları kontrol edelim.

Her iç açı 135°'dir.

$135° \cdot 2 = 270°$ ve $135° \cdot 3 = 405°$, buna göre 135°, 360°nin böleni değildir.

Sonuç olarak, ortak köşeli 135°'lik açıların bir noktada, boşluk meydana gelmeden yerleşmesi mümkün olmadığını söyleyebiliriz.

Örnek

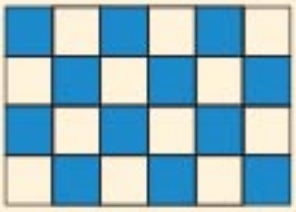
a) Düzgün dörtgenlerden mozaik oluştur.

b) Düzgün dörtgenin iç açılarının büyüklüğünü belirle ve **a)** şıkkında aranan mozaiğin neden mümkün olduğunu açıkla.

a) Düzgün dörtgenin dört eşit kenarı ve dört eşit açısı vardır.

Bu bir karedir.

Sağ taraftaki resimde karelerden mozaiğin oluşması gösterilmektedir.



b) Karenin iç açısı 90°'dir.

90°, 360°'nin bölenidir, çünkü $4 \cdot 90° = 360°$.

Mozaiğin her iç köşesinde „rastlanan" 90° büyüklüğünde dört açı vardır.

Ödevler

1. **a)** Düzgün altıgenin iç açısını hesapla.

b) 120°, 360°'nin böleni olduğunu göster.

c) Düzgün altıgenler kullanarak düzgün mozaik çiz.

Hatırlaman gerekirse, konu 3'e bak.

2. Geçen derslerde, birkaç düzgün çokgenin iç açılarının nasıl hesaplandığını öğrendik.

Tabloda birkaç düzgün çokgenin iç açıları verilmiştir.

Kenar sayısı	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20
İç açı	60°	90°	108°	120°	126.6°	135°	140°	144°	150°	156°	162°

3, 4 ve 6 kenarlı düzgün çokgenlerin iç açıları 360° bölenleri olduğunu göstermiştik.

a) Tablodaki iç açılardan, 360°'nin başka böleni olup olmadığını kontrol et.

b) Sadece üç düzgün mozaiğin olduğunu göster.

360'nın böleni, 360 ile kalansız bölünen sayıdır.

3. 2B- formu, dört kareden oluşan L harfi biçiminde bir formdur.

Bu 2B- formdan iki farklı mozaik çiziniz.



Mozaikleri daha kolay çizmen için kutulu defter kullan.

4. 2 düzgün sekizgenden ve 1 kareden mozaik döşeme yapabileceğimizi biliyoruz.

İki veya fazla farklı çokgenin kullanıldığı mozaik döşemeye **yarım düzgün mozaik döşeme** deriz.

a) İki sekizgenin ve bir karenin iç açılarını topla.

Toplamın 360° olduğunu göster.

b) İki altıgenin ve iki eşkenar üçgenin iç açılarını topla.

Toplamın 360° olduğunu göster.

c) Her iç köşede, iki altıgenle ve iki üçgenle yarım düzgün mozaik çiz.

ç) İç açıların toplamı 360° olduğu başka bir kombinasyon bulup bulamayacağını kontrol et.

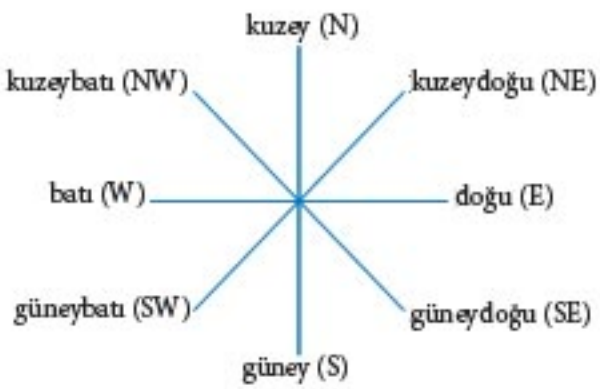
Başka bir yarım düzgün mozaik bul.

Toplam olarak 8 böyle kombinasyon vardır, fakat bazıların çizilmesi zordur.

8.6 Haritalar ve Azimut

Azimut

Tarihsel olarak, yolcular genellikle **pusula** kullanarak yön buluyormuş.





Resimde pusulanın genel sekiz yönü gösterilmiştir.

Onları birleştirerek, pusulayla kullanılan çok sayıda yön elde edilir.

Çağdaş yolculuklarda bu yön bulma şekli yeterince kesin değildir.

Yönler günümüzde azimut aracılığıyla tanımlanıyor.

Azimut (Konum açısı), saat ibrelerinin hareketi yönünde, gözlenen noktanın yönü ile kuzey yön arasında meydana gelen açıdır.

Azimutlar genelde üç rakamla yazılıyor. 45°'lik azimut, 045° olarak yazılıyor.

Sıradaki örnek, azimutun iletki ile nasıl ölçüldüğünü gösteriyor.

Örnek 1

A, B ve C haritada üç nokta olsun.

a) A'dan B'ye kadar azimutu ölç. **b)** A'dan C'ye kadar azimutu ölç.







a) A'dan B'ye kadar doğru çiziyoruz.

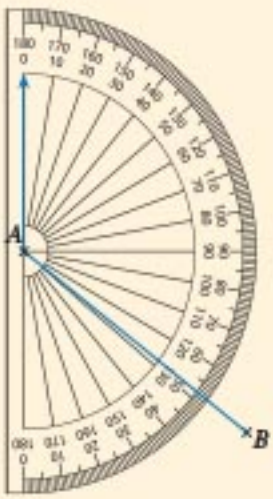
Açıölçeri, 0° işaretiyle A'dan kuzeye doğru yerleştiriyoruz.

Açıölçerin merkezi A noktasında yerleşmiş olması gerekiyor.

İç basamak, kuzey doğrusunda sıfırla başlayan basamaktır.

B'ye kadar açıyı ölçüyoruz.

Azimut 128°dir.



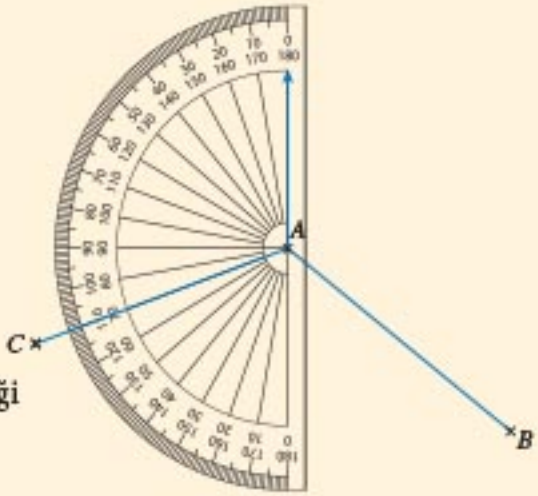


b) A'dan C'ye kadar doğru çiziyoruz.

a) şıkkındaki gibi yerleşmiş açıölçeri kullanamayız.

C'nin azimutunu bulmamız için, açıölçeri kuzey doğrunun diğer tarafında yerleştiriyoruz.

Azimutun bulunması için iki şekil vardır.



Birinci şekil: Güneyden okuyoruz (0°de başlangıcı güney doğrusunda olarak), saat ibrelerin hareket ettiği yönde AC doğrusuna kadar.

70°lik açı elde ediyoruz.

Kuzey doğrudan güney doğrusuna kadar açı 180°dir.

A'dan C'ye kadar azimut $180° + 70° = 250°$'dir.

İkinci şekil: Kuzeyden başlayarak (0°da başlangıcı kuzey doğrusunda olarak), C noktasına kadar saat ibrelerin hareket ettiği yönüne ters olarak hareket ediyoruz.

110°lik açı elde ediyoruz.

A'dan C'ye kadar azimut $360° - 110° = 250°$'dir.

Harita ölçekleri

Haritalarda nesneler ve yüzeyler genelde ölçekle tanımlanıyor.

Haritada 1 : 200000 ölçeği, haritada 1 santimetre yeryüzünde 200000 santimetre tanımladığı anlamına geliyor.

1 cm : 200000 cm

1 cm : 2000 m — 100 ile bölüyoruz çünkü 1 metrede 100 santimetre vardır.

1 cm : 2 km — 1000 ile bölüyoruz çünkü 1 km'de 1000 m vardır.

1 : 200000 ölçeği, 1cm ile 2 km'yi tanımladığı ölçekle aynısıdır.

Örnek 2

Haritanın ölçeği 1 : 250000'dir.

Haritada yol 6 cm uzundur.

Gerçek yolun uzunluğu ne kadardır?

1 cm : 250000 cm

1 cm : 2500 m

1 cm : 2,5 km

Haritada her santimetre 2,5 km tanımlıyor.

Haritada 6 cm mesafe, $6 \cdot 2{,}5 = 15$ km tanımlıyor.

Örnek 3

Verilen haritada şehir, liman ve deniz feneri olan bir ada gösterilmektedir.



Haritanın ölçeği 1 : 500000'dir.

Şunları hesapla:

a) Şehir ve liman arasındaki uzaklığı.

b) Deniz fenerinden limana kadar azimutu.

a) Haritanın ölçeği 1 : 500000'dir.

1 cm : 500000 cm

1 cm : 5000 m

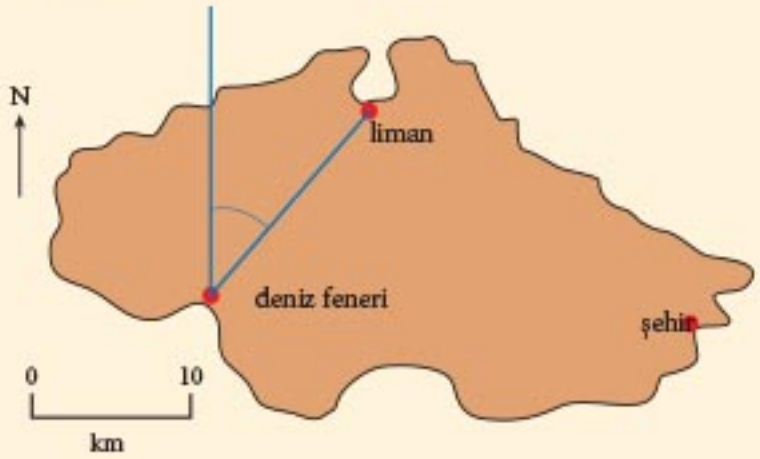
1 cm : 5 km

Haritada her santimetre 5 km tanımlıyor.

Haritada şehir ve liman arasındaki mesafe 4,8 cm'dir.

Gerçek uzaklık $4{,}8 \cdot 5 = 24$ km'dir.

b) Deniz fenerinde, kuzeye yönde bir doğru çizilir ve ondan sonra deniz feneri ve limanı birleştiren doğru çizilir.



İki doğru arasında işaretlenmiş açıyı ölçüyoruz.

Azimut 042° dir.

Ödevler

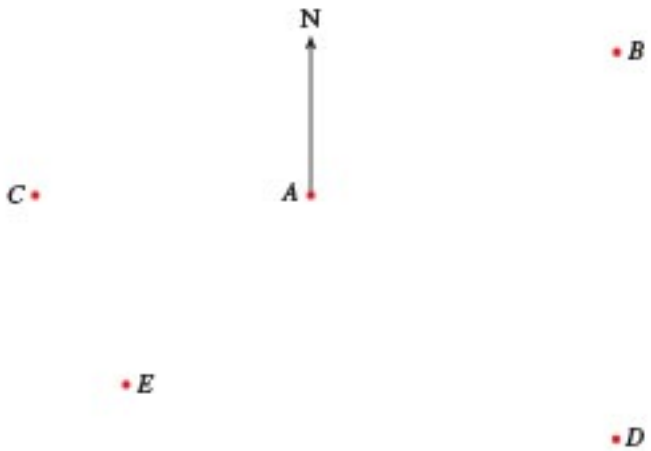
1. Harita ölçekleri verilmiştir. Her ölçekte 1 cm hangi mesafeyi tanımladığını hesapla.

a) 1 : 500000 **b)** 1 : 2000 **c)** 1 : 50000 **ç)** 1 : 40000000 **d)** 1 : 25000000

2. Aşağıdaki harita ölçeklerini yaz:

a) 1 cm, 1 km tanımlıyor **b)** 1 cm, 50 km tanımlıyor **c)** 1 cm, 250 m tanımlıyor

3. Resimde *A*, *B*, *C*, *D* ve E ile işaretlenmiş beş yer gösterilmektedir.



Şu azimutları hesapla:

a) *A*'dan *B*'ye kadar **b)** *A*'dan *C*'ye kadar **c)** *D*'den *A*'ya kadar **ç)** *C*'dan *E*'ye kadar

4. Aşağıdaki soruları cevaplaman için ödev 3'teki haritayı kullan:

a) *D*'nin kuzeyinde hangi nokta bulunuyor?

b) *A*'nın güneybatısında hangi nokta bulunuyor?

c) *C*'den *A*'ya kadar yön hangi yöndür?

5. Haritada dört şehir gösterilmektedir.

Haritanın ölçeği 1: 200000.



a) Haritada 1 cm ile kaç kilometre tanımlandığını hesapla.

b) Ohri ve İştip arasında uzaklığı kilometre ile belirle.

c) İştip'ten Ohri'ye kadar azimutu hesapla.

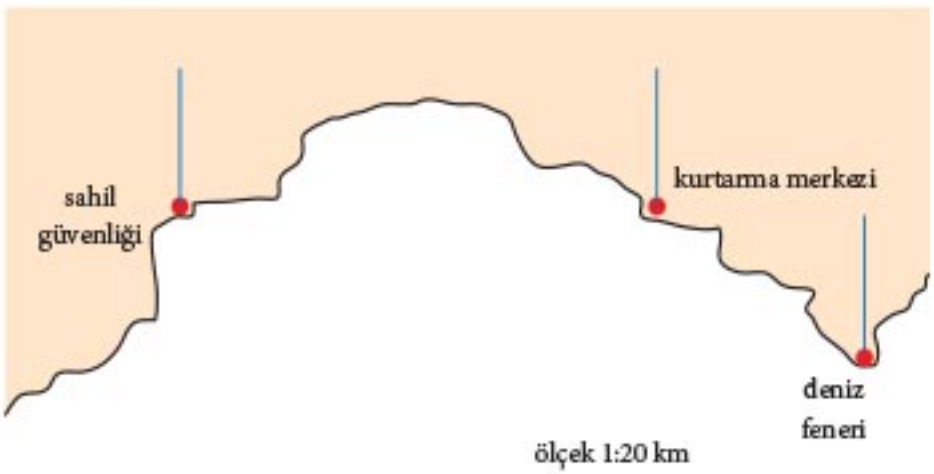
Helikopter pilotu Debre'den Ustrumca'ya kadar uçuş yapması gerekiyor.

ç) Ustrumca'dan Debre'ye kadar azimutu hesapla.

d) Debre'den Ustrumca'ya kadar uzaklığı belirle.

6. Verilen harita sahilin bir bölümünü tanımlıyor.

Haritayı defterinde çiz.



ölçek 1:20 km

Tehlike altına giren bir gemi, deniz feneri ve sahil koruma tarafından alınan tehlike sinyali göndermiş.

a) Gemi, sahil korumadan 135°'lik azimutta bulunuyor.

Sahil korumadan 135°'lik azimutu göstermen için haritada doğru çiz.

b) Gemi, deniz fenerinden 260°'lik azimutta bulunuyor.

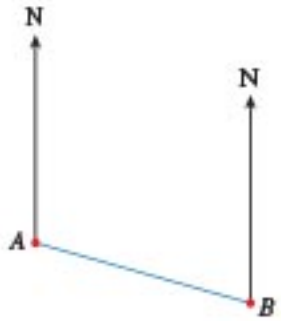
Deniz fenerinden 260°'lik azimutu göstermen için haritada doğru çiz.

c) Doğruların kesiştiği yer, geminin pozisyonunu (konumunu) gösteriyor.

Gemiden kurtarma merkezine kadar mesafeyi belirle.

ç) Kurtarma merkezinden gemiye kadar ne kadar azimut vardır?

7. Resimde, kuzey doğrularıyla birlikte iki nokta, A ve B noktaları gösterilmektedir.



a) B'den A'ya kadar azimutu hesapla.

b) B'deki açıyı ölçmeden, A'dan B'ye kadar azimutu hesapla.

Bu azimut, ters azimut olarak biliniyor.

İki kuzey doğrusu paraleldir. Azimutu hesaplaman için, paralel doğrular hakkında bildiklerini kullan.

Azimut ve ters azimut birbirinden her zaman 180° için farklıdır.

Bir azimut 180°'den daha küçükse, o zaman ters azimutu bulman için 180° ekle.

c) Verilen azimutların ters azimutlarını hesapla:

i 065° **ii** 154° **iii** 217° **iv** 300° **v** 270°

8.7 Pisagor Teoremi

Pisagor, yaklaşık 2500 sene önce yaşamış Yunan matematikçidir.

O, dik açılı üçgenleri inceliyormuş.

Onun döneminden önce de, kenarları 3 : 4 : 5 oranına olan üçgenin dik açılı üçgen olduğu biliniyormuş.

Babilliler, Çinliler ve Mısırlılar, inşa ettikleri yapıların açıları dik açılı olduğundan emin olmaları için 3, 4 ve 5 ölçü birimi kenarlı üçgenler kullanıyormuş.



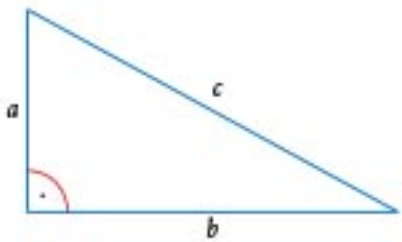
Pisagor'un ismini taşıyan **teorem**, matematikte en çok bilinen teoremlerden birisidir.

Bu teorem dik açılı üçgenler için geçerlidir.

Dik açılı üçgenin a, b ve c kenarlarını işaretliyoruz.

c kenarı **hipotenüstür** ve üçgenin en uzun kenarıdır.

Hipotenüs dik açının karşısında bulunan kenardır.



Pisagor teoremi şöyle ifade ediliyor:

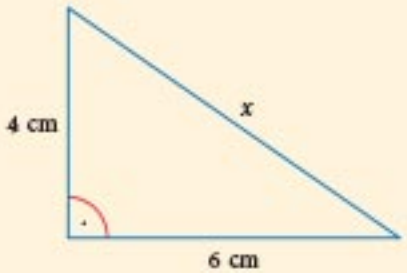
$$a^2 + b^2 = c^2$$

ya da sözlerle: „Hipotenüsün karesi, kalan iki kenarın karelerinin toplamına eşittir."

Bu formül sadece, her üç kenar aynı ölçü biriminde verilmiş olduğu halde uygulanabilir.

Örnek 1

x kenarının uzunluğunu hesapla.



İlk önce hangi kenarın hipotenüs olduğunu tespit ediyoruz.

x kenarı hipotenüstür. İki daha kısa kenar 4 cm ve 6 cm uzundur.

Pisagor teoremini uyguluyoruz:

$a^2 + b^2 = x^2$	Üçgen için Pisagor teoremini yazıyoruz.
$4^2 + 6^2 = x^2$	a ve b'yi 4 ve 6 değerleriyle değiştiriyoruz.
$16 + 36 = x^2$	4^2 ve 6^2 hesaplıyoruz.
$52 = x^2$	
$x = \sqrt{52}$	Karekök karenin ters işlemidir.
$x = 7{,}21$ cm (2 o.b.'na)	Çözümü doğruluk derecesiyle yazıyoruz.

Örnek 2

h kenarının uzunluğunu hesapla.

Çözümü 1 ondalık basamağına yuvarlıyacağız.



Hipotenüs 11 cm'dir, diğer iki kenar ise 6 cm ve h'dir.

Pisagor teoremini uyguluyoruz:

$a^2 + b^2 = c^2$ — Üçgen için Pisagor teoremini yazıyoruz.

$6^2 + h^2 = 11^2$ — a ve c'yi 6 ve 11 değerleriyle değiştiriyoruz.

$h^2 = 11^2 - 6^2$ — İki taraftan 6^2 çıkarıyoruz.

$h^2 = 121 - 36$ — 11^2 ve 6^2 hesaplıyoruz.

$h^2 = 85$

$h = \sqrt{85}$

$h = 9{,}2$ (1 o.b.'a) — 1 ondalık basamağına yuvarlıyoruz.

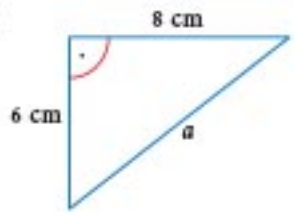
En sonunda elde edilen çözüme bakıyoruz ve kontrol ediyoruz. Bu örnekte, 9,2 11'den daha küçüktür ve bu çözüm iyi çözümdür.

Ödevler

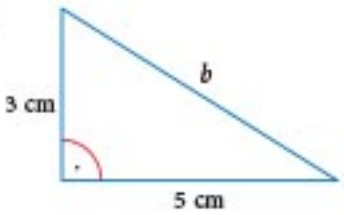
Gerekli durumlarda, ödevlerde başka türlü belirtilmiş olmadıysa, çözümü 3 anlamlı rakama yuvarla.

1. Harflerle işaretlenmiş kenarların uzunluğunu hesapla.

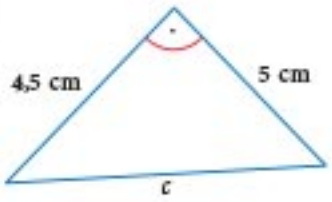
a)



b)

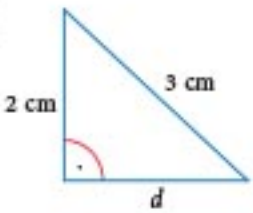


c)

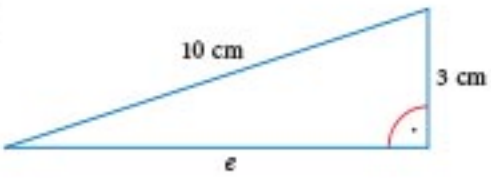


2. Harflerle işaretlenmiş kenarların uzunluğunu hesapla.

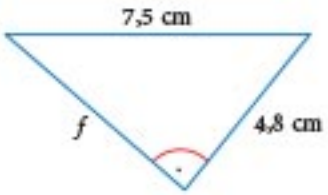
a)



b)



c)

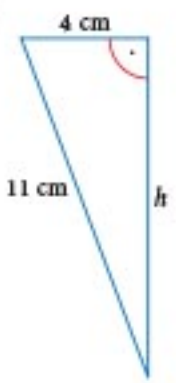


3. Harflerle işaretlenmiş kenarların uzunluğunu hesapla.

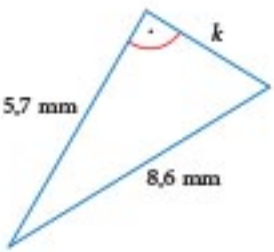
a)



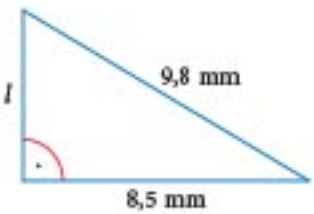
b)



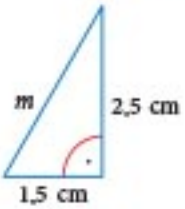
c)



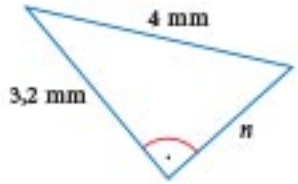
ç)



d)



e)

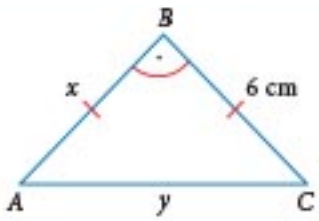


4. ABC ikizkenar dik açılı üçgendir.

$\overline{BC} = 6$ cm

a) x ile işaretlenmiş kenarın uzunluğunu hesapla.

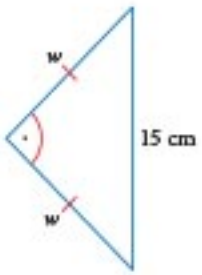
b) y ile işaretlenmiş kenarın uzunluğunu hesapla.



5. Resimde dik açılı ikizkenar üçgeni gösterilmektedir.

w ile işaretlenmiş kenarın uzunluğunu hesapla.

İlk önce w'nin değişken olarak meydana geldiği denklem yaz.



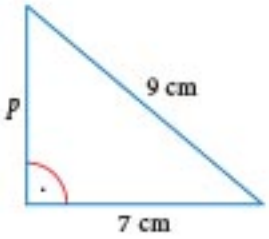
6. Luka, Pisagor teoremiyle, verilen üçgende p ile işaretlenmiş kenarın uzunluğunu bulmayı deniyormuş.

$7^2 + 9^2 = p^2$

$49 + 81 = p^2$

$130 = p^2$

$p = \sqrt{130} = 11{,}4$ cm (1 o.b.'na)



a) Neden çözümün yanlış olduğunu hemen söyleyebilirsin.

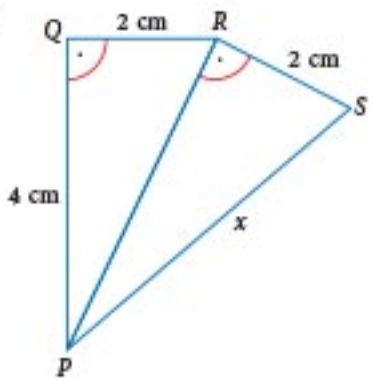
b) Doğru çözümü hesapla.

Kenarların uzunluklarını gözetle. Bu çözüm iyi çözüm müdür?

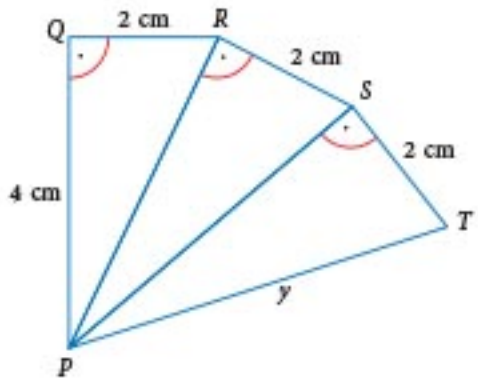
7. Spiraller dik açılı üçgenler dizisinin devam edilmesiyle oluşabilir.

Resimlerde x ve y ile işaretlenmiş kenarların uzunluklarını hesapla.

a)



b)



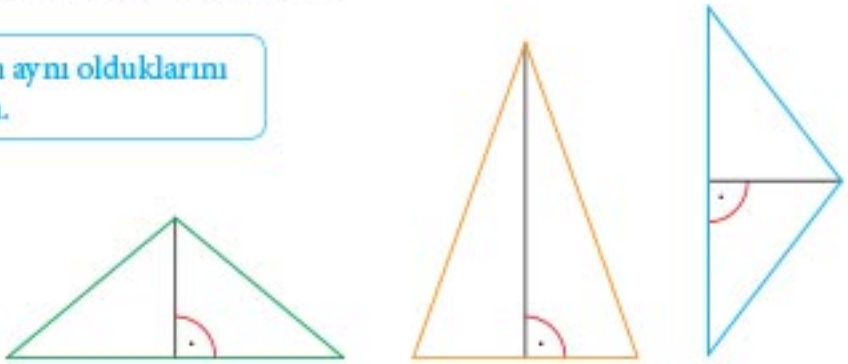
İlk önce soldan birinci üçgenin üçüncü kenarını hesaplamalısın.

8.8 Pisagor Teoremin Uygulanması

İkizkenar üçgenler

İkizkenar üçgen, iki eş dik üçgene ayrılabilir.

Eş üçgenlerin aynı olduklarını unutmayalım.



Böylece Pisagor teoremini ikizkenar üçgenlerde uygulayabiliriz.

Örnek 1

ABC ikizkenar üçgendir ve $\overline{AB} = \overline{AC}$.

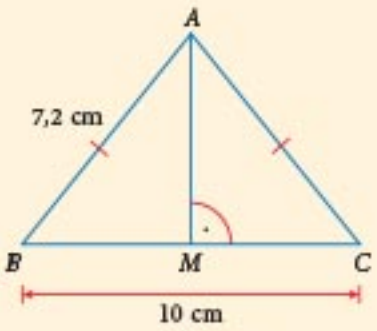
AM doğrusu BC'ye dik olan doğrudur.

$\overline{AB} = 7{,}2$ cm ve $\overline{BC} = 10$ cm.

a) AM'in uzunluğunu hesapla.

b) ABC üçgeninin alanını hesapla.

Çözümü üç anlamlı rakama yuvarla.



a) Dik açılı üçgenlerden birinin eskizini çizelim.

Örneğin, ABM üçgeninin.

$\overline{BM} = 5$ cm çünkü onun uzunluğu BC tabanının uzunluğunun yarısıdır.

Üçgenin hipotenüsü 7,2 cm'dir.

$\overline{AM} = x$ olsun



Pisagor teoremini uyguluyoruz:

$5^2 + x^2 = 7{,}2^2$

$x^2 = 7{,}2^2 - 5^2$

$x^2 = 26{,}84$

$x = \sqrt{26{,}84} = 5{,}18$ cm (3 a.r.'a)

$AM = 5{,}18$ cm (3 a.r.'a)

b) Üçgenin alanı $= \frac{1}{2} \cdot$ taban $\cdot$ yükseklik

ABC üçgenin alanı $ABC = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5{,}1807\ldots$

$= 25{,}9$ cm^2 (3 a.r.'a)

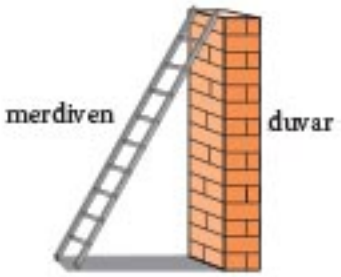
b) şıkkında, a) şıkkındaki 3 anlamlı rakama yuvarlanmış çözümün değerini kullanma. Hesaplamlarda doğruluğun azalmaması için en az 4 anlamlı rakam kullan.

Hesap makinende Ans düğmesi varsa, o zaman $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot$ Ans çarpabilirsin.

Pisagor teoremin pratik kullanımı

Pisagor teoremin uygulanmasıyla çözülebilen çok sayıda ödev vardır.

Örneğin, yatay zeminde ve dikey duvara yaslanmış merdivenler, duvarla ve yatay zeminle beraber dik açılı üçgen oluşturuyor.



Ödevler çözdüğümüz zaman, verilen elemanların nasıl yerleşmiş olduğunu ve dik açılı üçgenin nasıl oluşmuş olduğunu görmek için uygun çizim çizmeliyiz.

Çözümü belirli doğruluk derecesiyle göstermeliyiz.

Örnek 2

Merdiven yatay zeminde yerleşmiştir ve üst kısmıyla dikey duvara yaslanmıştır.

Merdiven 5 metre uzundur.

Merdivenin tabanı duvardan 2,2 metre uzaktır.

Duvara yaslanmış merdivenin üst kısmı hangi yüksekliğe ulaşıyor.

Gereken elemanların nasıl yerleşmiş olduğunu görmemiz için ilk önce çizim çiziyoruz.

Çizimde dik açılı üçgen gösterilmektedir.

Hipotenüs 5 metre uzundur.



Pisagor teoremiyle:

$2{,}2^2 + h^2 = 5^2$

$h^2 = 5^2 - 2{,}2^2$ İki taraftan $2{,}2^2$ çıkarıyoruz.

$h^2 = 20{,}16$

$h = \sqrt{20{,}16} = 4{,}49$ m (2 o.b.'a) 2 ondalık basamağına yuvarlıyoruz.

Merdiven 4,49 metre yüksekliğe ulaşıyor.

Örnek 3

Bir helikopter hava alanından hareket etmiş ve kuzeye doğru 120 km yol yapmış.

Ondan sonra 45 kilometre doğuya uçuyormuş.

Helikopter havaalanından ne kadar uzaktır?

Elemanların nasıl yerleşmiş olduğunu görmemiz için ilk önce çizim çiziyoruz.

Üçgenin üçüncü kenarını x ile işaret ediyoruz.

Çizimde, hipotenüsü x olan dik açılı üçgen gösterilmektedir.



Pisagor teoremini uyguluyoruz:

$45^2 + 120^2 = x^2$

$16425 = x^2$

$x = \sqrt{16425} = 128{,}2$ km (1 o.b.'a) 1 o.b.'a yuvarla.

Helikopter havaalanından 128,2 kilometre uzaklıktadır.

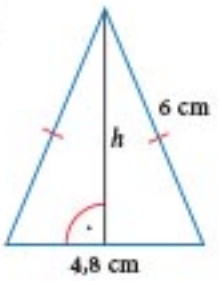
Ödevler

Ödev **1**'den ödev **3**'e kadar çözümü gerektiğinde 3 anlamlı rakama yuvarla.

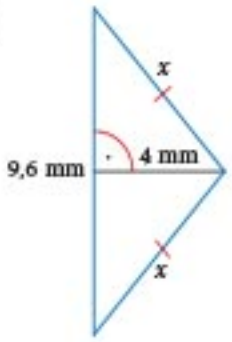
Ödev **4**'ten ödev **10**'a kadar, ödevde aranmıyorsa, doğruluk derecesini belirt.

1. Aşağıdaki ikizkenar üçgenlerde, harflerle işaretlenmiş doğru parçaların uzunluklarını hesapla.

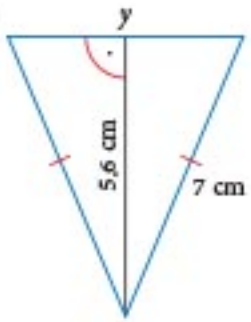
a)



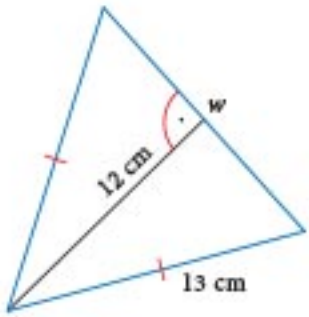
b)



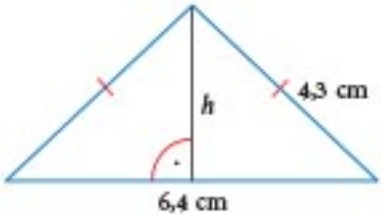
c)



ç)



2. Resimde ikizkenar üçgen verilmiştir.

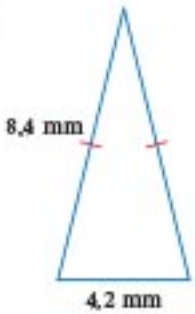


a) h yüksekliğini hesapla.

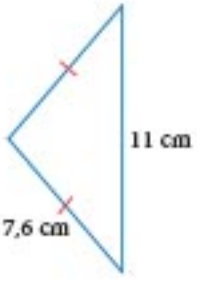
b) Üçgenin alanını hesapla.

3. Verilen ikizkenar üçgenlerden her birinin alanını hesapla.

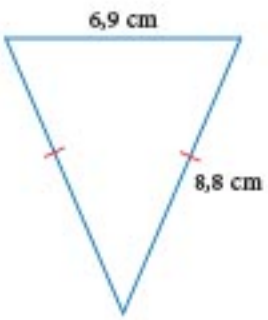
a)



b)



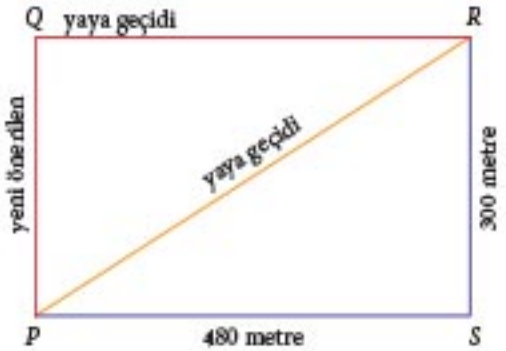
c)



4. Gemi 60 kilometre güneye doğru ve ondan sonra 48 kilometre batıya doğru hareket ediyor.
Geminin başlangıç noktasından ne kadar uzaktır?

5. Merdiven, yatay zeminde yerleşmiştir ve üst kısmıyla dikey duvara yaslanmıştır.
Merdiven 6 metre uzundur.
Duvara yaslanmış olan merdivenin üst kısmı, dikey duvarda 5,35 metre yükekliğe ulaşıyor.
Merdivenin tabanı duvardan ne kadar uzaktır?
Çözümü en yakın santimetreye yuvarla.

6. Bir tarlanın planı verilmiştir.



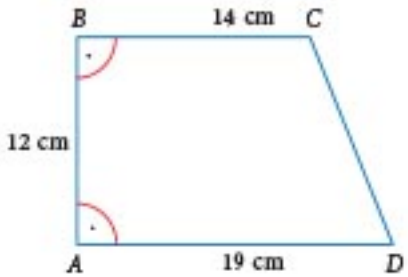
Tarla üzerinde, P'den R'ye kadar çapraz olarak geçen yaya geçidi vardır.

a) Çapraz yaya geçidin uzunluğunu hesapla.

Tarla sahibi, tarlada yaya geçidini, tarlanın kenarından Q üzerinden P'den R'ye doğru taşımak istiyor.

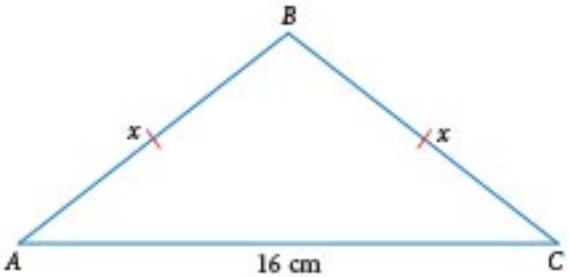
b) Planlanan yeni geçit, çapraz geçide göre ne kadar daha uzun olacaktır.

7. Resimde $ABCD$ yamuğu gösterilmektedir. $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ ile paraleldir.
$\sphericalangle DAB = \sphericalangle ABC = 90°$.
CD'nin uzunluğunu hesapla.



Dik üçgen elde edilecek şekilde, C'den $\overline{AD}$'ye bir dik doğru parçası çiziniz.

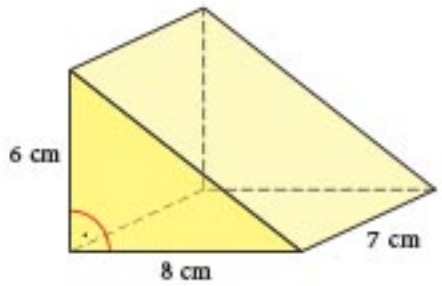
8. Resimde ikizkenar üçgen gösterilmektedir.
Üçgenin alanı 72 cm² dir.



x ile işaretlenmiş kenarın uzunluğunu hesapla.

İlk önce yüksekliği hesapla.

9. Prizmanın alanını hesapla.



Üçgenin alanını alan $=\frac{1}{2}\cdot$ taban $\cdot$ yükseklik formülüyle hesapla.

10. Resimde dik açılı üçgen ve üçgenin her kenarında birer yarım daire gösterilmektedir.

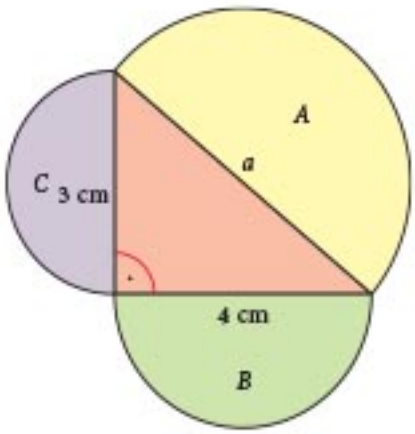
a) a hipotenüsün uzunluğunu hesapla.

b) C yarım dairenin alanını hesapla.
Çözümü üç ondalık basamağına yuvarla.

c) B yarım dairenin alanını hesapla.
Çözümü üç ondalık basamağına yuvarla.

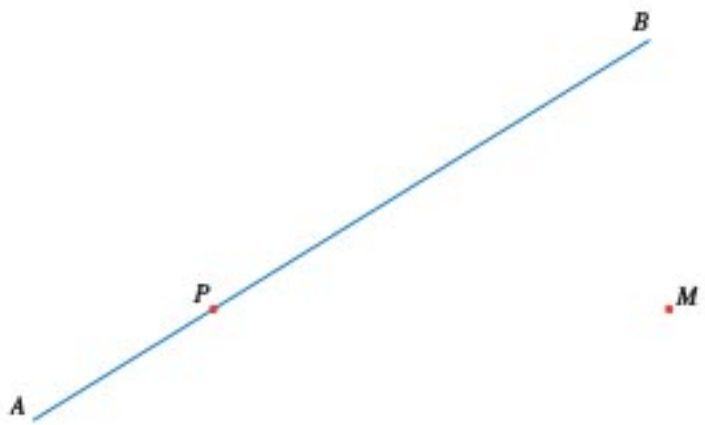
ç) A yarım dairenin alanını hesapla.
Çözümü üç ondalık basamağına yuvarla.

d) İki daha küçük yarım dairenin alanlarını topla.
Ne fark ettin?



Tekrarlama ödevleri

1. Resmi defterine geçir.



a) P noktasından geçen AB'ye bir dikme çiziniz.

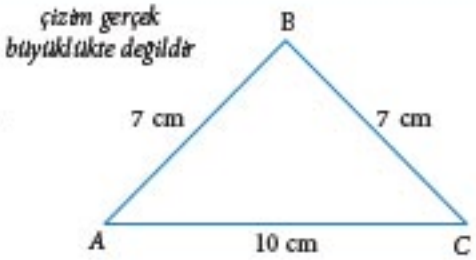
b) M noktasından geçen ve AB ile 900 açı yapan doğruyu çiziniz.

2. **a)** Resimde gösterilmiş olduğu şekilde ABC üçgeni çiz.

b) B noktasından, $\overline{AC}$'yi dik açıda kesen doğru çiz.

c) Üçgenin yüksekliğini ölç.

ç) Üçgenin alanını hesapla.



3. Resimde ABC üçgen şeklinde bahçe gösterilmektedir.

Bahçe, 1 cm : 2 m ölçeğinde çizilmiştir.

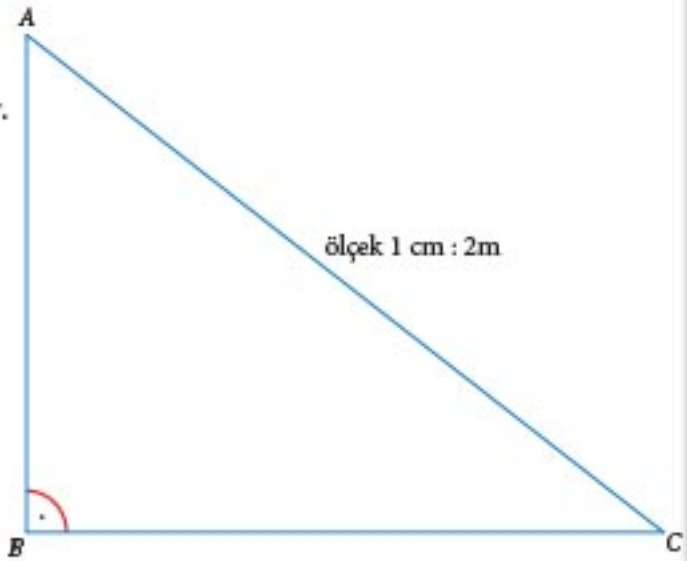
a) Resmi defterine geçir/çiz.

A noktasından 8 metre ve $\overline{BC}$'den 6 metre uzaklıkta ağacın dikilmesi gerekiyor.

b) A noktasından 8 metre uzaklıkta noktaların geometrik yerini çiz.

c) $\overline{BC}$ duvarından 6 metre uzaklıkta noktaların geometrik yerini çiz.

ç) Ağacın pozisyonunu T harfiyle işaretle.



4. **a)** Beşgen çiz.

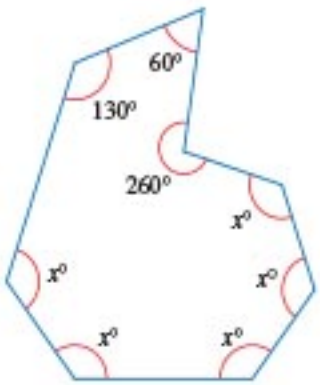
b) Beşgeni üçgenlere ayırman için köşegenler çiz.

c) Altıgenin iç açılarının toplamını hesapla.

5. **a)** Şekildeki 2B- formun şeklinin matematiksel adını yaz.

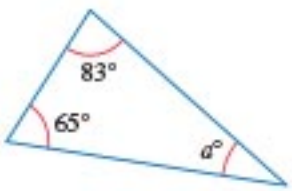
b) Resimdeki 2B- formun şeklin iç açıların toplamını hesapla.

c) **b)** şıkkındaki sonucu kullanarak $x°$ açının büyüklüğünü hesapla.

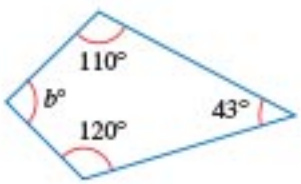


6. Resimdeki verilere göre, harflerle işaretlenmiş açıların büyüklüğünü hesapla.

a)



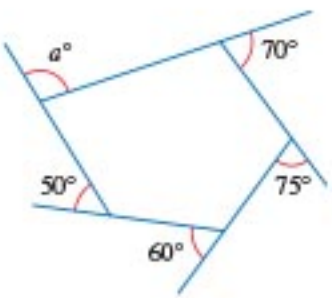
b)



7. **a)** Aşağıdaki ifadeyi yaz ve tamamla:

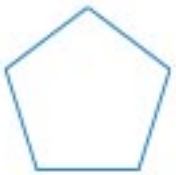
Çokgende dış açıların toplamı _____.

b) Resimdeki verilere göre $a°$ açısının büyüklüğünü hesapla.



8. Dört çokgen verilmiştir.

A) 

B) 

C) 

Ç) 

Aşağıdaki ifadeleri yaz ve ifadelerin doğru olması için çokgenden harflerle tamamla:

a) _____ ve _____ beşgendir.

b) _____ ve _____ dışbükey çokgendir.

c) _____ ve _____ düzgün çokgendir.

ç) _____ ve _____ altıgendir.

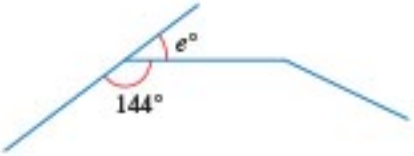
9. Düzgün dörtgenin matematiksel adını yaz.

10. Kenarların sayısı aşağıda verilmiş çokgenlerin dış açılarının büyüklüğünü hesapla:

a) 6 kenar **b)** 9 kenar **c)** 12 kenar **ç)** 24 kenar.

11. Önceki ödevden çokgenlerin dış açıların büyüklüğünü hesapla.

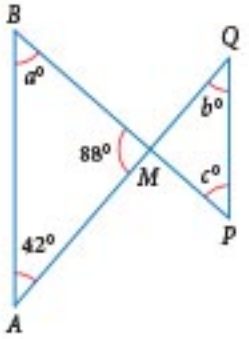
12. Resimde düzgün çokgenin bir bölümü gösterilmiştir.



a) $e°$ açının büyüklüğünü hesapla.

b) Çokgenin tamamı kaç kenarı var?

13. Resimde $\overline{AB}$, $\overline{PQ}$ ile paraleldir.



Şunların büyüklüğünü hesapla:

a) $\sphericalangle ABM$ açısı

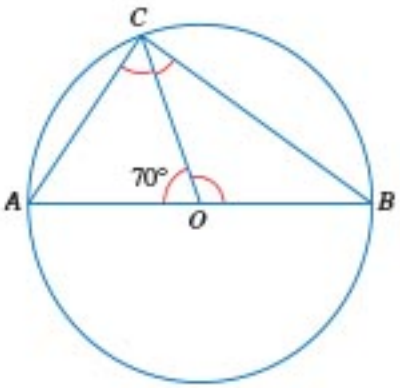
b) $\sphericalangle PQM$ açısı

c) $\sphericalangle MPQ$ açısı.

14. A, B ve C çember üzerinde noktalardır.

O çemberin merkezidir.

$\sphericalangle AOC = 70°$



a) AOC üçgeni hangi türdendir?

b) $\sphericalangle ACO$ açının büyüklüğünü hesapla.

c) $\sphericalangle COB$ açının büyüklüğünü belirle.

ç) $\sphericalangle BCO$ açının büyüklüğünü belirle.

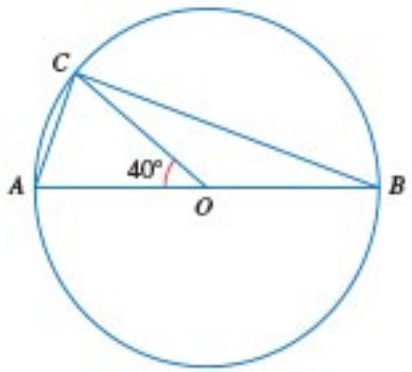
d) $\sphericalangle ACB$ açının büyüklüğünü belirle.

15. Resimde önceki ödevde verilen çemberin aynısı gösterilmektedir.

Bu durumda açı $\sphericalangle AOC = 40°$

Bu resimi kullanarak, önceki ödevden **a)**'dan **d)**'ye kadar sorulanları yeniden cevapla.

Bu durumda $\sphericalangle ACB$ açısı için neyi fark edebiliyorsun?



Bu ödev genel bir kuralla ilgili bir örnektir: ABC üçgenin köşeleri çember üzerindeyse ve $\overline{AB}$ çemberin çapıysa, o zaman ACB açısı dik açıdır.

16. Düzgün ongenin iç açısını hesapla.

Ongenden düzgün mozaiğin çizilmesi, neden mümkün olmadığını açıkla.

17. **a)** 5 cm yarıçaplı daire çiz.

b) Köşeleri çember üzerinde olacak şekilde düzgün sekizgen çiziniz.

18. Cetvel ve pergel kullanarak, verilen 2 boyutlu şekli çiziniz.



19. Aşağıdaki ifadeleri ölçek şeklinde yaz:

a) 1 cm, 10 km'ye uygundur **b)** 1 cm, 250 m'ye uygundur
c) 2 cm, 1 km'ye uygundur

20. Haritanin ölçeği verilmiştir, 1 : 400000.

1 cm ile ne kadar mesafe tanımlanmaktadır?

21. Resimdeki harita bir ada gösteriyor.



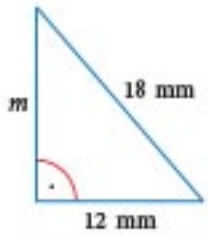
a) B şehrinden A şehrine kadar uzaklığı ve azimutu hesapla.

b) C şehrinden B şehrine kadar uzaklığı ve azimutu hesapla.

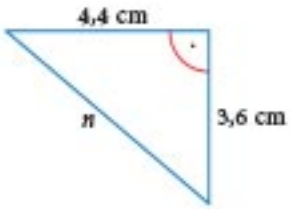
Ödevde başka türlü aranmıyorsa, çözümü 3 anlamlı rakama yuvarla.

22. Aşağıdaki dik açılı üçgenlerde harflerle işaretlenmiş uzunlukları hesapla.

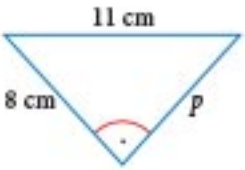
a)



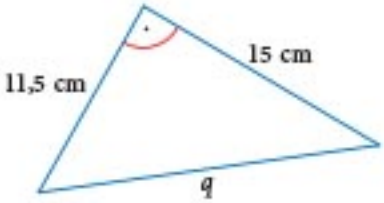
b)



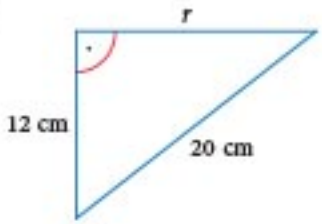
c)



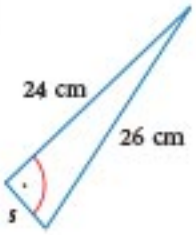
ç)



d)

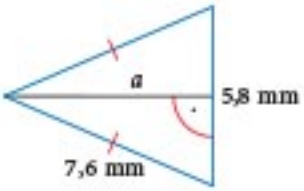


e)

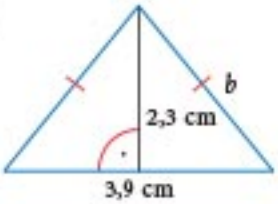


23. Aşağıdaki dik açılı üçgenlerde harflerle işaretlenmiş uzunlukları hesapla.

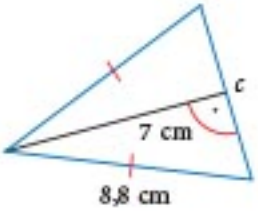
a)



b)

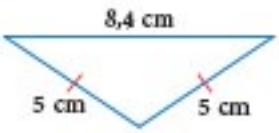


c)

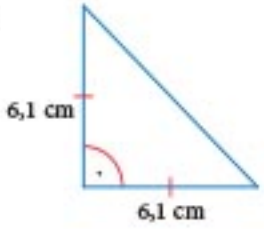


24. Aşağıdaki dik açılı üçgenlerin alanlarını hesapla.

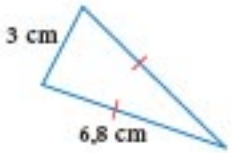
a)



b)



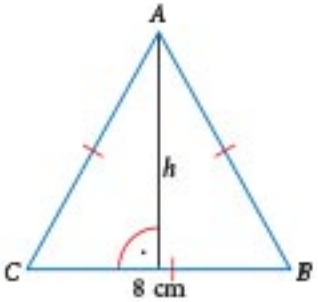
c)



25. ABC eşkenar üçgendir.

a) h yüsekliğini hesapla.

b) ABC üçgenin alanını hesapla.

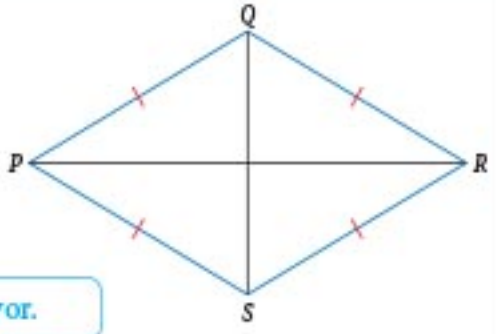


26. $PQRS$ eşkenar dörtgendir.

Resimde onun köşegenleri $\overline{QS}$ ve $\overline{PR}$ çizilmiştir.

$\overline{QS} = 8$ cm ve $\overline{PR} = 12$ cm.

Eşkenar dörtgenin kenarının uzunluğunu hesapla.



Eşkenar dörtgenin köşegenleri dik açı altında kesişiyor.

27. Bir gemi 75 kilometre kuzeye ve ardından 150 kilometre batıya doğru hareket ediyor.

Geminin başlangıç yerinden uzaklığı ne kadardır?

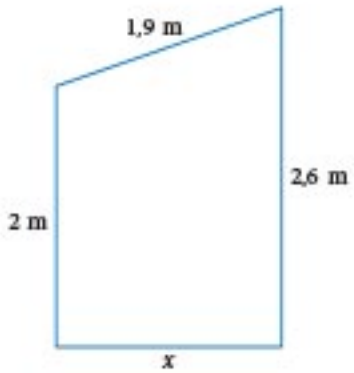
28. Yandaki şekilde bahçedeki odunluğun yan projeksiyonu (izdüşümü) gösterilmiştir.

Odunluğun ön tarafının yüksekliği 2,6 metre, arka tarafının yüksekliği 2 metredir.

Çatının eğik kenarı 1,9 metre uzundur.

Odunluğun resimde x harfiyle işaretlenmiş genişliğini hesapla.

Sonucu en yakın santimetreye yuvarla.



29. Bir gemi 154 kilometre kuzeye, ardından 76 kilometre doğuya ve sonra 87 kilometre güneye doğru hareket ediyor.

Geminin başlangıç yerinden uzaklığı ne kadardır?

Sonucu en yakın kilometreye yuvarla.

9 Ölçmek ve Problemler Çözmek

Öğretim amaçları

- Ortalama hızla ilgili problemler çözüyor.
- Verilen denklemde diğer değişkenler üzerinden bir değişken ifade ediyor; basit formüller elde ediyor; matematikten ve diğer derslerden formüller kullanıyor.
- Belirli sayıda ondalık basamağa kadar sayılar yuvarlıyor; yuvarlamayı problem çözümüne belirli doğruluk derecesiyle ulaşmak için kullanıyor.
- Farklı bağlamlarda ölçme ile bağlı problemler çözüyor.
- Her günlük bağlamlarda kıyaslamalar yapmak için farklı ölçü birimlerinde ölçüler kullanıyor, örneğin yolculuk ve para değer grafikleri.
- Yazılı, tablolu, grafiksel ve diyagramlı şekilde bilgileri kesin olarak belirliyor, organize ediyor, tanımlıyor ve yorumluyor.
- Dik prizmalarda ve silindirlerde doğru parçaların uzunluğunu, alanı ve hacmi hesaplıyor.

9.1 Ortalama Hız

Ses hızından daha hızlı

Aralık 1898 yılında dünyada birinci sürüş hızı dünya rekoru kaydedilmiş.

Fransız Gaston de Chasseloup-Laubat birinci dünya rekoru sahibi olmuş.

63,15 km/h hızla kazanmış.

Yaklaşık 100 yıl sonra, 1997 yılında, ABD'de, Black Rock Çölü'nde, 1227,986 km/h rekor hıza ulaşılmış.

İlk kez yeryüzünde ses hızından daha büyük hıza ulaşılmış.



Sabit hız

Hız, hareketi açıklayabileceğimiz büyüklüklerden biridir.

Sabit (Devamlı) hızla hareket ettiğimiz zaman, geçilen yol geçen süreyle doğru orantılıdır.

Hızla ilgili olan ödevleri, orantılık yardımıyla çözebiliriz.

Örnek 1

Bir otomobil sabit hızla hareket ediyor.

3 saat içinde 165 km yol yapmış.

Otomobilin hızını km/h ile hesapla.

km/h hız, 1 saat içerisinde yapılan yolu belirtiyor.

3 saat için otomobil 165 km geçmiş.

1 saat için 165 : 3 = 55 km yıl geçmiş.

1 saat için geçilen yolu bulmamız için 3'le bölüyoruz.

Otomobilin hızı 55 km/h'dir.

Doğru orantılılığı bireysel yöntem şeklinde olduğu gibi aynı şekilde çözüyoruz.

Ortalama hız

Önceki örnekten, hız, yol ve zaman arasındaki bağlantının şu olduğunu görebiliriz:

$$\text{hız} = \frac{\text{yol}}{\text{zaman}}$$

Fakat, insanlar seyrek olarak sabit hızla hareket ediyor.

Bu yüzden, bütün geçilen yol için hesapladığımız **ortalama hızı** kullanıyoruz.

$$\text{ortalama hız} = \frac{\text{toplam yol}}{\text{toplam zaman}}$$

Eğer alırsak ki hız v = ortalama hız, s = toplam geçilen yol, t = bütün yolun geçilmesi için gereken zaman, o zaman formülü şöyle yazabiliriz:

$$v = \frac{s}{t}$$

Bu formülden s'yi veya t'yi ifade edebiliriz. İki yeni formül şunlardır:

$$s = v \cdot t \qquad \text{ve} \qquad t = \frac{s}{v}$$

Aşağıdaki üçgen formülü ezberlememiz için yardımcı olabilir.



Hız formülünü bulmamız için, v harfini örtüyoruz.



Üçgen şimdi $\frac{s}{t}$ gösteriyor. Bu demek ki $v = \frac{s}{t}$

t harfini örtersek, üçgen $\frac{s}{v}$ gösteriyor, buna göre $t = \frac{s}{v}$

s harfini örtersek, üçgen vt gösteriyor, buna göre $s = vt$.

$s = vt$ ve $s = v \cdot t$ aynıdır

Örnek 2

Bir oyuncak-arabaya 96 cm geçmesi için 12 saniye gerekiyor.

Oyuncak arabanın ortalama hızını cm/s'de hesapla.

Geçen süre $t = 12$ ve geçilen yol $s = 96$

Formülü uygulayarak, şunu elde ediyoruz: $v = \frac{s}{t}$

$v = \frac{96}{12}$

$= 8$

Ortalam hız 8 cm/s'dir.

Saatleri dakikalara dönüştürmek ve tersi

3 saat ve 30 dakika, 3,5 saat ve $3\frac{1}{2}$ saat süreleri eşittir.

Bazen onların arasında dönüşümler yapmamız gerekebilir.

Şimdiye kadar kesirleri ondalık sayılara ve ondalık sayıları kesirlere dönüştürmeyi öğrendik.

Dakikaları saate dönüştümek için, 60 ile bölüyoruz.

Saatleri dakikalara dönüştürmek için, 60 ile çarpıyoruz.

Zamanın sadece ondalık kısmını ya da dakikalık kısmını çarpıyoruz. Saatlerin tam sayısı aynı kalıyor.

Örnek 3

a) 1 saati ve 18 dakikayı ondalık sayıya dönüştür.

b) 4,7 saati, saatlere ve dakikalara dönüştür.

a) Saatlerin tam sayısı aynı kalıyor.

$18 \text{ dakika} = \frac{18}{60} \text{ saat}$

$= 0{,}3 \text{ saat}$

Buna göre, 1 h 18 dak = 1,3 saat.

b) 4,7 saat, 4 saat ve 0,7 saattir.

$0{,}7 \text{ saat} = 0{,}7 \cdot 60 \text{ dakika}$

$= 42 \text{ dakika}$

4,7 saat = 4 h 42 dak

Örnek 4

Bir tren Üsküp'ten Gevgeli'ye kadar 168 km yolu 70 km/h ortalama hızla geçiyor. Yolculuk süresini saatler ve dakikalarla hesapla.

$s = 168$ ve $v = 70$

$t = \frac{s}{v}$

$t = \frac{168}{70}$

$= 2{,}4$

Yolculuk süresi = 2,4 saat

= 2 saat ve 0,4 saat

= 2 saat ve $0{,}4 \cdot 60$ dakika

= 2 saat ve 24 dakika

Ödevler

1. Ortalama hızları bul:

a) 150 km 3 saat için. (km/h'e)

b) 100 m 10 saniye için. (m/s'de)

c) 2475 km 9 saat için. (km/h'e)

ç) 27 km 6 saat için. (km/h'e)

d) 16,5 km 3 h 18 dak. için. (km/h'e)

e) 23 km 20 dak. için (km/h'e)

2. Ortalama hız ve zamanın verilmiş olduğu halde, geçilen yolu hesapla:

a) 85 km/h 4 saat için.

b) 435 km/h 6,5 saat için.

c) 23 m/s 24 saniye için.

ç) 96 km/h $3\frac{1}{2}$ saat için.

d) 75 cm/s 0,8 saniye için

e) 125 km/h 4 h 54 dak. için

3. Verilen yolun geçilmesi için gereken zamanı hesapla:

a) 150 km, 75 km/h hızla.

b) 160 km, 64 km/h hızla

c) 84 m, 28 m/s hızla

ç) 22,5 km, 3,75 km/h hızla

d) 3750 km, 600 km/h hızla

e) 19 km, 4 km/h hızla

4. Bir tren 130 km $2\frac{1}{2}$ saat için geçiyor. Ortalama hızını hesapla.

5. Londra ve Madrid arasındaki mesafe 1260 km'dir.
Uçak Londra'dan Madrid'e kadar 2 h 15 dak uçuyor.
Uçağın ortalama hızını hesapla.

6. Yana, bisiklet sürüyormuş ve 6,5 km/h ortalama hızla, 27,3 km yol geçmiş.
Yana bu yolu ne kadar zamanda geçtiğini saat ve dakikalarla hesapla.

7. Bisikletçi, 209 km yolu 43 saat ve 48 dakika içinde geçmiş.
Onun ortalama sürüş hızını belirle.

8. Bir uçak 2 saat ve 24 dakika, 360 km/h hızla uçuyor.
Bu süre içinde kaç kilometre geçeceğini hesapla.

9. Otomobil 84 km/h hızla $1\frac{1}{2}$ saat hareket ediyor, ondan sonra ise 2 saat 66 km/h hızla hareket ediyor.
Otomobilin geçtiği toplam yolu hesapla.

10. Tren, 144 km'lik yolu 80 km/h hızla geçmiş ve ondan sonra daha 130 km 50 km/h hızla geçmiş.
Trenin hareket ettiği ortalama hızını hesapla.

İlk önce toplam mesafeyi ve toplam zamanı hesapla.

11. Otomobil ve bisiklet aynı anda aynı yerden yola çıkıyor.
Aynı yoldan $3\frac{1}{2}$ saat hareket ediyorlar.
Otomobilin ortalama hızı 56 km/h'dir, bisikletin ortalama hızı ise 16 km/h'dir.
$3\frac{1}{2}$ saat sonra aralarındaki mesafeyi hesapla.

İkisi için ne kadar yol yaptığını hesapla.

12. Matey, evinden arkadaşının evine kadar 12 km yürüyerek 6 km/h ortalama hızla gidiyor.
Onun arkadaşının evine kadar ve evine geriye gittiği ortalama hızı 4 km/h'dir.
Evine yürüyerek dönmesi için kaç saat gerekiyor?

İlk önce, arkadaşının evine varması için gereken zamanı hesapla. Ondan sonra, arkadaşının evinden kendi evine kadar vardığı zamanı hesapla.

9.2 Türetilmiş Ölçü Birimleri

Türetilmiş ölçü, birimi iki büyüklüğün ölçü birimlerini içeren birimdir.

Ortalama hız, türetilmiş ölçü örneğidir, çünkü belli zamanda geçilen yolu ifade ediyor.

Türetilmiş ölçü için başka örnekler şunlardır:

- basınç, metre karede Newton olarak ölçülür
- sıvının akışı, litre saniyede olarak ölçülür.
- mal fiyatı, denar gramı veya denar litresi olarak ölçülür.

Çok sayıda daha türetilmiş ölçüler vardır.

Birçok türetilmiş ölçü birimlerinde "için" "de" "da" sözcükleri kullanılır.

Bu, bir büyüklüğün başka bir büyüklükle bölündüğünü gösteriyor.

Örnek 1



Deterjan iki farklı şişede satılıyor.

A deterjanının 1,6 litresi 288 denardır.

B deterjanının 3 litresi 495 denardır.

Hangisi daha hesaplıdır, A deterjanı mı satın almak, B deterjanı mı?

Hesaplamalarda, cevapları 4 ondalık basamağa yuvarlayacaksınız.

Birinci yöntem: Litre için daha alçak fiyatı bulacağız.

A deterjanı, 1,6 litre için 288 denar fiyatına satılıyor.

1 litre fiyatı = 288 : 1,6 = 180

A deterjanından 1 litre fiyatı 180 denardır.

B deterjanı, 3 litre için 495 denar fiyatına satılıyor.

1 litre fiyatı = 495 : 3 = 165

B deterjanından 1 litre fiyatı 165 denardır.

B deterjanı 1 litresi 165 denara satılıyor, demek ki B deterjanın satın alınması daha hesaplıdır.

İkinci yöntem: Bir denar için daha büyük litre miktarını bulacağız.

A deterjanının 1,6 litresi 288 denara satılıyor.

1 denar için litre miktarı = 1,6 : 288 = 0,0056 (4 ondalık basamağa yuvarlanmış)

A deterjanından 1 denara 0,0056 litre satılıyor.

A deterjanının 3 litresi 495 denara satılıyor.

Denar için litre miktarı = 3 : 495 = 0,0061 (4 ondalık basamağa yuvarlanmış)

B deterjanından 1 denara 0,0061 litre satılıyor.

B deterjanıyla 1 denar için daha fazla miktar elde ediliyor, demek ki B deterjanın satın alınması daha hesaplıdır.

Grafiklerin uygulanması

Resimde **geçilen yol grafiği (yol-zaman)** gösterilmiştir.

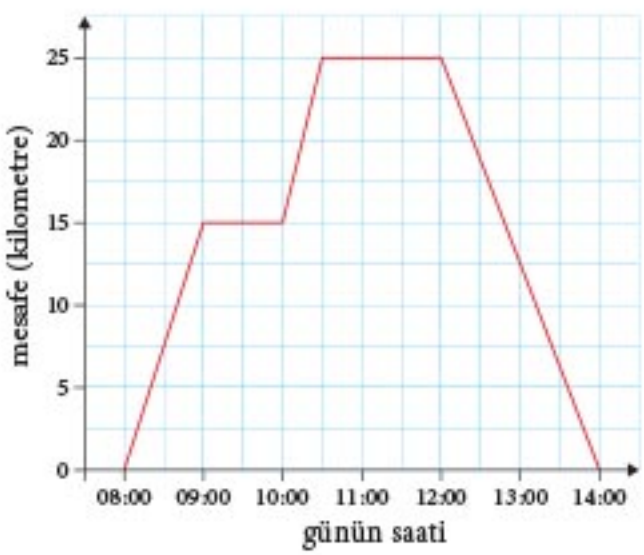
Bu grafik Svetlana'nın bisiklet sürdüğünü gösteriyor.

Svetlana, evden saat 8:00'de çıkmış, saat 14:00'te dönmüş.

Grafikten, Svetlana'nın 8:00 ile 9:00 arası hızını hesaplayabiliriz.

1 saat için 15 km yol yapmış. Bu süre içinde onun hızı 15 km/h'miş.

Svetlana'nın ortalama hızı ne kadarmış?



Svetlana, 25 km sürmüş ve ondan sonra geri dönmüş. Geçtiği toplam yol 50 km'dir.

Gün boyunca $2\frac{1}{2}$ saat dinlenmiş, $3\frac{1}{2}$ saat sürmüş.

Onun ortalam hızı şudur: 50 : 3,5 = 14,29 km/h (2 ondalık basamağa yuvarlanmış).

Örnek 2

Petar, gazetede iki mobil telefonculuk şirketin "M" ve "T", özel kampanya reklamını görmüş.



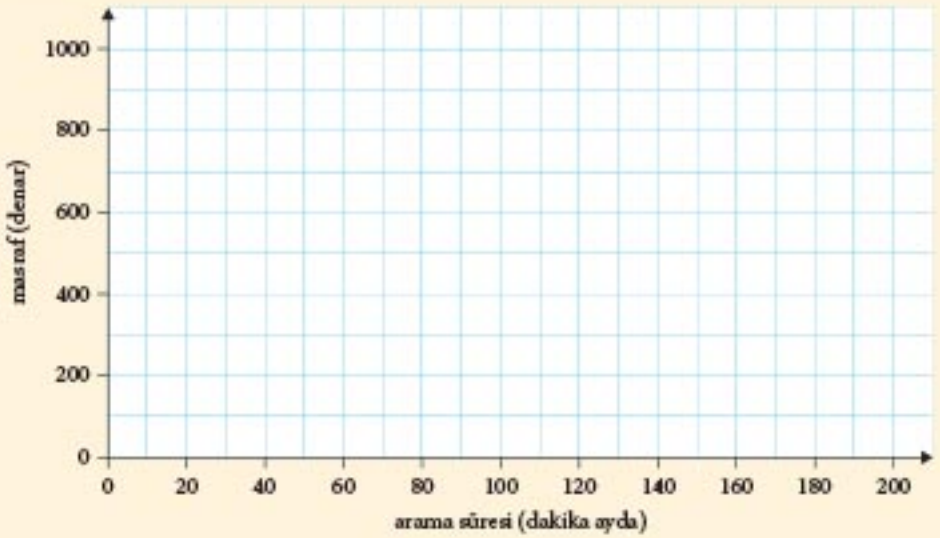
a) İki teklifi koordinat sisteminde göster.

Yatay eksende ayda 200 denara kadar arama süresini tanımlayacağız.

Dikey eksende 1000 denara kadar masrafları tanımlayacağız.

b) Ayda kaç dakikadan sonra „M"in kampanyası daha hesaplıdır?

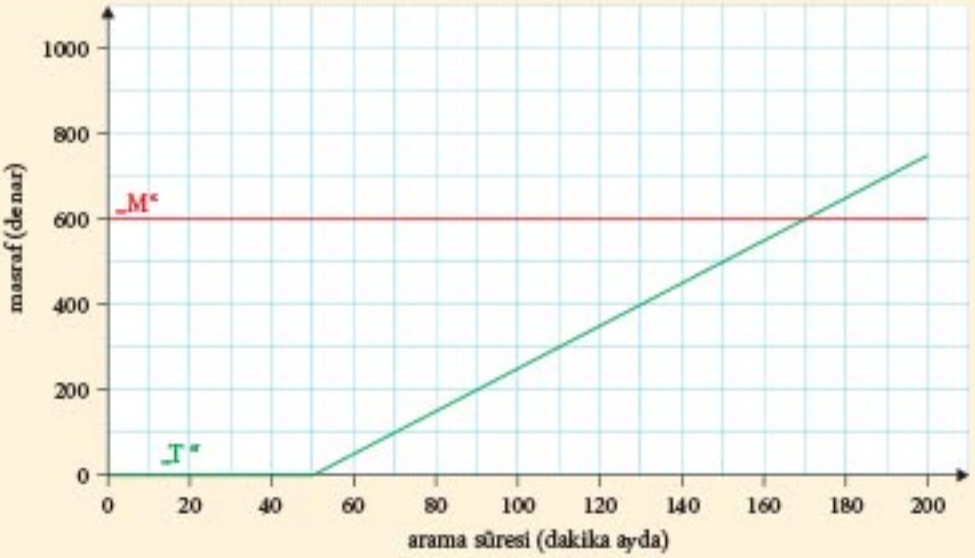
a) Koordinat sistemini çizelim.



Tabloda her şirketin ayda farklı dakikalar için masraflar gösterilmektedir.

Süre (dakika)	0	30	60	100	150	200
„M"'de masraflar	600	600	600	600	600	600
„T"'de masraflar	0	0	50	250	500	750

Grafiğin noktalarını belirtiyoruz ve doğru parçalarla bağlıyoruz.



b) Grafik ayda 170 denarda kesişen iki doğru gösteriyor.

Bu noktanın solunda, yeşil olan doğru daha alttadır, buna göre „T“ daha hesaplıdır.

Bu noktanın sağında, kırmızı olan doğru daha alttadır, buna göre „M“ daha hesaplıdır.

Eğer ayda 170 dakikadan fazla konuşulursa, o zaman „M“'in kampanyası daha hesaplıdır.

Ödevler

1. Kedi yemi, iki farklı pakette satılıyor.



420 g'lık paket 63 denara satılıyor, 600 g'lık paket ise 99 denara satılıyor.

Hangi paketin satın alınması daha hesaplıdır, daha küçük paket mi ya da daha büyük paket mi?

2. Sıvı yağ, üç farklı pakette satılıyor.

500 ml fiyatı 159 denar

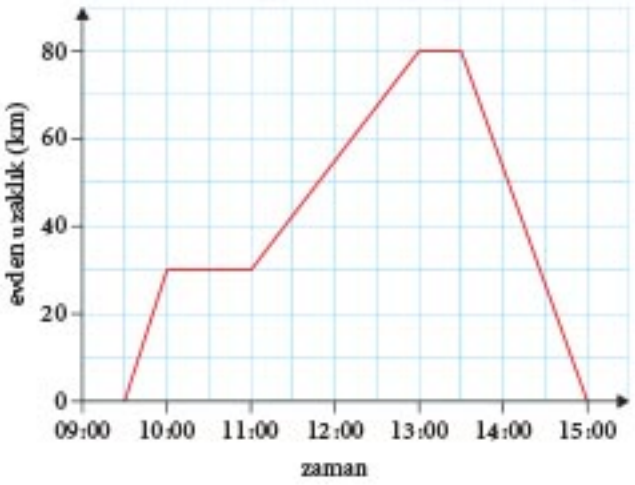
1 litre fiyatı 299 denar

2,4 litre fiyatı 724 denar

Hangi paketin satın alınması daha hesaplıdır?

Bütün süreci göster.

3. Kosta, evinden 80 km uzaklıkta olan yeri ziyaret etmek için evden saat 9:30 çıkmış. Grafik, onun o günkü yolunu gösteriyor.



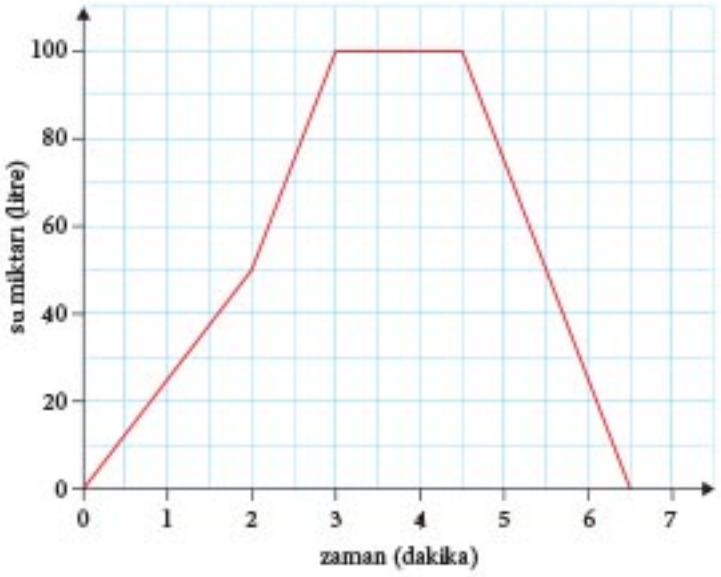
a) Kosta'nın 11:00 ve 13:00 arasında hızını hesapla.

b) Yolculuğun hangi bölümünde en hızlı hareket ediyormuş? Bunu nasıl belirleyebilirsin?

c) Onun bütün gün için ortalama hızını hesapla.

4. A dükkânı şu özel kampanyayı sunmaktadır: 1,5 kg un 46 denara satılıyor. B dükkânında, aynı undan 25 kg'lık çuval 750 denar için satılıyor. Hangi dükkân daha uygun fiyata satıyor, A dükkânı mı, B dükkânı mı?

5. Aşağıdaki grafikte küvette doldurulduğu ve boşandığı zaman su miktarı gösterilmektedir.



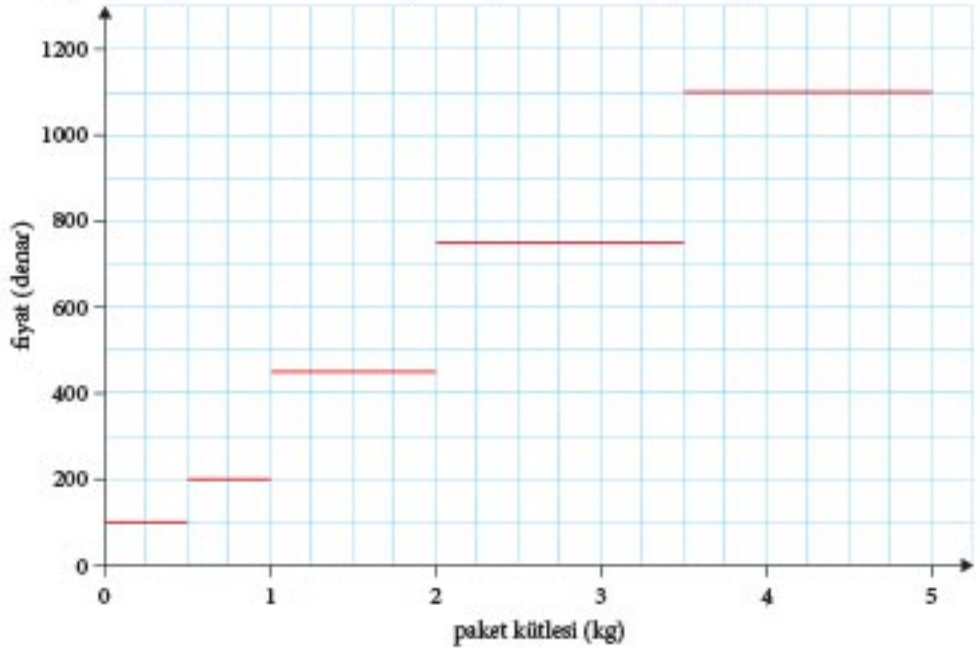
a) Küvet dolu olunca ne kadar su miktarı vardır?

b) Küvet ilk 2 dakikada ne kadar su miktarıyla dolmuş?

c) İlk iki dakikada suyun akışını litre dakikada olarak hesapla.

ç) Küvetin boşandığı zaman su akışını litre dakikada olarak hesapla.

6. Aşağıdaki grafik X şirketi üzerinden paket gönderme fiyatını göstermektedir.



Grafikten, örneğin 500 g'a kadar paketlerin gönderilmesi için 100 denar ödendiği görülebilir.

a) X şirketinden aşağıdaki kütlelerle paketlerin gönderilmesi için masrafları yaz.

i 900 g **ii** 1,4 kg **iii** 3,4 kg **iv** 3,75 kg

Y şirketi kilogram başında 250 denar sabit fiyat sunuyor.

3,1 kg kütleli paketin gönderilmesi için $3{,}1 \cdot 250 = 775$ denar ödenmelidir.

b) **a)** şıkkındaki dört paketin Y şirketinden gönderilmesi için masrafları hesapla.

c) Her paket için, hangi şirketin daha hesaplı olduğunu ve ne kadar için daha ucuz olduğunu yaz.

7. Nesnenin yoğunluğu relatif kütlenin karmaşık ölçüsüdür.

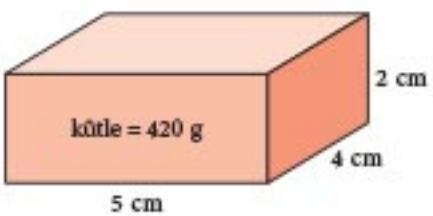
Aranan büyüklük gramda ifade edilmiş kütleyi, cm^3 ile ifade edilmiş hacimle bölerek hesaplanıyor.

Yoğunluk ölçü birimi g/cm^3'tür.

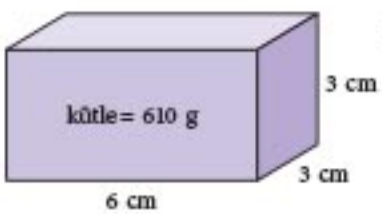
a) Verilen dikdörtgenler prizmalarının g/cm^3 ile ifade edilmiş yoğunluğunu hesapla.

hacim = uzunluk · genişlik · yükseklik

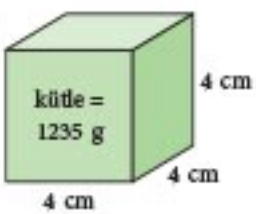
i



ii



iii



Tabloda birkaç metalin yoğunluğu gösterilmektedir.

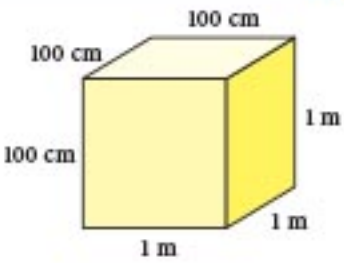
Alüminyum	Krom	Bakır	Altın	Demir	Kurşun	Gümüş	Titanyum
2,7 g/cm^3	7,15 g/cm^3	8,96 g/cm^3	19,3 g/cm^3	7,86 g/cm^3	11,3 g/cm^3	10,49 g/cm^3	4,51 g/cm^3

b) Dikdörtgenler prizmalarının her biri için hangi metal türünden yapılmış olduğunu yaz.

Hangi metalin a) şıkkındaki her dikdörtgen prizma için çözüme yakın yoğunluğu var olduğunu belirt.

9.3 Hacim

Hacim ölçü birimleri



Resimdeki küpün boyutları 1 metre, 1 metre ve 1 metredir.

Onun hacmi 1 m · 1 m · 1 m = 1 m^3'tür.

Küpün boyutları 100 cm, 100 cm ve 100 cm olarak da yazılabilir.

Onun hacmi 100 cm · 100 cm · 100 cm = 1000000 cm^3

Demek ki, **1 m^3 = 1000000 cm^3**

Küpün boyutlarını milimetre ile ölçersek, o zaman hacmi
1000 mm · 1000 mm · 1000 mm = 1000000000 mm^3.

Buna göre, 1 milyar milimetre küp, 1 metre küpe eşittir.

1 m^3 = 1000000000 mm^3

Hacim ölçü birimlerini hesaplarken, uzunluk dönüştürme katsayının küpünü hesaplıyoruz.

1 km = 1000 m

Böylece, 1 km^3 = 1000 m · 1000 m · 1000 m = 1000000000 m^3

Örnek 1

Dönüştür.

a) 5,3 m^3'ü, cm^3'e **b)** 12 cm^3'ü, mm^3'e **c)** 4500000 cm^3'ü, m^3'e

a) 1 m = 100 cm — Bu, uzunluk dönüştürme katsayısıdır.

1 m^3 = 100 cm · 100 cm · 100 cm = 1000000 cm^3 — Bu, hacim dönüştürme katsayısıdır.

5,3 m^3 = 5,3 · 1000000 = 5300000 cm^3

b) 1 cm = 10 mm

1 cm^3 = 10 mm · 10 mm · 10 mm = 1000 mm^3

12 cm^3 = 12 · 1000 = 12000 mm^3

c) 1 m = 100 cm

1 m^3 = 100 cm · 100 cm · 100 cm = 1000000 cm^3

4500000 cm^3 = 4500000 : 1000000 = 4,5 m^3

Sıvının hacmi

Bir kabın hacmi kapladığı uzay büyüklüğüdür.

1000 cm^3 hacimli kabın 1 litre kapasitesi vardır.

1000 cm^3 = 1000 ml

1 cm^3 = 1 ml

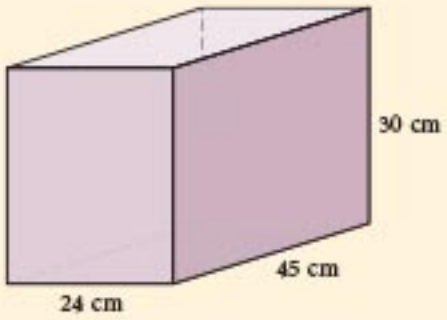
Örnek 2

Resimde balık akvaryumu gösterilmiştir.

Akvaryum 45 cm uzun, 24 cm geniş ve 30 cm derindir.

a) Hacmini cm^3 olarak hesapla.

b) Akvaryumun hacmini litrelerle hesapla.



a) Hacim = uzunluk · genişlik · derinlik

$= 45 \cdot 24 \cdot 30$

$= 32400\ cm^3$

b) Hacim = 32400 ml

$= 32400 : 1000$

$= 32{,}4\ l$

Balık akvaryumu dolu olunca 32,4 litre su sığar.

Ödevler

1. cm^3'e dönüştür.

a) $2\ m^3$ **b)** $5{,}6\ m^3$ **c)** $6000\ mm^3$ **ç)** $9600\ mm^3$

2. mm^3'e dönüştür.

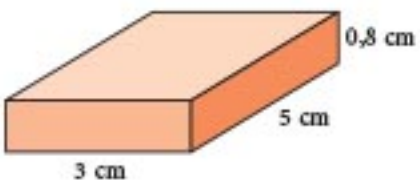
a) $3\ m^3$ **b)** $0{,}75\ m^3$ **c)** $9\ cm^3$ **ç)** $1{,}4\ cm^3$

3. m^3'e dönüştür.

a) $7000000\ cm^3$ **b)** $12500000\ cm^3$

4. **a)** Resimdeki dikdörtgenler prizmasının hacmini cm^3 ile hesapla.

b) Resimdeki dikdörtgenler prizmasının hacmini mm^3 ile hesapla.



5. Ödev 4'teki dikdörtgenler prizması ne kadar mililitre sıvı biriktirdiğini hesapla.

6. Hacimleri aşağıda verilmiş kabların kapasitesini mililitre ile hesapla:

a) $25\ cm^3$ **b)** $125\ cm^3$ **c)** $2500\ cm^3$ **ç)** $8000\ mm^3$

7. Vesna'nın $1500\ cm^3$ kuş yemi sığan çuvalı var.

Besini 6 cm, 4 cm ve 15 mm boyutlu küçük kutularda paketlemeyi planlıyor.

a) Bir küçük kutunun hacmini hesapla.

b) Çuvaldan kaç adet küçük kutu doldurulabilir?

c) Çuvalda ne kadar yem kalacak?

Dikkat et, farklı ölçü birimleri vardır.

8. Kire'nin 40 meyve suyu kutusu var.

Her kutunun 4 cm, 5 cm ve 5 cm boyutları vardır.

a) Bir kutunun hacmini cm^3'le hesapla.

b) Kire'nin toplam olarak kaç litre meyve suyu olduğunu hesapla.

9. „Çoko" çikolatası küçük paketlerde satılıyorlar.

Her küçük paketin 15 cm, 10 cm ve 4 cm boyutları vardır.

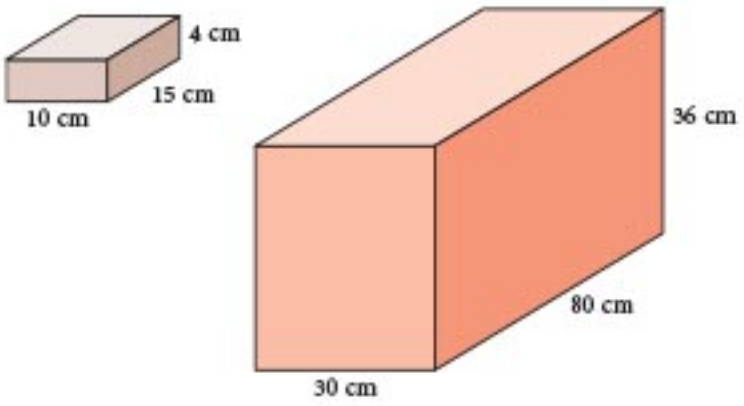
Çikolata üreten şirket, çikolataları büyük kutularda paketlemeyi istiyor.

Her büyük kutunun 80 cm, 30 cm ve 36 cm boyutları vardı.

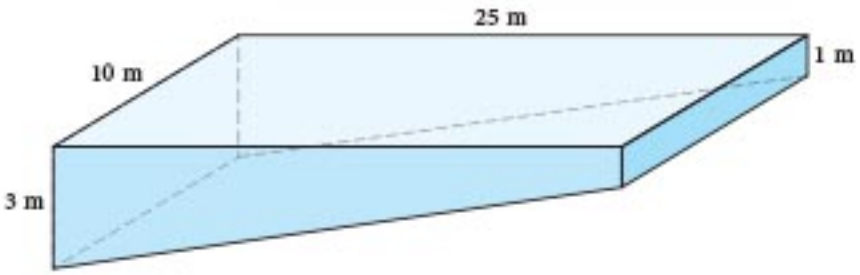
a) Büyük paketlerin kaç paket „çoko" çikolata paketi sığdırdığını hesapla.

Çikolatların büyük paketlerde sıralamasını o şekilde düzenle ki aralarında boşluklar olmasın.

b) Çikolatanın nasıl paketlenmesi gerektiğini göstermen için diyagram çiz.



10. Resimde 25 metre uzunluğunda havuz gösterilmektedir.



Havuzun sığ olduğu bölümü 1 metre derindir, derin olduğu bölümde ise 3 metre derindir.

Yan duvar yamuk şeklindedir.

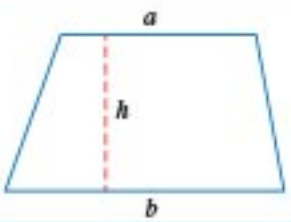
a) Yan duvarın alanını m^2 olarak hesapla.

Havuz 10 metre geniştir.

b) Havuzun hacmini m^3 olarak hesapla.

c) Havuzun kapasitesini litre ile ölç.

1 litre = 1000 cm^3 olduğunu unutma.



Yamuğun alanı şu formülle hesaplanır:
$P = \frac{1}{2}(a + b)\,h$

9.4 Prizma ve Silindir

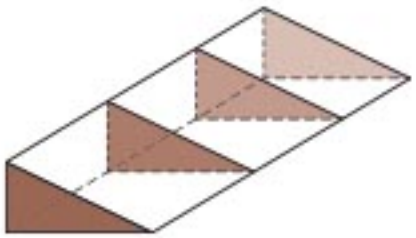
Prizmanın hacmi

Prizma 3B- formudur.

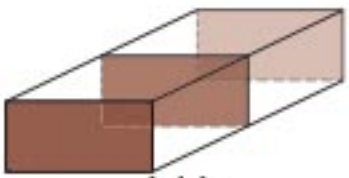
Prizmanın tüm uzunluğu boyunca **enine kesitleri** eşittir.

Resimde tabanı üçgen olan prizma gösterilmiştir.

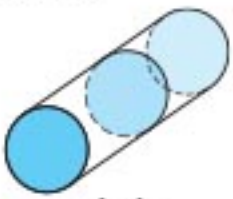
Prizmanın tüm üçgensel enine kesitleri eş üçgenlerdir.



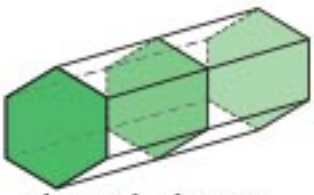
Şekilde daha üç tane 3B- formu gösterilmiştir.



kübik
(dikdörtgen tabanlı prizma)



silindir
(3B şekil daire tabanlı)



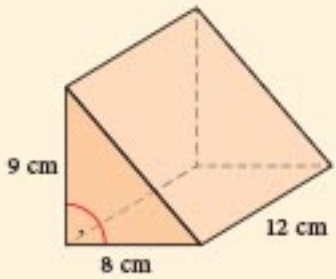
altıgen tabanlı prizma

Prizma ve silindirin hacmini hesaplamak için şu formül kullanılıyor:

Prizmanın/silindirin hacmi = enine kesitin alanı · uzunluk

Örnek 1

Tabanı dik açılı üçgen olan prizmanın hacmini hesapla.



İlk önce enine kesitin alanını hesaplıyoruz.

Üçgenin alanı $= \frac{1}{2} \cdot$ taban $\cdot$ uygun yükseklik

$= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 9 = 36\ \text{cm}^2$

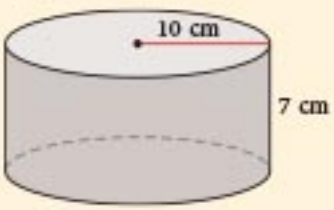
Prizmanın hacmi = enine kesitin alanı · yükseklik

$= 36 \cdot 12 = 432\ \text{cm}^3$

cm^3 ölçü birimi kullanıyoruz, çünkü hacim hesaplıyoruz.

Örnek 2

Verilen silindirin hacmini hesapla. Çözümü 2 anlamlı rakama yuvarla.



Silindirin enine kesiti dairedir.

Dairenin alanı πr^2'dir.

Silindirin hacmi, r yarıçap, h ise silindirin yüksekliği olmak üzere $V = \pi r^2 h$,'dir.

$V = \pi r^2 h$

$= \pi \cdot 10^2 \cdot 7$

$= 2199{,}114858$ Hesap makinesiyle hesaplanmış π.

$= 2200\ \text{cm}^3$ 2 anlamlı rakam yuvarlanmış.

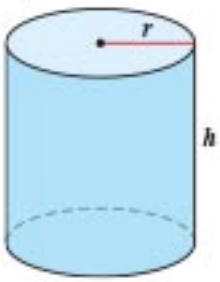
3B- formun alanı

3B- formun alanını hesaplamak için, 3B- formun tüm yüzlerinin alanlarının toplamı belirtilir.

Prizmanın tüm yüzleri 2B- formudur.

Tüm yüzlerinin alanlarını hesaplıyoruz ve ondan sonra hepsini topluyoruz.

Silindirin alanını hesaplama sürecini inceleyelim.

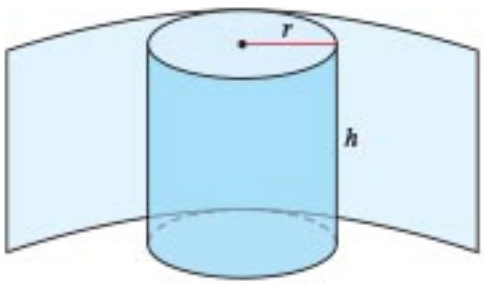


Verilen silindirin r yarıçapı ve h yüksekliği vardır.

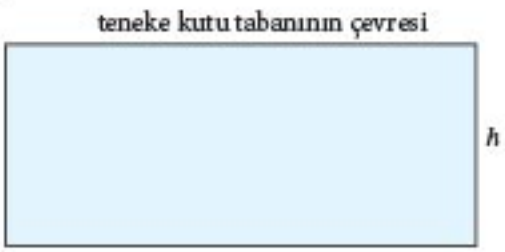
Silindir iki tabandan ve eğilmiş yüzey olan yan yüzden oluşuyor.

Tabanın alanı = πr^2.

Yan yüzün alanını bulmamız için, silindirin teneke kutu olduğunu düşünelim ve yan duvarın tüm yüzeyi üzerinde yapıştırılmış tenekeyi çıkartığımızı düşünelim.



Yan yüz aslında dikdörtgendir.



Dikdörtgenin yüksekliği h'dir, uzunluğu ise yan duvarın ve teneke kutu tabanının kesiti olan dairenin çevresine eşittir.

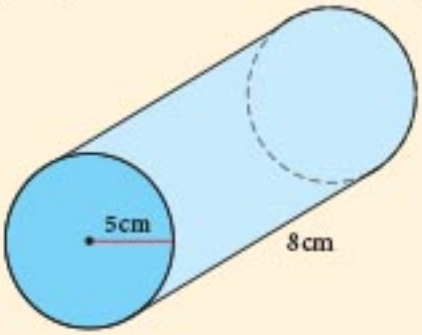
Dairenin çevresi $2\pi r$'dir, buna göre dikdörtgenin alanı $2\pi rh$'dir.

Silindirin alanı = yan yüzün alanı + iki dairenin (tabanın) alanı

Silindirin alanı $= 2\pi rh + 2\pi r^2$

Örnek 3

Verilen silindirin alanını hesapla. Çözümü 3 anlamlı rakama yuvarla.



Bir tabanın alanı $= \pi r^2$

$= \pi \cdot 5^2$

$= 78{,}5398$ En son çözümü bulana kadar 3 anlamlı rakama yuvarlamıyoruz.

Öteki tabanın alanı $= 78{,}5398$

Yan yüzün alanı $= 2\pi rh$

$= 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 8$

$= 251{,}3274$

Ölçü birimi cm^2'dir, çünkü alan hesaplıyoruz.

Toplam alan $= 78{,}5398 + 78{,}5398 + 251{,}3274$

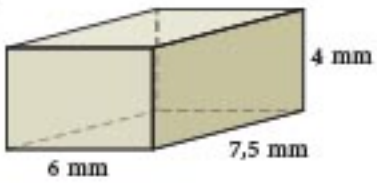
$= 408\ cm^2$ 3 anlamlı rakama yuvarlanmış.

Ödevler

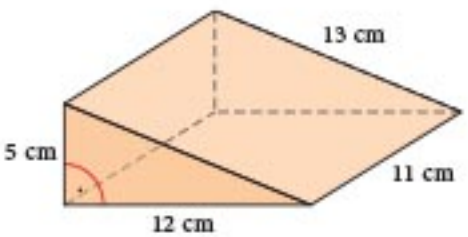
Gerekli olduğu yerlerde, aşağıdaki ödevlerin çözümleri 3 anlamlı rakama yuvarlansın.

1. Verilen prizmaların hacimlerini hesapla.

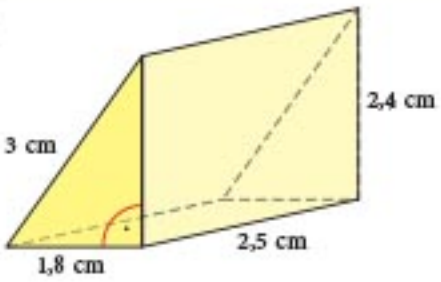
a)



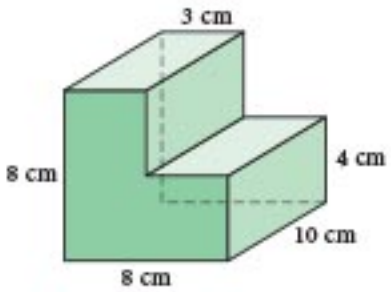
b)



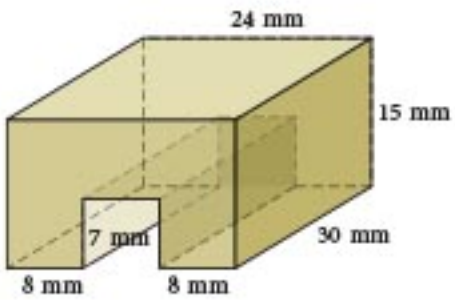
c)



ç)



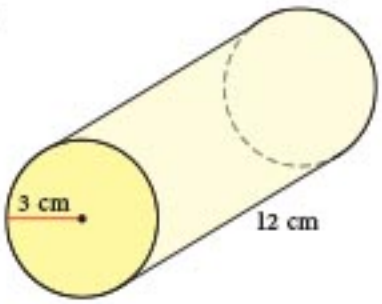
d)



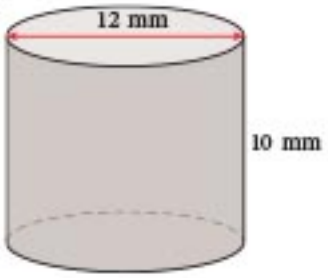
2. Ödev **1**'de verilen prizmaların alanlarını hesapla.

3. Aşağıdaki silindirlerin hacimlerini hesapla.

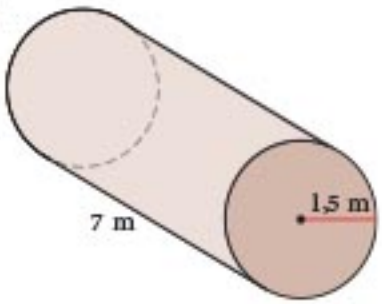
a)



b)



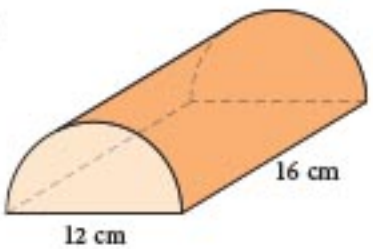
c)



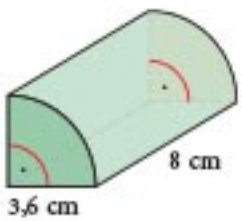
4. Ödev **3**'te verilen silindirlerin alanlarını hesapla.

5. Verilen 3B- formların alanını hesaplayınız.

a)



b)



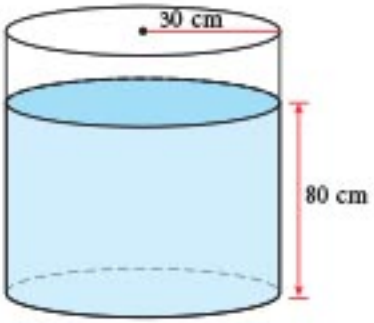
6. Alıştırma 5' teki 3B- formların alanlarını hesaplayınız.

7. Suyla dolu fıçının 30 cm yarıçaplı silindir şekli var.
Fıçıdaki su 80 cm derindir.

a) Fıçıdaki suyun hacmi ne kadardır?

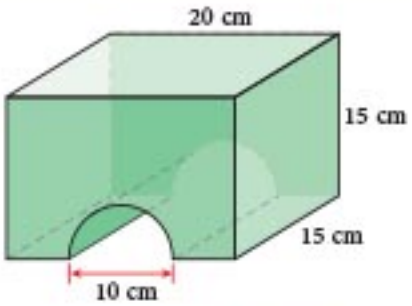
b) Fıçıda kaç litre su var?

$1\ cm^3 = 1$ mililitre



8. **a)** Resimde gösterilen 3B- formun hacmini hesapla.

b) Cismin alanını hesapla.



9. Resimde Filip'in üç yüksük (kasnak) yardımıyla yapılmış cam serası gösterilmiştir.

Her yüksük (kasnak) yarım dairedir.

Cam seranın genişliği 4 metredir.

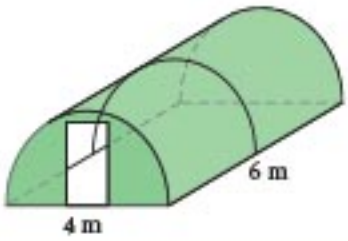
a) Her yüksüğün uzunluğunu hesapla.

Filip indirimli fiyatla ısıtıcı satın almak istiyormuş.

Bu ısıtıcı 40 m^3 alanı ısıtmak için yetecek gücü vardır.

b) Cam seranın hacmini hesapla.

c) Isıtıcı, Filip'in tüm cam serasını ısıtması için yeterince gücü var mıdır?



Bir yarım dairenin alanını hesapla.

Ardından hacmi bulman için cam seranın uzunluğuyla çarp.

10. Bir demir para 3,15 mm kalındır ve 22,5 mm çapı vardır.

Koleksiyoncu böyle demir paraları biriktiriyor ve onları bir yerde koyuyor. Biriktirdiği yerde 56 aynı demir para vardır.

a) Tüm demir paraların toplam yüksekliğini hesapla.

b) Demir paraların hacmini cm^3 olarak hesapla.

Farklı ölçü birimlerine dikkat et. Hacmi hesaplamadan önce uzunlukları santimetreye dönüştür.

Her demir paranın 9,5 gramlık kütlesi vardır.

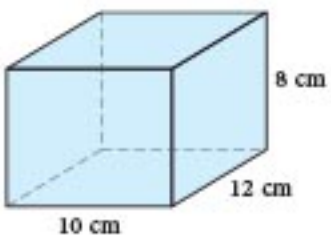
c) Tüm demir paraların toplam kütlesini hesapla.

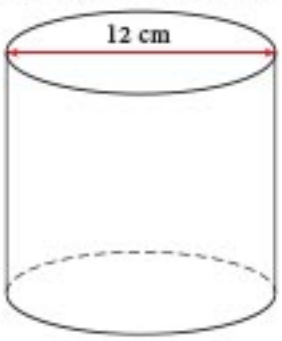
Çözümü kilogram ile yaz.





11. Sol tarafta gösterilmiş olan dikdörtgenler prizması şeklindeki depo, suyla doludur.





İlk önce dikdörtgen prizması şeklindeki depoda suyun hacmini hesapla.

Su, sağ tarafta gösterilen silindirik şeklindeki depoya döktürülüyor.

Suyun silindirde hangi yüksekliğe kadar ulaşacağını hesapla.

Çözümü en yakın milimetreye yuvarla.

Tekrarlama ödevleri

1. Yolda, belirli zamanda geçen araçların ortalama hızlarını km/h olarak hesapla:

a) 210 km, $3\frac{1}{2}$ saat için

b) 168 km, 4 saat için.

c) 17 km, 3 saat ve 24 dakika için.

ç) 285 km, 3 saat ve 48 dakika için.

2. Nesnelerin aşağıdaki hızla geçtikleri yolu bul:

a) 56 km/h, 6 saat için

b) 12 km/h. $4\frac{1}{2}$ saat için

c) 65 m/s, 12 saniye için

ç) 250 km/h, 3 h 18 dak. için

3. Aşağıdaki mesafelerin geçilmesi için gereken zamanı hesapla.
Çözümleri saat ve dakika ile yaz.

a) 400 km, 50 km/h ile

b) 135 km, 27 km/h ile

c) 240 km, 50 km/h ile

ç) 23,5 km, 2,5 km/h ile

4. Salyangoz 23,4 metreyi 30 dakikada geçiyor.

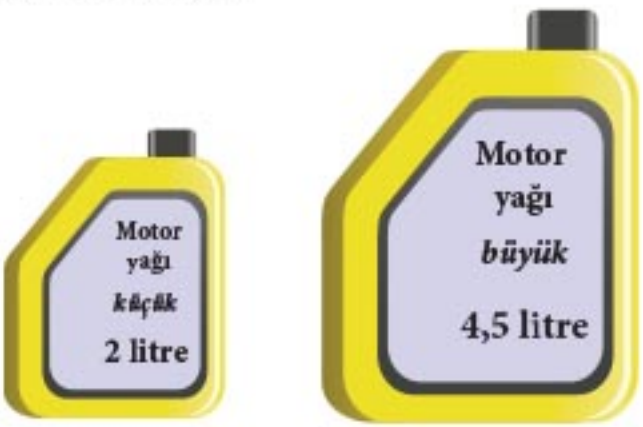
a) Salyangozun hızını metre/saat olarak hesapla.

b) Hızı metre/saniye'ye dönüştür.

5. Bir tren 2h 48 dak, 140 km/h ortalama hızla gidiyor.
Bu süre içinde ne kadar yol yapacak?

6. Bir otobüs 55 km/h ortalama olarak hızla hareket ediyor.
Otobüse 22 km geçmesi için ne kadar zamana ihtiyacı olduğunu hesapla?

7. Motor yağı iki farklı pakette satılıyor.



Küçük bidon 2 litre sığdırıyor ve fiyatı 459 denardır.
Büyük bidon 4,5 litre sığdırıyor ve fiyatı 999 denardır.
Hangisinin satın alınması daha yararlı olacak, küçük bidon mu, büyük bidon mu?

8. Kaynamış fasulye üç farklı pakette satılıyor.



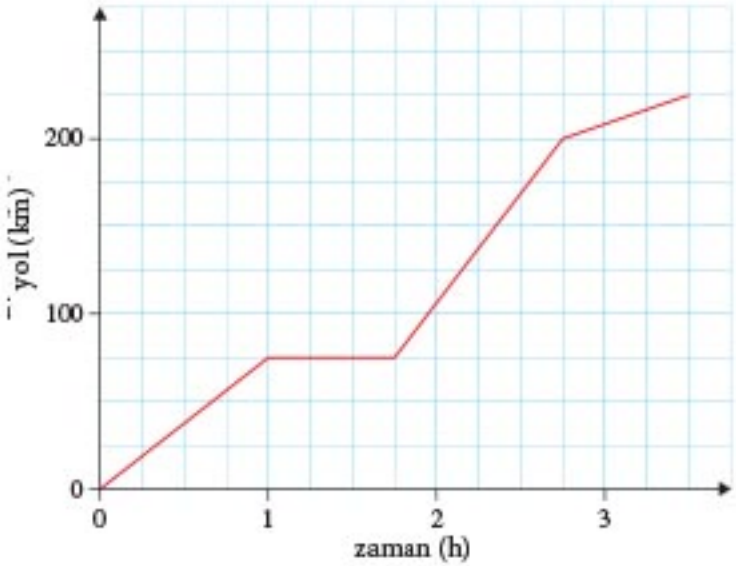
69 denar 120 denar 205 denar

Hangi paketin fiyatı daha uygundur?

Sürecin tamamını göster.

9. Sıradaki grafik, trenin ana istasyonundan kalktıktan sonra geçtiği yolu göstermektedir.

Ana istasyondan kalktıktan kısa bir süre sonra tren trafik ışıklarında durmuş.



a) Toplam olarak tren ne kadar yol geçmiş?

b) Trenin trafik ışıklarında beklediği süre dahil, yolun tamamı için ortalama hızını hesapla.

Çözümü 1 ondalık basamağına yuvarlanmış yaz.

c) Trafik ışıklarında beklediği süreyi almadan, trenin hareket ettiği ortalama hızını hesapla.

Çözümü 1 ondalık basamağına yuvarlanmış yaz.

10. Zlatko'nun 25 litre sıvı sığdırabilen deposu vardır.

Silindir şeklinde birkaç küçük kutu doldurmak istiyor.

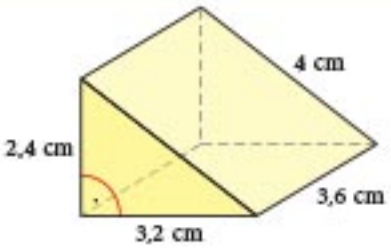
Her kutu 10 cm yüksek ve 3 cm yarıçapı vardır.

Zlatko 100 kutu doldurmak istiyor.

1 litre = 1000 cm^3 olduğunu unutma.

Zlatko'nun tüm 100 kutuyu doldurabilmesi için depoda yeterince sıvının olup olmadığını hesapla.

Nasıl çözdüğünü göster.



11. **a)** Resimde verilen prizmanın hacmini cm^3 ile hesapla.

b) Prizmanın hacmini mm^3 ile hesapla.

12. Önceki ödevde verilen prizmanın alanını hesapla.

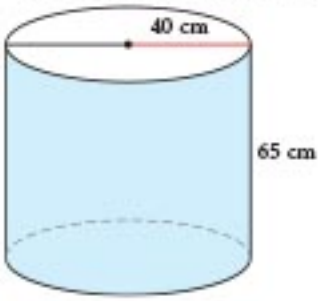
a) Çözümü cm^2'de yaz.

b) Çözümü cm^2'de yaz.

13. Aşağıdaki hacimleri verilen ölçü birimlerine dönüştür.

a) 3 m^3'ü cm^3'e **b)** 8000 mm^3'ü cm^3'e **c)** 4 cm^3'ü mm^3'e **ç)** 3500000 cm^3'ü m^3'e

14. Resimde silindirik şeklinde su deposu gösterilmektedir.



a) Deponun hacmini cm^3'le hesapla.

b) Deponun kapasitesini litrelerle yaz.

Çözümü en yakın litreye yuvarla.

15. Hacmi verilmiş depoların kapasitelerini milimetre ile yaz:

a) 450 cm^3 **b)** 1000 cm^3 **c)** 5000 mm^3

16. Deponun hacmi 2 m^3'tür.

Deponun kaç litre sığdırabileceğini hesapla.

10 Verilerle Çalışmak ve Problemler Çözmek

Öğretim amaçları

- Aşağıdakiler dahil diyagramlar seçiyor, çiziyor ve yorumluyor:
  - kesikli ve sürekli veriler hakkında frekans (sıklık) diyagramları;
  - zaman aralığı hakkında doğrusal (lineer) grafik;
  - bağıntı (ilişki) anlayışını geliştirmek amaçlı noktalı diyagramlar;
  - ardışık gövde-yaprak diyagramlar.
- Ayrık ve sürekli verilerle tablolar, grafikler ve diyagramlar yorumluyor, sonuçlar elde ediyor ve onları istatistik veriler ile ilk sorgulama bulgulara bağlıyor, biriktiriyor ve düzenliyor.
- Olasılık değerlendirmesi olarak relatif frekansı anlıyor ve bunu farklı bağlamlarda gerçekleştirdiği deney sonuçlarıyla karşılaştırmak için kullanıyor.
- Birbirini eleyen olasılıkların toplamı 1 olduğunu biliyor ve bunu olasılıkla problemler çözdüğü zaman uyguluyor.
- İki ardışık olaydan tüm sonuçları buluyor va kaydediyor.

10.1 Noktalı Diyagramlar ve Korelasyon

Kamp yapmak ve dondurma satışı

Frensis Galton, XIX yüzyılda yaşamış olan İngiliz matematikçisidir.

Korelasyon (Bağlılık) dahil, çok sayıda istatistik fikri tanımlamıştır.

Korelasyon, büyüklükler arasında uyumluluk ve bağımlılık gereğini dahil ediyor.

Örneğin, hava sıcak olunca elektrik enerjisi daha az harcanıyor.

Kullanılan elektrik enerji miktarı doğrudan havayla bağlıdır.

Hava sıcak olunca, daha fazla kişi kamp yapmaya gidiyor ve dondurma daha fazla satılıyor. Dondurma satışı ve kamp yapmak arasında uyumluluk var, fakat onlar birbirine doğrudan doğruya bağlı değildir, her ikisi havaya bağlıdır.





Noktalı diyagramlar

Noktalı diyagramlar, veri çiftlerini tamımlamak için kullanılıyor.

Koordinat sistemine noktaları „x“ işaretiyle tanımlıyoruz.

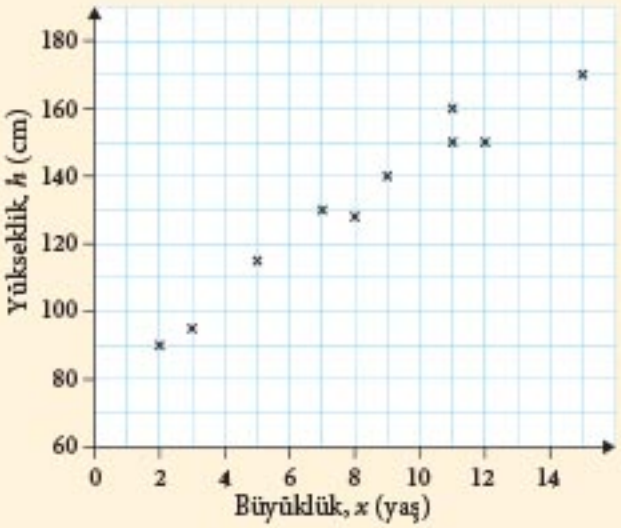
Noktalı diyagramlar çizdiğimiz zaman, noktaları dikkatli olarak çizmemiz gerekiyor.

Örnek 1

Tabloda birkaç çocuğun santimatrelerle yüksekliği (boyu) h ve büyüklüğü x yaşlarla verilmiştir.

Büyüklük, x (yaş)	2	3	5	7	8	9	11	11	12	15
Yükseklik, h (cm)	90	95	115	130	128	140	150	160	150	170

Bu verileri göstermen için noktalı diyagram çiz.



Korelasyon

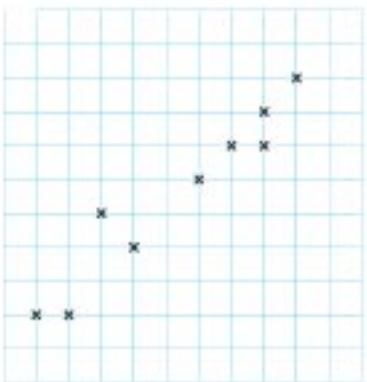
Noktalı diyagramları, veriler arasında **korelasyonu** göstermemiz gerektiği zaman kullanıyoruz.

Korelasyon iki değişken arasında bağlantıdır. Noktalı diyagramları yorumladığımız zaman, bir veya fazla noktanın eğilime ya da denemeye uymadığını görebiliriz.

Verilen diyagram **kuvvetli pozitif korelasyon** göstermektedir.

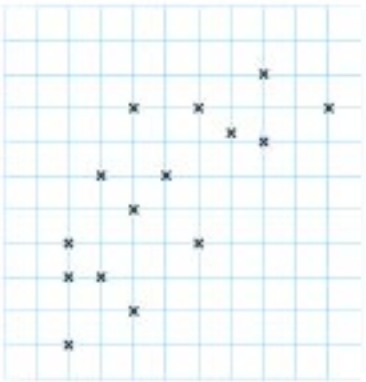
Noktalı diyagramda bu noktalar "aşağı soldan yukarı sağa doğru uzayan" tasarladığımız doğruya yakın bulunuyorlar.

Eğer noktalar doğru üzerine yatıyorsa, o zaman bu duruma kusursuz pozitif korelasyon deriz.



Bu diyagram, zayıf pozitif korelasyon göstermektedir.

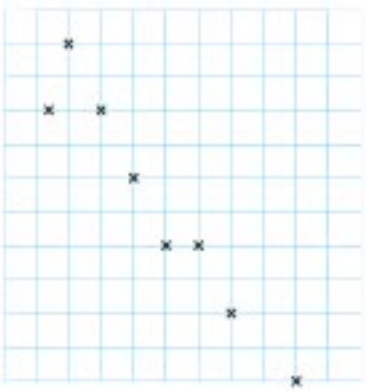
Noktalı diyagramda noktalar tasarlanan doğruya yakın değiller, fakat "aşağı soldan yukarı sağa" doğru eğilim hâlâ vardır.



Bu diyagram kuvvetli **negatif korelasyon** göstermektedir.

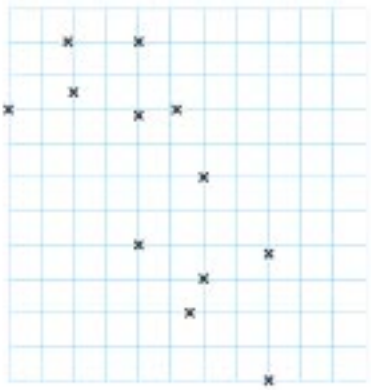
Noktalı diyagramda, noktalar "yukarı soldan aşağı sağa" uzayan, tasarlanan doğruya yakındır.

Eğer nokatalar doğru üzerine yatıyorsa, o zaman ona kusursuz negatif korelasyon denir.



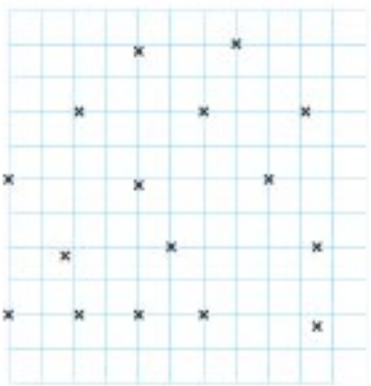
Bu diyagram zayıf negatif korelasyon göstermektedir.

Noktalı diyagramda, noktalar tasarlanan doğruya yakın değiller, fakat "yukarı soldan aşağı sağa" doğru eğilim hâlâ vardır.



Bu diyagram **korelasyon göstermiyor** ya da **sıfır korelasyon** göstermektedir.

Bu noktalı diyagramda hiçbir eğilim ya da durum gösterilmemiştir.



Örnek 2

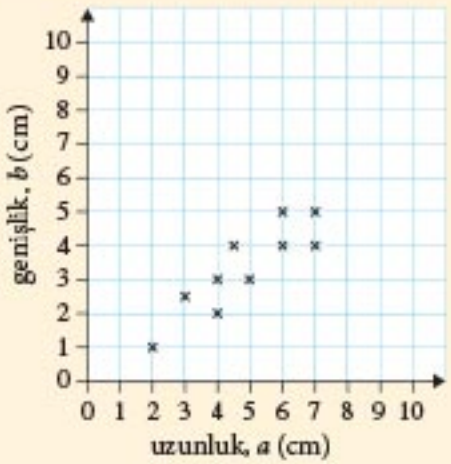
Tabloda, plajdan birkaç küçük taşın uzunluğu a santimetre ile ve genişliği b santimetre ile gösterilmektedir.

Uzunluk, a (cm)	4	5	4	6	4,5	3	7	7	2	6
Genişlik, b (cm)	2	3	3	4	4	2,5	4	5	1	5

a) Taşçıkların uzunluğunu ve genişliğini göstermen için noktalı diyagram çiz.

b) Noktalı diyagramda nasıl korelasyon gösterilmektedir?

a)



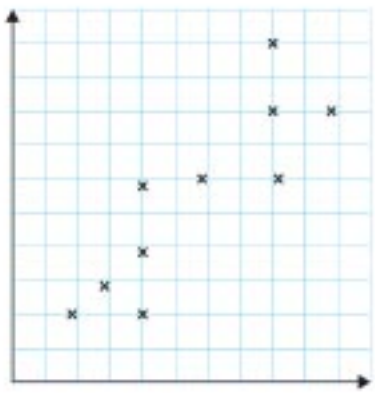
b) Noktalı diyagram pozitif korelasyon gösteriyor.

O demek ki daha uzun taşlar daha geniştir.

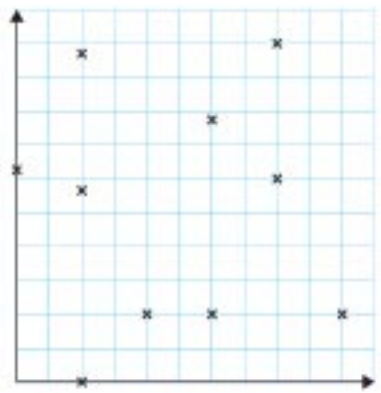
Ödevler

1. Petar, ev ödevi olarak şu noktalı diyagramları çizmiş.

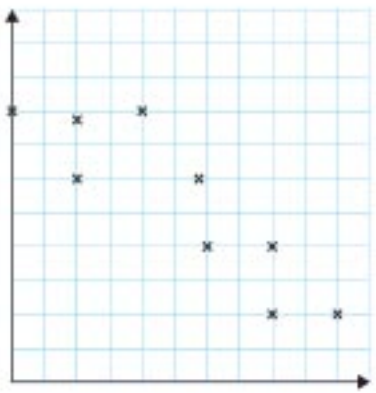
diyagram 1



diyagram 2



diyagram 3

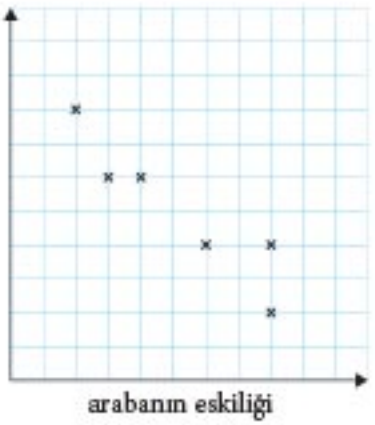


a) Hangi diyagram:

i negatif korelasyon gösteriyor

ii pozitif korelasyon gösteriyor

b) Bu noktalı diyagramın yatay ekseni „arabanın eskiliği" olarak işaretlenmiştir.



Aşağıdaki verilerden hangisiyle dikey ekseni belirtebilirsin?

Makinenin boyutu, renk, değer, kütle, uzunluk

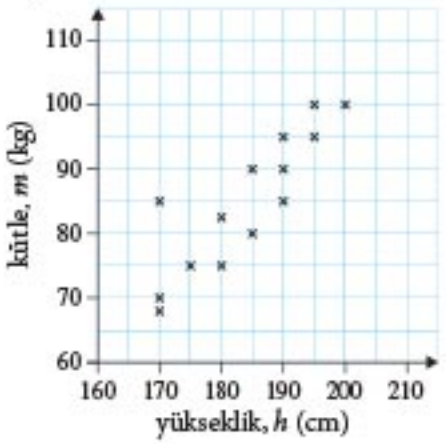
2. Tabloda bir öğrenciler grubundan her öğencinin gönderdiği yazılı mesajlar sayısı ve telefondan aramalar sayısı gösterilmiştir.

SMS mesajlar sayısı	16	18	20	24	25	30	38	42
Telefonda aramalar sayısı	40	39	35	32	28	22	12	8

a) Verileri noktalı diyagramda çiz.

b) Noktalı diyagramda gösterilen korelasyonu tanımla.

3. Noktalı diyagramda, bir futbol kulübün futbolcularının yüksekliğini h, cm ile ve bedensel kütleleri m, kg ile gösterilmiştir.



a) En hafif futbolcunun bedensel kütlesi ne kadardır?

b) En yüksek futbolcunun yüksekliği (boyu) ne kadardır?

c) Bir futbolcunun yüksekliğine göre daha büyük bedensel kütlesi var. Bu futbolcunun yüksekliğini ve bedensel kütlesini belirle.

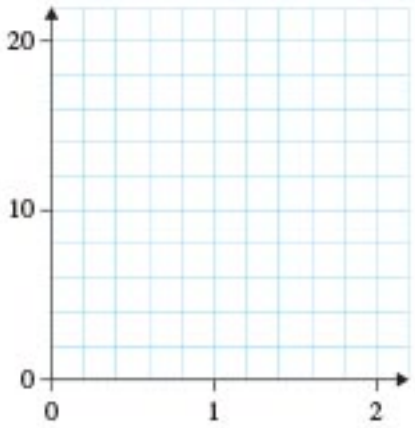
ç) Noktalı diyagarama göre korelasyonu belirle.

4. Zoritsa, son birkaç gün boyunca yaptığı birkaç gezinin sürelerini yazmış.

Mesafe (km)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3	3,5	4	4,5
Süre (dakika)	6	11	12	18	25	28	32	31	27	55

a) Verileri noktalı diyagramda çiz.

Verilen koordinat sistemini kullan. Yatay ekseni 5'e kadar, dikey ekseni ise 60'a kadar uzat.



b) Gezilerden biri, yüksekliklere tırmanmakmış.

Bu gezi kaç kilometre uzunmuş? Bu gezi ne kadar sürmüş?

c) Noktalı diyagramdaki veriler, nasıl korelasyonda olduklarını belirle.

5. Tabloda birkaç eski otomobilin fiyatı ve eskiliği gösterilmiştir.

Eskilik (yıl)	1	1	2	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fiyat (denar, bin)	15	12,5	10	9	10	7	12,5	6,5	4,5	2,5	3	2

a) Verileri noktalı diyagramda çiz.

b) Noktalı diyagramdaki veriler, nasıl korelasyonda olduklarını belirle.

c) Otomobillerden biri „özel seri"'ye aittir.

Bu hangi otomobildir, ne düşünüyorsun? Cevabını açıkla.

6. Bir sürücü kursu, öğrencilerini aldıkları derslerin sayısı ve sınavı geçmeden önce sınava girdikleri sayı ile ilgili veriler biriktiriyormuş.

Ders sayısı	15	18	20	25	30	40	30	60	50	45	35	70	60
Sınav sayısı	1	1	1	2	1	3	2	1	3	3	2	5	4

a) Verileri noktalı diyagramda çiz.

b) Noktalı diyagramdaki veriler, nasıl korelasyonda olduklarını belirle.

c) Aleksandar sınavı geçmeden önce kaç sürücü dersi gerektiğini öğrenmek istiyormuş.

Dikey eksende 10 saat için 2 cm ve yatay eksende her test için 2 cm oranları kullanınız.

Hangi veri çiftinin ihmal edilmesi gerekiyor? Cevabını açıkla.

7. Tabloda bir sınıftan öğrencilerin matematikten iki testte aldıkları sonuçlar gösterilmektedir.

Test 1	25	50	35	59	45	56	28	23	32
Test 2	30	52	40	64	48	59	30	30	83

a) Verileri noktalı diyagramda çiz.

b) Test sonuçlarından biri doğru yazılmamıştır.

I Bu sonuç hangisidir, ne düşünüyorsun?

II Bu sonuç ne kadar olmalıdır?

c) Maya ikinci test için okulda değilmiş. Birinci testte 40 puan kazanmış. Diyagramı kullanarak ikinci testte alabileceği sonucu tahmin et.

10.2 Deneysel Olasılık

Buffon İğnesi

Bu fikir, 1777 yılında, Buffon kontu Georges-Louis Leclerc tarafından kaydedilmiştir.

Bu deney için iğne gerekir, fakat iğne yerinde saman veya kibrit oduncuğu kullanılabilir.

Herbiri birbirine eşit ve birbirine paralel birkaç doğru parçası çizilmiştir. İki komşu doğru parçası arasındaki uzaklık iğnenin uzunluğuna eşit olmalıdır.

İğneyi doğru parçaların bulunduğu yüzeye atıyoruz. Defterde iğnenin doğru parçalardan bazısını dokunup dokunmadığını yazıyoruz.

Bu deney fazla kez tekrarlanıyor.

Ondan sonra "doğru parçasına değer" durumunun relatif (göreli) frekansı bulunur.

Deney yeterince kez tekrarlanırsa, o zaman frekans π sayısının değerini tahmin etmek için kullanılabilr.

Bu deneyin gerçekleştirilmesiyle, aslında geometrik olasılığının en eski problemlerinden birini çözmüş oluyoruz.



Relatif (Göreli) frekans



Bir iğne havaya atıldığında, iki mümkün durum vardır:

İğne sivri ucuyla aşağıya doğru ya da ucuyla yukarıya doğru düşebilir.

Bu iki çıktı eş olumlu olabilir, fakat eş olumlu olmaları da mecburi değildir.

Olasılığı doğrulamak için **deneme** yapabiliriz.

İğneyi birçok defa havaya atıp sonuçları yazabiliriz.

İğnenin her havaya atılışına **deney** denir.

Ondan sonra, yazdığımız sonuçları kullanarak, aşağıdaki formülün yardımıyla frekansları buluyoruz:

$$\textbf{Relatif frekans} = \frac{\text{başarılı sonuçlar}}{\text{toplam deneme sayısı}}$$

Relatif frekansı, bazen **deneysel olasılık** olarak da adlandırırız.

Relatif frekansı olayın sonuç olasılığını değerlendirmek için kullanıyoruz.

Olasılığın değerlendirilmesi için kullanılan deneme sayısı ne kadar büyükse, değerlendirme de o kadar daha iyi olacak.

Deneysel olasılığını bulmamız için, gereken deneme sayısı olası sonuçların sayısına bağlıdır.

Deneme sayısı, sonuçların sayısından yaklaşık 50 kat daha büyük olmalıdır.

Örneğin, iki olası sonuçlu hileli-para attığımız zaman, yaklaşık 100 atış yeterli olur.

Para attığımız zaman, „yazı" ve „tura" sonuçları eşit olasılıklıdır. Para hileli olunca, „yazı" ve „tura" sonuçları eşit olasılıklı değildir.

Deneyi tekrarladığımız zaman, aynı sonuçları elde edeceğimizi bekleyemeyiz.

Olasılığın uygulanması

Sıradan bir zarı fazla kez attığımız zaman, her altı sayının aynı kez gelmesini bekliyoruz.

Pratikte öyle değildir.

Her altı sayı, yaklaşık aynı kez düşüyor.

Örneğin, bir zarı 300 kez atarsak, her sayının

$\frac{1}{6} \cdot 300 = 50$ kez gelmesini bekliyoruz.

Pratikte, herhalde 50'ye yakın frekanslar elde edeceğiz.

Frekanslar çok farklıysa, o zaman zarın hileli olduğundan şüphelenebiliriz.

Örnek 1

Yovana çarkı 150 kez döndürmüş. Çarkın oku 40 kez kırmızıda durmuş.

a) Çarkın ibresi kırmızıda durmasının deneysel olasılığı ne kadardır?

b) Çark oyuncağın ibresi kırmızıda durmamasının deneysel olasılığı ne kadardır?

c) Çark 200 kez döndürülmüştür.
Çarkın ibresi kaç kez kırmızıda duracağını tahmin et.

a) $\frac{40}{150}$ — Kırmızı durduğu kez / Toplam deneme sayısı

b) $1 - \frac{40}{150}$ — P(sonuç çıkmamış) = 1 − P(sonuç çıkmış)

$= \frac{110}{150}$

c) $\frac{40}{150} \cdot 200$ — Olasılık · döndürüş sayısı

$= 53{,}(3)$

Sonuçlar sayısı tam sayı olarak verilmelidir.

İyi tahmin, kırmızıda yaklaşık 53 kez durmuş olmasıdır.

Örnek 2

Tome, bahçesinde bir çuval farklı renkte lale soğanı ekmiş.

Tüm laleler yetişmiş ve çiçek açmış.

Tabloda çiçek açan lalelerin renkleri gösterilmektedir.

Renk	kırmızı	sarı	turuncu	mor
Frekans	8	32	6	4

a) Tome kaç lale soğanı ekmiş?

b) Her rengin relatif frekansını hesapla.

c) **b)** şıkkındaki çözümleri kullanarak, 240 karışık lale soğanlı çuvaldan, elde edilecek mor lalelerin sayısını hesapla.

a) $8 + 32 + 6 + 4 = 50$ lale

b)

Renk	kırmızı	sarı	turuncu	mor
Frekans	8	32	6	4
Relatif frekans	$\frac{8}{50}$	$\frac{32}{50}$	$\frac{6}{50}$	$\frac{4}{50}$

c) $\frac{40}{150} \cdot 240 = 19{,}2$

Mor lalelerin tahmini sayısı 19'dur.

Örnek 3

Oyun zarı 240 kez atılmıştır.

Tabloda olası sonuçların frekansları gösterilmiştir.

Sonuç	1	2	3	4	5	6
Frekans	10	20	50	60	40	60

Zarın hileli olup olmadığını cevapla.

Cevabını açıkla.

$\frac{1}{6} \cdot 240 = 40$, buna göre her sonucun yaklaşık olarak 40 kez meydana geleceğini bekleyebiliriz.

10, 40'tan çok daha küçüktür, dolayısıyla zarın hileli olduğu sonucuna varabiliriz.

Zarı fazla kez atarsak, o zaman zarın hileli olduğunu kanıtlayabiliriz.

Ödevler

1. Bir otomobil salonunda, altı farklı renkte otomobiller satılıyor.

Tabloda her renkten otomobil sayısı gösterilmiştir.

Renk	beyaz	mavi	sarı	siyah	yeşil	gri
Frekans	11	4	2	12	5	6

a) Her otomobil rengi için relatif frekansı belirle.

b) Yönetici, rasgele bir otomobil seçmiş. Seçilen otomobilin sarı renkte olması olasılığını değerlendir.

2. Boyana otobüsünün kaç kez geciktiğini yazıyormuş. Toplam 45 kayıttan, otobüs altı kez gecikmiş.

a) Otobüsün yarın gecikeceği olasılığını değerlendir.

b) Boyana, otobüse haftada 10 kez biniyor. Otobüsün kaç gez gecikeceğini bekleyebilir?

3. Bir oyun zarı 20 kez atılıyor.

Frekans tablosunda 1'den 6'ya kadar her sayının kaç kez geldiği gösterilmektedir.

Sayı	1	2	3	4	5	6
Frekans	2	6	4	7	0	1

a) Bu zar için 4 sayısının relatif frekansı ne kadardır?

b) Eğer zar hileliyse, o zaman tablodaki sonuçlara göre, sıradaki atışta 4'ün gelme olasılığını değerlendir.

c) Eğer zar hileli değilse, o zaman sıradaki atışta 4'ün gelme olasılığını yaz.

4. Uçağın gecikmeyle iniş yapma olasılığı 0,3'tür.

Toplam 300 uçuştan, uçağın kaç kez gecikmeyle iniş yapmasını bekliyorsun?

5. Bir şirket bilgisayar parçaları üretiyor.

Parçaların ne kadar dayanıklı olduğunu tespit etmek için 300 parça üzerine test yapmışlar.

25 parça 500 saatten daha az dayanmış.

220 parça 500 ile 2000 saat arasında dayanmış.

Kalan parçalar 2000 saatten daha uzun dayanmış.

a) Bir parçanın 500 saatten daha az dayanacağı olasılığını değerlendir.

b) Bir parçanın 2000 saatten daha fazla dayanacağı olasılığını değerlendir.

c) Bir mağaza 4000 parça sipariş etmiş.

Onlarda kaçının 500 saatten daha az dayanacağını değerlendir.

6. Sofiya'nın, altılar istediği kadar gelmediği zarı varmış.

Zarın altılara göre hileli olup olmadığını görmek için deney yapmış.

Zarı 100 kere atmış ve her atış sırasına 6'nın gelip gelmediğini yazıyormuş.

Sağdaki tabolda 10'ar olarak gruplandırılmış sonuçlar gösterilmektedir.

„6" altının geldiği demektir, „H" ise hayır ya da altının gelmediği demektir.

H	H	H	H	6	H	H	H	6	6
H	H	6	H	H	H	H	H	6	6
6	H	H	H	H	H	H	6	H	H
H	H	H	H	H	6	H	H	H	H
H	6	H	H	H	H	H	H	H	6
H	H	H	H	H	H	H	H	6	H
H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
H	6	H	H	H	H	H	H	H	H
H	H	H	6	H	H	H	H	H	H
H	H	H	H	H	H	6	H	H	6

a) 6'nın 10 atıştan sonra relatif frekansını hesapla.

b) 6'nın 20 atıştan sonra relatif frekansını hesapla.

c) 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 ve 100 atış için relatif frekansı hesapla.

Sonuçları göstermek için verilen tabloyu defterine geçir ve tabloyu tamamla.

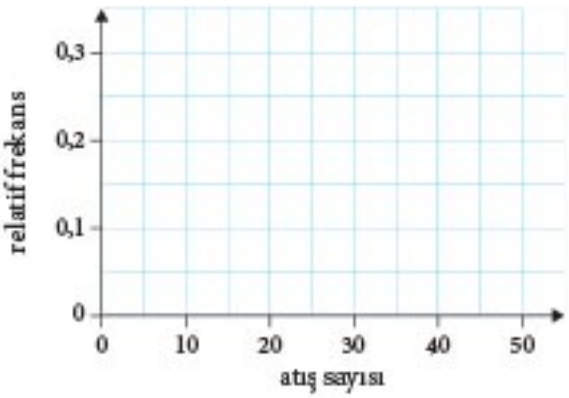
Gerekli olan yerlerde, relatif frekansı iki ondalık basamakla yaz.

Atış sayısı	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
6'nın frekansı	3									
6'nın relatif frekansı	$\frac{3}{10} = 0{,}3$									

ç) Verilen koordinat sistemini defterinde çiz.

Yatay ekseni 100'e kadar uzat.

Koordinat sisteminde, tablodaki noktaları belirt.



d) Atış sayısı artarsa, relatif frekansla ilgili diyagram ne gösteriyor?

e) Zarın 6 sayısına göre hileli olduğunu düşünüyor musun?

Cevabını açıkla.

7. Verilen çarkın beş eşit bölümü vardır.

Ana ve Selma, çarkın hileli olup olmadığını tespit etmek istiyorlar.

Onlar okun kırmızıda durma olasılığını tahmin etmişler.



a) Ana, çarkı 10 kez döndürmüş.

Ok kırmızıda üç kez durmuş.

Bu döndürmelerden sonra kırmızının relatif frekansı ne kadardır?

b) Selma çarkı 100 kez döndürmüş.

Ok kırmızıda sekiz kez durmuş.

Selma'nın sonuçlarıyla, aranan olasılık hakkında neden daha iyi değerlendirme yapılabileceğini açıkla.

c) Ana ve Selma'nın sonuçlarını birleştir.

Bu çarkın ibresi kırmızıda durma olasılığını değerlendirmek için birleşik sonuçları kullan.

ç) Çarkın hileli olmadığını düşünüyor musun?

Açıklaman için **c)** şıkkındaki cevabı kullan.

8. Dört kenarlı bir çark hilelidir.

Her sayının olasılığın değerlendirilmesi için, deney birkaç kez tekrarlanıyor.

Tabloda sonuçların bazıları gösterilmiştir.

Sayı	1	2	3	4
Relatif frekans	0,1			0,3

Çark 2'de, 3'ten iki misli daha sıkça duruyor.

Çark 50 kez döndürülüyor.

Kaç kez 2'de duracağını bekleyebiliriz? Nasıl karar verdiğini göster.

Dört olasılığın toplamı 1 olması gerektiğini unutma.

9. Tüm dört olanağın toplamı 1 olduğunu unutma.

Tablolar, 120 döndürmeden sonra, her iki çarkın sonuçlarını göstermektedir.

Çark A	
Sonuç	Frekans
1	28
2	32
3	29
4	31

Çark B	
Sonuç	Frekans
1	24
2	23
3	25
4	48

Çarklardan sadece biri hileli değildir.

Hangi çarkın hileli olmadığını düşünüyorsun? Cevabını açıkla.

10.3 Birbirini Eleyen Sonuçlar

Bir demir parayı havaya atınca, yere düştükten sonra „yazı" veya „tura" gelebilir. İki sonuç aynı anda meydana gelemez. Aynı anda meydana gelemeyen sonuçlar, sadece biri ya da öteki sonuç meydana gelebildiği sonuçlar için **birbirini elediğini** diyoruz.

Örnek 1

Bir oynama zarı atılıyor.

A ve B sonuçlarını birbirini eleyip elemediğini belirle.

Cevabını açıkla.

a) A: 6 sayısı gelmiş. B: 3 sayısı gelmiş.

b) A: 2 sayısı gelmiş. B: Çift sayı gelmiş.

a) Sonuçlar birbirini eliyor.

6 ve 3 sayıları aynı anda gelemez.

b) Sonuçlar birbirini elemiyor.

Çift sayılar 2, 4 ve 6 sayılarıdır. 2 sayısı gelirse, o zaman bu sayı aynı zamanda hem çift sayıdır.

Birbirini eleyen sonuçların olasılıklarının toplamı

Bir olay için birbirini eleyen tüm sonuçların olasılıklarının toplamı 1'dir, çünkü sonuçlardan biri kesin olarak meydana gelecek.



Çarkın altı bölümü var, hepsi aynı büyüklüktedir.

Üç renk aynı olasılıklı değildir.

Renklerin olasılıkları şudur:

$P(\text{kırmızı}) = \frac{2}{6}$ $P(\text{beyaz}) = \frac{1}{6}$ $P(\text{mavi}) = \frac{3}{6}$

P(kırmızı), çarkın kırmızı bölümde duracağı olasılığını belirtiyor.

Bu üç renk dışında, çarkta başka renkler yoktur, öyle ki çark döndürülünce, kesin olarak bu üç renkten birinde duracak.

Bu demek ki üç olasılığın toplamı 1'dir.

Bu sonuçlardan ikisinin olasılığını bilirsek, o zaman üçüncü sonucun olasılığını kolayca bulabiliriz.

Örnek 2

Andrea'nın dört renkli çarkı var.

Tabloda üç rengin olasılığı verilmiştir.

Renk	kırmızı	beyaz	sarı	yeşil
Olasılık	0,1	0,25	0,4	

Çarkın yeşil renkte durması olasılığı ne kadardır?

Sonuçlar birbirini eliyor.

Başka olası renk yoktur.

Bu yüzden dört olasılığın toplamı 1'dir.

P(kırmızı, beyaz veya sarı) = 0,1 + 0,25 + 0,4 = 0,75.

P(yeşil) = 1 − 0,75

= 0,25.

Ödevler

1. Oynama zarı atılıyor.

A ve B sonuçları birbirini eliyor mu?

Her cevabını açıkla.

a) A: 4 sayısı gelmiş. B: 5'ten daha küçük sayı gelmiş.

b) A: Çift sayı gelmiş. B: Tek sayı gelmiş.

c) A: Çift sayı gelmiş. B: 4'ten daha büyük sayı gelmiş.

2. Boyan'ın misketlerle dolu kutusu var.

Kutuda, kırmızı, sarı, mavi ve yeşil misketler vardır.

Aşağıdaki tabloda kırmızı, sarı veya mavi misket seçilme olasılığı gösterilmektedir.

Renk	kırmızı	sarı	mavi	yeşil
Olasılık	0,1	0,4	0,2	

Boyan'ın yeşil misket seçeceği olasılığı ne kadardır?

3. Bir kutuda birkaç disk vardır.

Diskler 1, 2, 3, 4 ya da 5 sayılarıyla işaretlenmiştir.

Kutudan gelişine bir disk seçiliyor.

„Gelişine" demek ki her diskin eşit seçilme olasılığı vardır.

a) Her sayının seçilme olasılıklı tabloyu deftere geçir ve tamamla.

Sayı	1	2	3	4	5
Olasılık	0,15	0,25	0,1		0,35

b) Hangi olasılık daha büyüktür, tek sayılı diskin yoksa çift sayılı diskin mi seçilmesi?

4. Bir kutuda sadece kırmızı, sarı ve turuncu şekerler var.

Kutudan gelişine bir şeker alınıyor.

Tabloda kırmızı şeker seçme olasılığı ve sarı şeker seçme olasılığı gösterilmektedir.

Şeker	kırmızı	sarı	turuncu
Olasılık	0,2	0,35	

Bir turuncu şeker seçme olasılığı ne kadardır?

5. Bir demir para havaya atılınca, yere düştükten sonra, paranın üst tarafında „yazı" (Y) ya da „tura" (T) meydana gelebilir.

Aynı anda iki para havaya atılıyor.

Dört olası sonuç vardır: YY, YT, TY ve TT

a) Aynı anda üç para atılırsa, kaç olası sonuç vardır?

b) Tüm üç paranın aynı tarafa düşmesi olasılığı ne kadardır?

6. İki kutuda kırmızı ve sarı misketler vardır.

Her iki kutu aynı sayıda misket içeriyor.

A kutusunda bir kırmızı misketi seçme olasılığı 0,5'tir.

Her kutuda misket sayısı olarak bir değer seç. Dikkat et, o değeri 0,5 ve 0,2 ile çarptığın zaman tam sayı elde etmelisin.

B kutusundan bir kırmızı misket seçme olasılığı 0,2'dir.

Her iki kutudan tüm misketler üçüncü C kutusuna geçiriliyor.

C kutusundan bir kırmızı misket seçme olasılığı ne kadardır?

7. Teo'nun annesi her gün meyve tabağından Teo'ya meyve veriyor.

Tabloda meyve tabağından her meyve türü için seçilme olasılığı gösterilmektedir.

Meyve	elma	armut	muz	portakal
Olasılık	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{8}$	

Meyve tabağında olabilecek en az portakal sayısı ne kadardır?

Çözümü açıkla.

İlk önce bir portakalın seçilme olasılığını belirle. Ondan sonra paydaların en küçük ortak katını belirle.

8. Bir çocuk oyununda resimli kartlar kullanılıyor.

Tabloda otobüs resimli, otomobil resimli ve motosiklet resimli kartın seçilme olasılığı verilmiştir.

Resim	otobüs	otomobil	bisiklet	motosiklet
Olasılık	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$

a) Bisiklet resimli kartın seçilme olasılığı ne kadardır?

b) En olası sonuç hangisidir?

c) Otobüs resimli kartın seçilmeme olasılığı ne kadardır?

ç) Belirli oyun sayısından sonra, motosiklet resimli kart 15 kez seçilmiştir.
Kaç oyun oynanmıştır?

10.4 Sonuçlar Tablosu

İki ardışık olayın tüm olası sonuçlarını tabloda yazabiliriz. Tüm sonuçların yazılmış bu gibi tabloya **sonuçlar tablosu** denir.

Örnek 1

Aynı anda bir kırmızı zar ve bir mavi zar atılıyor.

Sonuçlar tablosunda tüm olası sonuçları göster.

		kırmızı zar					
		1	2	3	4	5	6
mavi zar	1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)	(6, 1)
	2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)	(6, 2)
	3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)	(5, 3)	(6, 3)
	4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)	(5, 4)	(6, 4)
	5	(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	(5, 5)	(6, 5)
	6	(1, 6)	(2, 6)	(3, 6)	(4, 6)	(5, 6)	(6, 6)

Örnek 2

Aynı anda iki hileli olmayan zar atılıyor, biri kırmızı, diğeri mavi.

Zarın her sayısı eşit olasılıkta olması, hileli olmayan zar demektir.

İki zarın üst tarafında gelen sayılar toplanıyor.

a) Sonuçlar tablosunda tüm olası sonuçları göster.

b) Aşağıdaki olasılıkları belirlemek için tabloyu kullan:

i Toplam 3'tür

ii Toplam 12'dir

iii Toplam 6'dan büyüktür.

c) Hangi toplam en olasılıklıdır?

a)

		mavi zar					
		1	2	3	4	5	6
kırmızı zar	1	2	③	4	5	6	7
	2	③	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

b) **i** P(3'e eşit toplam) $= \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

3 sayısının tabloda kaç kez meydana geldiğini sayıyoruz (yuvarlanmış olarak gösterilmiştir).

ii P(12'e eşit toplam) $= \frac{1}{36}$

Toplam olası sonuçla bölüyoruz.

iii P(6'dan daha büyük toplam) $= \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$

Mümkünse kesiri sadeleştiriyoruz.

c) En olasılı toplam 7'dir. 7 toplamı, altı şekilde elde edilebilir.

Ödevler

1. Bir para ve bir zar aynı anda atılıyor.

Tüm olası sonuçları göstermen için aşağıdaki tabloyu deftere geçir ve tamamla.

		zar					
		1	2	3	4	5	6
para	Y	Y, 1					
	T						

2. Aynı anda iki hileli olamayan zar atılıyor.

İki zarın üst tarafında gelen sayılar, çarpılıyor.

a) Sonuçlar tablosunda tüm olası sonuçları göster.

b) Çarpım 10 ya da 10'dan küçük elde edilme olasılığı ne kadardır?

c) 20'den daha büyük çarpımın elde edilme olasılığı ne kadardır?

ç) Çift sayı çarpımın elde edilme olasılığı ne kadardır?

3. Bir oyunda aynı anda iki hileli olmayan zar atılıyor.

Zarların üst tarafına gelen sayılar çıkarılıyor.

Sonuçlar tablosunda birkaç böyle fark gösterilmektedir.

		zar 1					
		1	2	3	4	5	6
zar 2	1	0	1	2			
	2	1	0				
	3	2					
	4						
	5						
	6						

a) Fark 0 nasıl elde edilebilir?

b) Sonuçlar tablosunu defterine geçir ve tamamla.

c) Fark 1'in elde edilme olasılığı ne kadardır?

ç) Fark – çift sayının elde edilme olasılığı ne kadardır?

d) 4'ten daha küçük farkın elde edilme olasılığı ne kadardır?

e) Hangi farkın $\frac{1}{18}$ olasılığı var?

4. Üç kenarlı hileli olmayan çarkta 1, 3 ve 5 sayıları yazılmıştır.

Aynı anda çark çevriliyor ve bir hileli olmayan zar atılıyor.

Elde edilen iki sayının toplamını yazıyoruz.

Sonuçlar tablosunda toplamların bazıları gösterilmektedir.

		zar					
		1	2	3	4	5	6
çark	1	2	3				
	3	4					
	5						11

a) Sonuçlar tablosunu deftere geçir ve tamamla.

b) 9 toplamının elde edilmesi olasılığı ne kadardır?

c) 6'dan daha küçük toplamın elde edilmesi olasılığı ne kadardır?

5. Bir kutuda 5 disk vardır.

Diskler 2, 4, 6, 8 veya 10 sayılarla işaretlenmiştir.

Kutuya bakmadan rasgele bir disk seçiliyor.

Ondan sonra aynı disk kutuya geri koyuluyor.

Kutuya bakmadan rasgele ikinci disk seçiliyor.

İki diskin sayıların toplamını yazıyoruz.

Sonuçlar tablosunda toplamların bazıları gösterilmektedir.

		disk 1				
		2	4	6	8	10
disk 2	2	4	6	8		
	4	6	8			
	6	8				
	8					18
	10				18	20

a) Sonuçlar tablosunu deftere geçir ve tamamla.

b) Toplamın 16 olması olasılığı ne kadardır?

c) Hangisi daha büyüktür – toplamın tam kare olması olasılığı mı, toplamın tam küp olması olasılığı mı?

Çözümü açıkla.

16 tam karedir çünkü $4 \cdot 4 = 16$.
27 tam küptür çünkü $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.

6. İki hileli olmayan çark 0, 1 ve 2 sayılarını gösteriyor.

İki çark oyuncağı çevriliyor.

Elde edilen iki sayının çarpımını yazıyoruz.

Sonuçlar tablosunda olası çarpımlardan bazıları gösterilmektedir.

		çark 1		
		0	1	2
çark 2	0	0		
	1			2
	2		2	4

a) Sonuçlar tablosunu deftere geçir ve tamamla.

b) Mariya diyor ki: „Sadece dört çarpım var, onlardan biri 0'dır. Buna göre çarpım = 0 elde edilme olasılığı $\frac{1}{4}$'tür."

Mariya neden hata yaptığını açıkla.

Çarpımların kaç şekilde elde edildiğini düşün.

Tekrarlama ödevleri

1. Marko diyor ki: „Süpermarkette daha az kasa çalıştığı zaman, daha uzun zaman beklemem gerekiyor".

Haklı olup olmadığını tespit etmek için şu verileri biriktirmiş:

Çalışan kasa sayısı	3	4	8	6	12	5	10	9
Bekleme zamanı (dakika)	4	3	5	8	2	3	5	4

a) Verileri göstermen için noktalı diyagram çiz.

b) Marko'nun haklı olduğunu düşünüyor musun? Cevabını açıkla.

2. Bir otoparkta rasgele otomobillerden biri seçiliyor.

A ve B sonuçları birbirini eleyip elemediklerini belirt.

Cevabını açıkla.

a) A: Otomobilin direksiyonu sol taraftadır.
B: Otomobilin direksiyonu sağ taraftadır.

b) A: Otomobil kırmızıdır.
B: Otomobil mavidir.

c) A: Otomobilin önde koltukları var.
B: Otomobilin arkada koltukları var.

3. Bir oynama zarı hileli zardır.

Tabloda zarı atarken 1, 2, 3, 4 ve 5 sayıların gelme olasılıkları gösterilmiştir.

Sonuç	1	2	3	4	5	6
Olasılık	0,15	0,1	0,05	0,1	0,2	

6'nın gelme olasılığını belirle.

4. Yusuf, restoranda sandviçler yapıyor ve satıyor.

Tabloda yaptığı her sandviç türü için satma olasılıkları gösterilmektedir.

Sonuç	köfteli	tonlu	salatalı	yumurtalı	salamlı
Olasılık	0,3	0,41	0,1	0,25	0,2

a) Tabloda yanlış var mı?

b) Tonlu sandviç olasılığı doğru değildir.

Bu olasılığın ne kadar olması gerekiyor?

c) Yusuf, kendi sandviç restoranında satmak için 200 sandviç yapmış.

Onlardan kaçı köfteli olması beklenebilir?

5. Bir çarkın üç eşit bölümü vardır.

Bu bölümler 3, 4 veya 5 sayılarıyla işaretlenmiştir.

Çark iki defa döndürülüyor.

Elde edilen iki sayının toplamını yazıyoruz.

a) Olası toplamları göstermen için frekans (sıklık) tablosunu deftere geçir ve tamamla.

		İkinci dönüş		
		3	4	5
birinci dönüş	3			
	4			
	5			

b) 8 toplamının elde etme olasılığı ne kadardır?

c) Toplamın tek sayı olma olasılığı ne kadardır?

6. Zerina, çiviyi 120 kez atmış.

Ucuyla yukarıya doğru 35 kez düşmüş.

a) Çivinin ucuyla yukarıya doğru düşmesinin relatif frekansı ne kadardır?

b) Zerina, çiviyi 500 kez atmayı düşünüyor.

Çivinin ucuyla yukarıya doğru kaç kez düşmesi beklenebilir?

7. Sınıftan üç öğrenci kendine birer zar yapmış.

Her biri zarın hileli olup olmadığını tespit etmek için, zarı atıyormuş ve sonuçları yazıyormuş.

Tabloda üç öğrencinin sonuçları gösterilmektedir.

	1	2	3	4	5	6
Anya	20	20	20	20	20	20
Boyana	9	11	12	8	9	11
Ema	14	16	12	11	12	25

Şu soruları cevapla. Cevabını açıkla.

a) Hangi öğrenci muhtemelen hileli olmayan zar yapmış?

b) Hangi öğrenci muhtemelen hileli zar yapmış?

c) Hangi öğrencinin hile yaptığı ve zarı hiç atmamış gibi görünüyor?

Konu 1 ve 6 için Öz Sınama Ödevleri

Sayı ve Problemler Çözmek

1. İfadeleri yaz. Boşluklarda eksik olan sayıları yaz.

a) $17{,}26 \cdot 1000 = \ldots\ldots$

b) $3{,}8 : \ldots\ldots = 0{,}038$

2. Hesapla: $34{,}2 : 6$

3. Şu çarpım verilmiştir:

$37 \cdot 291 = 10767$

Hesapla:

a) $3{,}7 \cdot 2{,}91$

b) $107{,}67 : 0{,}37$

4. Şu sayılar verilmiştir:

0,01 0,1 1 10 100

Aşağıdaki ifadelerin doğru olmaları için bu sayılardan dördünü kullan.

Bir sayıyı en çok bir kez kullanabilirsin.

$24 \cdot \ldots = 24 : \ldots$

$24 : \ldots = 24 \cdot \ldots$

5. Şu kesir verilmiştir:

$$\frac{26{,}3 + 47{,}9}{107{,}4 - 3{,}29}$$

a) Sonucu hesap makinesiyle hesapla.

Hesap makinesiyle elde edilen tüm rakamları yaz.

b) Çözümü 3 ondalık basamağa yuvarla.

6. İfadeleri yaz. Doğru eşitlik elde etmen için boş yerlerde sayılar yaz.

a) $4{,}68 : 0{,}8 = 4{,}68 \cdot \square : 8$

b) $56{,}3 \cdot \square = 56{,}3 \cdot 7 : 100$

7. İfadeleri yaz. Doğru eşitlik elde etmen için boş yerlerde sayılar yaz.

a) $265 \cdot ... = 2{,}65$

b) $45{,}8 : ... = 458$

8. Aşağıdaki eşitlik Nikola'nın ev ödevinin bir bölümüdür.

$263 \cdot 1{,}15 = 241$

Nikola hata yapmış.

Doğru çözümü hesaplamadan Nikola'nın hata yaptığını nasıl söyleyebileceğini açıkla.

9. Eksik olan üssü yaz: $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^{\square}$

10. Şunun değerini hesapla: $5^3 + 13^2$

11. Şunların değerlerini hesapla:

a) 2^{-1} **b)** 2^4

12. İfadeleri sadeleştir. Çözümleri üslü ifade şeklinde yaz.

a) $x^3 \cdot x^{-5} : x^4$

b) $(y^3)^5 : y^4$

13. Aşağıdaki sayı dizisi verilmiştir.

2, 6, 7, 9, 16, 24, 30, 60

Aşağıdaki ifadelerin doğru olmaları için, boş yerleri sayılarla doldur:

a) _____ ve _____ 12'nin bölenleridir.

b) _____ ve _____ 15 sayısının katlarıdır.

c) _____ ve _____ asal sayılardır.

ç) _____ ve _____ tam karelerdir.

14. $\frac{45}{54}$ kesrini kısaltılamaz kesir şeklinde yaz.

15. $\frac{26}{7}$ kesrini, tam sayılı kesir biçiminde yazınız.

16. 84'ün $\frac{1}{6}$'ini hesapla.

17. İfadeyi yaz ve ifadeyi =, < veya > işaretlerden biriyle tamamla.

$\frac{15}{100} \square \frac{1}{5}$

18. Aralarında denk olan kesirleri yaz.

$\frac{7}{27}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{32}{40}$, $\frac{28}{32}$, $\frac{20}{25}$

19. Hesapla $2\frac{1}{3} + 1\frac{2}{5}$

20. Hesapla 75'in $\frac{2}{5}$'sini.

21. $\frac{2}{5}$'nin $\frac{4}{7}$'ünü.

22. İfadeyi yaz ve doğru eşitlik elde etmen için boş yerde kesir yaz.

$2\frac{1}{3} \cdot \square = 5\frac{5}{6}$

23. Hesapla: **a)** 4^3 **b)** $\sqrt{324}$

24. Şunların değerlerini hesapla:

a) $\sqrt[3]{125}$ **b)** 8^0

25. Aşağıdaki ifadelerin doğru olmaları için verilen sözlerden uygun olanını seç.

küp **karekök** **kare** **küp kökü**

a) 14'ün _____'si 196'dır

b) 125'in _____'ü 5'tir

26. Aşağıdaki eşitliğin doğru olması için parantezler kullan.

$7 \cdot 2 + 1 - 4 = 17$

27. Hesapla:

a) $(4 + 17) \cdot 5 - 3$

b) $4^2 + 48 : (4^2 - 4)$

28. Alek, bir bitkinin yüksekliğini ölçüyormuş.

Birinci haftanın başlangıcında bitki 36 mm yüksekmiş.

Bir hafta sonra bitki 63 mm yüksekmiş.

Bitkinin yüksekliği yüzde kaç için arttığını hesapla.

29. Zina'nın banka hesabında 1500 denar birikimi vardır.

Banka %4 basit yıllık faiz oranı hesaplıyor.

Yılın sonunda Zina'nın banka hesabında toplam para miktarını hesapla.

30. Bir restoranda, hesaba hizmet ücreti olara %15 ekleniyor.

450 denarlık hesap için hizmet ücreti ne kadardır?

31. Fahreta, yeni otomobil satın almış.

Birinci yıldan sonra otomobil değerinin %23'ünü kaybediyor.

Birinci yılın sonunda Fahreta'nın otomobilinin 657580 denar değeri varmış.

Fahreta otomobil için ne kadar para ödemiş?

Çözüme nasıl geldiğini göster.

32. Aleksandar kırmızı boyayı beyaz boyayla 5 : 1 orantıda karıştırmış.

a) 2 litre beyaz boyayla ne kadar kırmızı boya karıştırması gerektiğini hesapla.

b) 2,5 litre kırmızı boyayla ne kadar beyaz boya karıştırması gerektiğini hesapla.

33. Bir trende büyükler ve çocukların oranı 4 : 3'tür.

Trende 120 çocuk vardır.

Trende toplam kaç kişinin olduğunu hesapla.

34. 63 : 35 : 49 ölçeğini en basit şeklinde yaz.

35. Alek 2,4 kg çakıl, 1,5 kg kum ve 600 g çimento karıştırmış.
Çakıl : kum : çimento ölçeğini en basit şeklinde yaz.

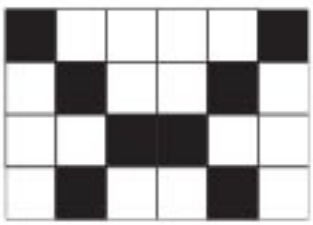
36. Hırvat Kunası ve Makedon Denarı arasındaki döviz kuru 1 kuna = 8,14 denardır.

a) 250 kunayı denara dönüştür

b) 7500 denarı kunaya dönüştür.

Çözümü iki ondalık basamağına yuvarla.

37. Resimde siyah ve beyaz kareciklerden düzen gösterilmektedir.



Siyah kareler : beyaz kareler ölçeğini en basit şeklinde yaz.

38. Kurabiye yapmak için malzemeler verilmiştir.
Bu tarif 12 kurabiye içindir.

a) Petar 24 kurabiye yapmak istiyor.
Ne kadar şekere ihtiyacı olacak?

b) Slagyana 6 kişi için kurabiye hazırlıyor.
Ne kadar yağa ihtiyacı olacak?

c) Gordana 20 kişi için kurabiye hazırlıyor.
Ne kadar una ihtiyacı olacağını hesapla.

Kurabiye tarifi

180 g un
60 g şeker
120 g yağ

12 kurabiye için

39. Limonata, limon suyu ve suyun 2 : 7 orantısında karıştırılmasıyla yapılıyor.

a) 800 ml limonlu suyu ile ne kadar suyun karıştırlması gerektiğini hesapla.

b) Daniela, parti için 36 litre limonata yapmak istiyor.
Daniela'nın ne kadar limon suyuna ihtiyacı vardır.

40. Şu dört oran verilmiştir:

9 : 21 30 : 80 24 : 56 60 : 140

Bu oranlardan üçü eşdeğerlidir.
Diğer üç orandan farklı olan oranı hesapla.

41. Amerikan Doları ($) ve Avro (€) arasında döviz kuru 1$ = 0,90€'dur.

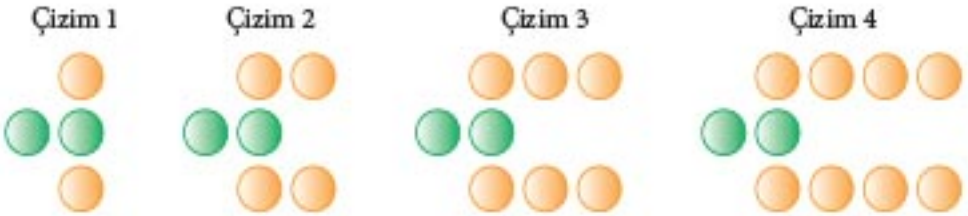
a) 420$'ı avroya dönüştür.

b) 160€'yu dolara dönüştür. Çözümü iki ondalık basamağa yuvarla.

42. **a)** Dizide sıradaki terimi belirle 4, 7, 10, 13, ...

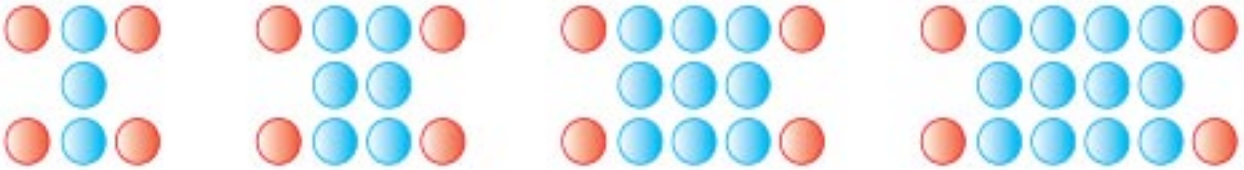
b) Dizide sıradaki terimi belirle 25, 18, 11, 4, ...

43.



Dizide sıradaki çizimi çiz.

44. Çizim 1 Çizim 2 Çizim 3 Çizim 4



a) Çizimler dizisinin tablosunu yaz ve tamamla.

Çizim	1	2	3	4	5	6
Daire sayısı	7	10				

b) Daireler sayısı dizisinde „sıradaki terimi belirleme" kuralını yaz.

c) n-inci çizimde daireler sayısı formülünü yaz.

ç) Çizim 40'ta dairelerin sayısını bul.

d) Dizide bir çizimin 232 dairesi var.

Bu çizim için n değerini belirle.

45. Şu dizi verilmiştir: 5, 10, 20, 40, ...

a) Dizide „sıradaki terimi belirleme" kuralını sözlerle yaz.

b) Dizinin sıradaki terimini belirle.

46. Şu dizinin sıradaki iki terimini belirle 29, 26, 21, 14, 5, ...

47. n-inci terimi $n^2 + 5$ olan dizinin ilk üç terimi hesapla.

48. Aşağıdaki dizilerde n-inci terimi belirle.

a) 3, 6, 9, 12, ...

b) 17, 14, 11, 8, ...

49. Aşağıdaki dizilerde n-inci terimi belirle.

a) 1, 4, 9, 16, ...

b) 1, 8, 27, 64, ...

50. Çizim 1 Çizim 2 Çizim 3 Çizim 4



a) Çizim 5'i çiz.

b) Çizimler dizisi için tabloyu çiz ve tamamla.

Çizim, n	1	2	3	4	5
Daire sayısı	$2 = 1 \cdot 2$	$6 = 2 \cdot 3$	$12 = 3 \cdot 4$		

c) n-inci çizimde daire sayısını bulma kuralını yaz.

51. Berova ve Ustruga arasındaki mesafe yaklaşık 195,73 mildir.

Berova'dan Ustruga'ya kadar kaç kilometre olduğunu hesapla.

Konu 2 ve 7 için Öz Sınama Ödevleri

Cebir ve Problemler Çözmek

1. $p = 5r$

$r = 4{,}5$ olunca p'yi hesapla.

2. $L = 2a + 2b$

$a = 6$ ve $b = 9$ olunca L'yi hesapla.

3. $E = \frac{1}{2}mv^2$

a) $m = 7$ ve $v = 12$ olunca E'yi hesapla.

b) $E = 32$ $m = 9$ olunca v'yi hesapla.

c) Formülden m'yi ifade et.

4. $P = 2\pi rh + 2\pi r^2$

$r = 3$ ve $h = 7$ olunca P'yı ifade et.

Çözümü 3 anlamlı rakama yuvarla.

5. Bir saplı şekerin fiyatı x denardır, bir dondurmanın fiyatı ise y denardır.

3 saplı şeker ve 5 dondurma için ödenmesi gereken toplam fiyat T için formül yaz.

6. f'yi, $g = 5f - 6$ formülünden ifade et.

7. R'yi, $V = IR$ formülünden ifade et.

8. x'i, $2(x - y) = 7y + 8$ formülünden ifade et.

9. h'yi, $g = \sqrt{h + 2}$ formülünden ifade et.

10. x'i, $y = \frac{5x}{2} + 3$ formülünden ifade et.

11. P'yi $Q = \frac{2}{P + 1}$ formülünden ifade et.

12. r'yi, $P = \frac{3\pi r^2}{2}$ formülünden ifade et.

13. Bir kalemin fiyatı 75 denardır.
x kalemlerin toplam fiyatı için ifade yaz.

14. İfadeyi sadeleştir:
$5x + 7y + 3x - 4y$

15. Aşağıdaki ifadenin değerini hesapla:
$7x - 3y$, $x = 2$ ve $y = -4$ olunca

16. Bir kitabın fiyatı 70 denardır, derginin ise 30 denardır.
b kitap ve m dergi için ödenmesi gereken toplam tutarı heseplamak için ifade yaz.

17. Verilen ifadedeki parantezlerden kurtul: $4\,(x - 6)$.

18. Parantezlerden kurtul ve sadeleştir:
$7(3x - 2) - 2(4x - 3)$.

19. x kekin toplam kütlesi 250 g'dır.
Bir kekin kütlesini hesaplayacak ifade yaz.

20. Parantezlerden kurtul ve sadeleştir: $(x + 8)(x - 5)$.

21. Sadeleştir:

a) $m^5 \cdot m^3$

b) $p^8 : p^2$

c) $2x^3y^4 \cdot 3x^2y^3$.

22. Şu ifadeyi sadeleştir: $\frac{x}{3} + \frac{2x}{9}$.

23. Aşağıdaki ifadeleri çarpanlara ayır:

a) $8x + 24$

b) $x^2 - 7x$.

24. (5, −2) ve (3, 8). noktalarından geçen doğrunun yön katsayısını belirle.

25. $y = 2x + 3$ değerler tablosunu tamamla ve grafiğini çiz.

x	−2	0	1
y			

26. Aşağıdaki doğruların grafiklerini çiz:

a) $y = 3$

b) $y = 2x$

c) $5x + 2y = 10$.

27. $y = 3x + 4$ doğrusunun y-eksenini kestiği noktaların koordinatlarını belirle.

28. $y = 4x + 2$ doğrunun yön katsayısını belirle.

29. $y = 2x + 5$ doğrusu, $y = 2$ doğrusunu P noktasında kesiyor.
P'nin koordinatlarını belirle.

30. $x \to 2x + 7$ fonksiyonun ters fonksiyonunu belirt.

31. Denklem sistemini grafiksel olarak çöz. Çözümleri bir ondalık basamağa yuvarla.

$$\begin{cases} 2x + 5y = 15 \\ 2x - 3y = -6 \end{cases}$$

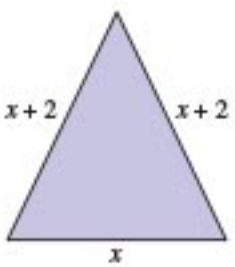
32. y, x ile doğru orantılıdır.
$y = 5$ olunca $x = 25$
$x = 9$ olunca y'nun değerini belirle.

33. Denklemi çöz: $2x + 7 = 19$

34. Denklemi çöz: $\frac{8 - x}{3} = 6$.

35. Denklemi çöz: $4(x - 1) + 3(x + 2) = 30$.

36. Resimdeki üçgenin çevresi 50 cm'dir.
x'e göre denklem yaz ve denklemi çöz.



37. $7 < 2x \leq 14$ olduğunu biliyoruz.
Eğer x tam sayıysa, x'in tüm olası değerleri yaz.

38. **a)** $7x > 5x - 6$ eşitsizliği çöz.

b) Çözümü sayı ekseninde göster.

39. Zoritsa $x^3 + 2x = 26$ denklemini çözmek için denemeler ve hatalar yöntemini kullanıyor. Aşağıdaki tablo ilk iki tahmini göstermektedir.

Tahmin	$x^3 + 2x$	Yorum
2	$2^3 + 2 \cdot 2 = 12$	çok küçük
3	$3^3 + 2 \cdot 3 = 33$	çok büyük

Denklemin çözümünü bulman için tabloyu doldurmaya devam et.

Çözümü 1 ondalık basamağına yuvarla.

40. Denklem sistemini çöz.

$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$$

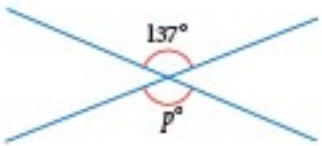
41. Denklem sistemini çöz.

$$\begin{cases} 5x + 3y = 6 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

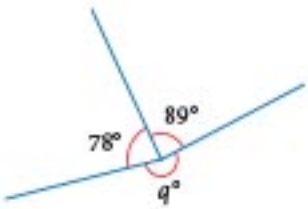
Konu 3 ve 8 için Öz Sınama Ödevleri

Geometri ve Problemler Çözmek

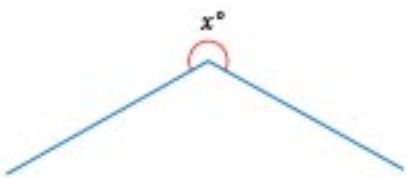
1. **a)** p° açısının büyüklüğünü derecelerle yazınız.



b) q° açısının büyüklüğünü derecelerle ifade ederek hesaplayınız.

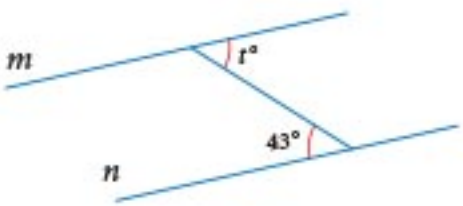


2. **a)** $x°$ açısı hangi türdendir?

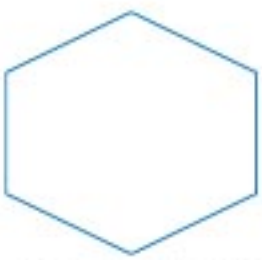


b) Deftere geçir ve tamamla.

$t°$ = ____ çünkü _____



3.

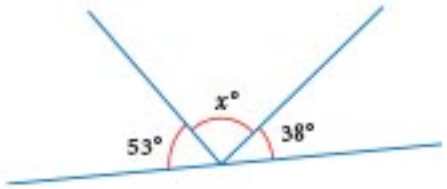


a) Resimdeki 2B- formun adı nedir?

b) Resimdeki 2B- formun iç açılarının toplamını hesapla.

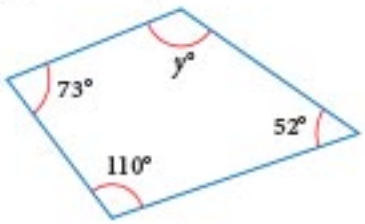
4. **a)** Deftere geçir ve tamamla.

$x° =$ ____ çünkü _____



b) Deftere geçir ve tamamla.

$y° =$ ____ çünkü _____



5. Resimde düzgün bir çokgenin parçası gösterilmektedir.



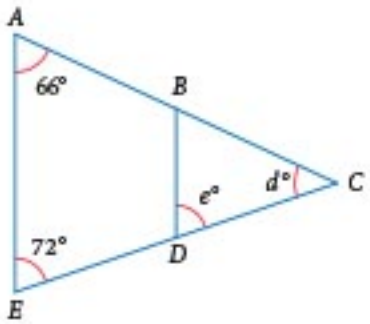
a) $a°$ açısının büyüklüğünü yaz.

b) Çokgende kenarların sayısını hesapla.

6. Resimde ACE üçgeni gösterilmiştir.

$\overline{BD}$, $\overline{AE}$'ye paraleldir.

Açı $\sphericalangle BAE = 66°$, açı $\sphericalangle AED = 72°$



Şunları hesapla:

a) $\sphericalangle BCD$

b) $\sphericalangle BDC$.

Elde edilen çözümleri açıkla.

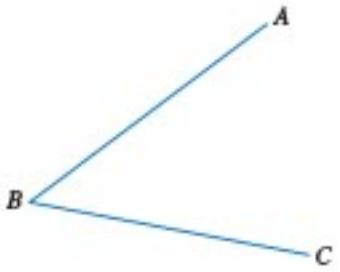
7. Düzgün beşgende her iç açı 108°'dir.

Cetvel ve iletki kullanarak kenarı 4 cm olan düzgün beşgen çiz.

8. Çizimi defterde çiz.

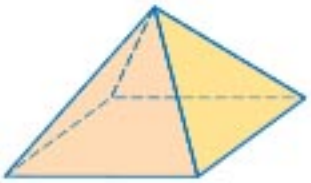
Cetvel ve pergel yardımıyla açıyı iki eşit açıya böl.

Verilen açının açıortayını çiz.



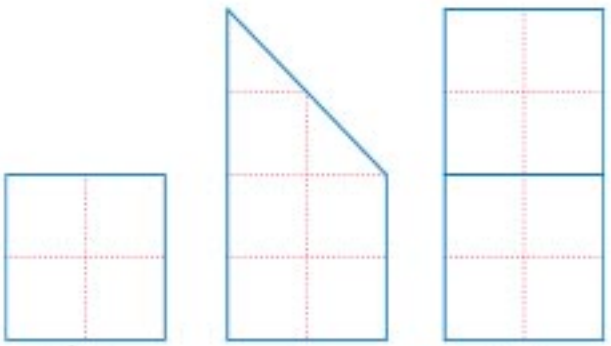
9. **a)** Resimdeki 3B- formun matematiksel ismini yaz.

b) 3B- formun kaç simetri düzlemi olduğunu belirle.



10. Cetvel ile pergelle, kenarı 5 cm olan düzgün altıgen çiz.

11. Resimde bir 3B- formun planı ve projeksiyonları gösterilmiştir.



3B- formu izometrik kağıtta çiz.

12. Resimde eski bir sarayın tabanı gösterilmektedir.

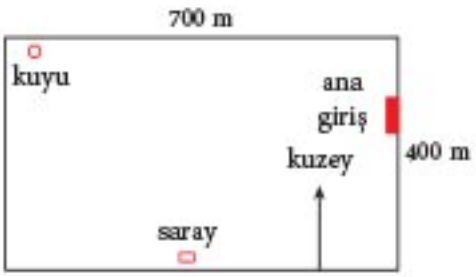
Taban'ın şekli, 700 m ve 400 m boyutlu dikdörtgendir.

a) Saray tabanının ölçekle kesin çizimini çiz.

1 cm, 50 m'ye uyan ölçeği kullan.

Gizli hazinenin eski haritası, toprakta bir şeyin gömülü olduğunu gösteriyor.

Bu yer kuyudan 115° azimutla bulunuyor.



Bu yer saraydan 340° azimutunda bulunuyor.

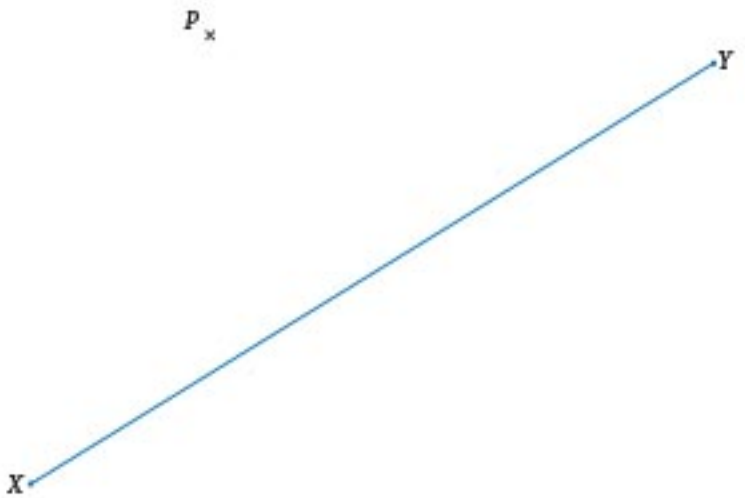
b) Kuyudan 115° azimutlu doğru çiz.

c) Saraydan 340° azimutlu doğru çiz.

ç) Gizlenmiş hazinenin bulunduğu yeri „×“ ile işaretle

13. Altı yüzü kare olan 3B- formun adını yazınız.

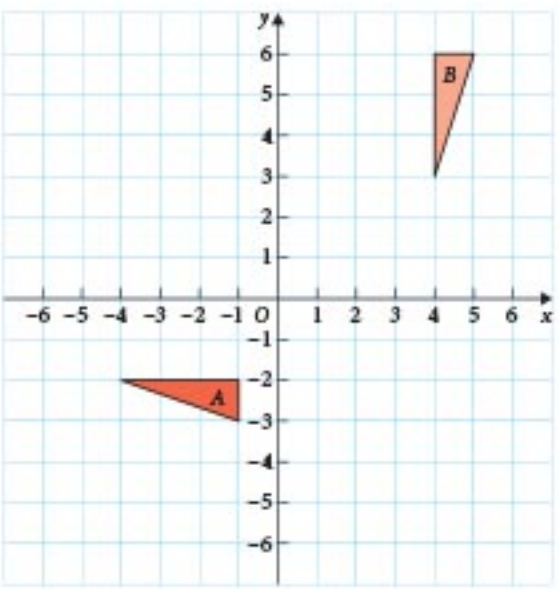
14. Çizimi defterinde çiz. $\overline{XY}$ 10 cm uzundur.



Cetvel ve pergel yardımıyla P noktasından $\overline{XY}$ doğru parçasına göre dikey çiz.

Dikey, diğer doğruya dik olan doğrudur.

Ödev **15** *ve* **16***'yı çözmen için kare koordinat sistemini deftere geçir.*



15. **a)** (4, 2) noktasını belirle. Noktayı P harfiyle işaretle.

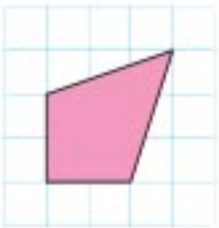
b) (−4, 4) noktasını belirle. Noktayı Q harfiyle işaretle.

c) $\overline{PQ}$'nun orta noktasının koordinatlarını belirle.

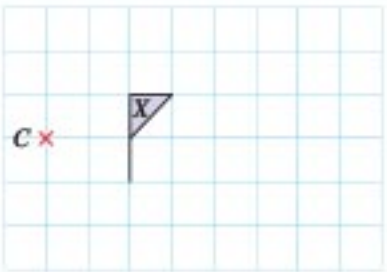
16. **a)** A üçgenini (0, 0) etrafında saatin ibrelerinin ters yönünde 90° için döndür. Elde edilen üçgeni C ile işaretle.

b) B üçgeninden C üçgenine tek dönüşümü detaylı açıkla.

17. Dörtgeni kutulu defterde çiz.
Bu dörtgenden mozaik çiz.
En az daha beş tane 2B- formu çiziniz.

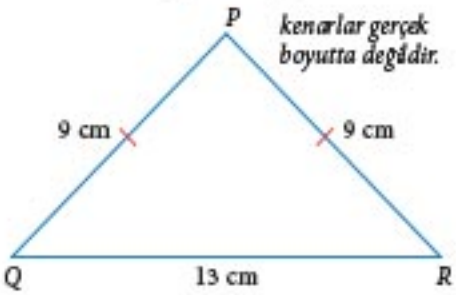


18. Çizimi kutulu deftere çiz.



X 2B- formunu, katsayı 3 ve büyütme merkezi C noktası olmak üzere büyütünüz.

19. PQR ikizkenar üçgendir öyle ki $\overline{QR} = 13$ cm ve $\overline{PQ} = \overline{PR} = 9$ cm.



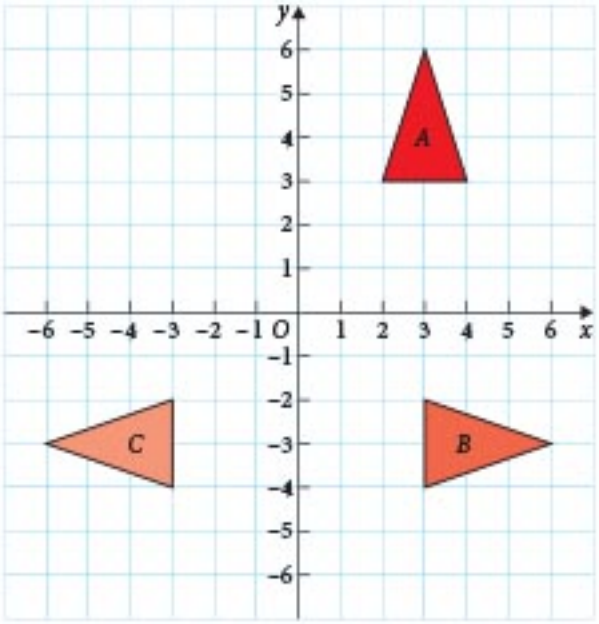
a) PQR üçgeninin kesin çizimini yap.

b) $\overline{PQ}$ kenarından 3,5 cm uzaklıkta noktaların geometrik yerini çiz.

c) P noktasından 5 cm uzaklıkta olan noktaların geometrik yerini çiz.

ç) İki noktanın geometrik yerinin kesişim noktasını X ile işaretle.
$\overline{XR}$ uzaklığını ölç.

20. Resimde üç üçgen, *A*, *B* ve *C* üçgenleri gösterilmektedir.



Şu dönüşümleri detaylı açıkla:

a) A üçgeninden B üçgenine.

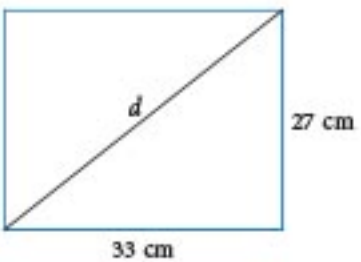
b) B üçgeninden C üçgenine.

Ödevlerde başka şekilde vurgulanmamışsa, çözümler 3 anlamlı rakama yuvarlanmış olmalıdır.

21. Dikdörtgen şekline televizyon ekranının 33 cm ve 27 cm boyutları vardır.

d köşegeninin uzunluğunu hesapla.

Çözümü en yakın milimetreye yuvarla.



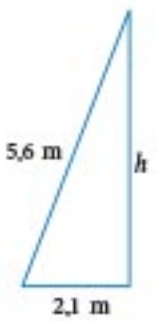
22. Çizimde, dikey duvara yaslanmış, 5,6 metre uzunluğunda merdiven gösterilmektedir.

Merdivenin tabanı duvardan 2,1 metre uzaktır.

Merdivenin yerleşmiş olduğu zemin yataydır.

Duvara yaslanmış merdivenin üst kısmı hangi yüksekliğe ulaşıyor?

Çözümü en yakın milimetreye yuvarla.

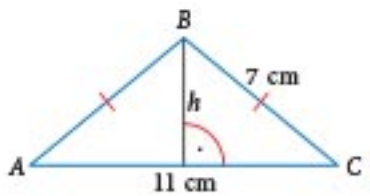


23. *ABC* ikizkenar üçgendir.

$\overline{AB} = \overline{BC} = 7$ cm ve $\overline{AC} = 11$ cm

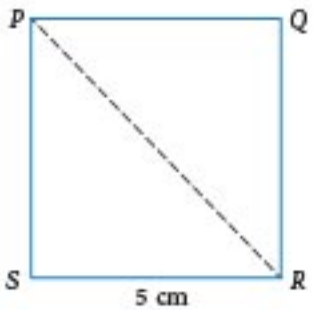
a) Üçgenin *h* yüksekliğini hesapla.

b) *ABC* üçgeninin alanını hesapla.



24. *PQRS* kenarı 5 cm olan karedir.

Karenin köşegen uzunluğunu hesapla.



25. Dikey gemi direği 28 metre yüksektir.

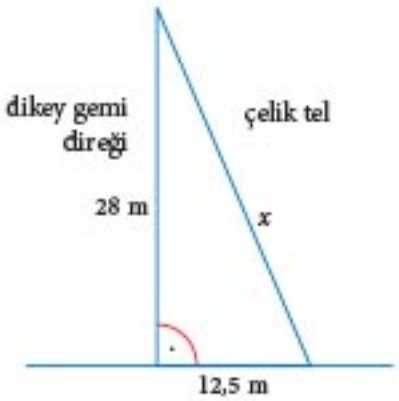
Gemi direği yatay zeminde yerleşmiştir.

Gemi direğin üst kısmından zemine kadar uzanan çelik tellerle sağlanmıştır.

Bu tellerden biri resimde gösterilmiştir.

Her tel, zeminde gemi direğin tabanından 12,5 metre uzaklığındaki noktada bağlıdır.

Tellerin uzunluğunu hesapla.

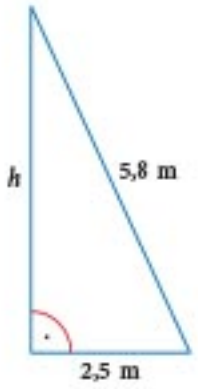


26. Resimde bir yatın yelkeni gösterilmiştir.

Yelken dik açılı üçgendir.

h kenarının uzunluğunu hesapla.

Çözümü en yakın santimetreye yuvarla.



Konu 4 ve 9 için Öz Sınama Ödevleri

Ölçmek ve Problemler Çözmek

1. Aşağıdaki ifadeleri yaz ve tamamla.

a) 4520 mililitre = ... litre.

b) 432 milimetre = ... santimetre.

c) 7,4 ton = ... kilogram.

2. **a)** Bir fabrikada, her birinin kütlesi 62 kilogram olmak üzere, çamaşır yıkama makineleri üretiliyor.

36 böyle çamaşır yıkama makinenin toplam kütlesini hesapla.

Çözümü tonlarla ifade et.

b) Bir kamyon en çok 10 ton yük alabilir.

Kamyonda kaç adet çamaşır yıkama makinesi yüklenebilir?

3. Andrey'in 2,4 litre elma meyve suyu içeren bokalı vardır.

Meyve suyunu 6 bardağa eşit olarak ayırmış.

Her bardakta kaç mililitre elma meyve suyu olduğunu hesapla.

4. Leyla 2,4 metre uzun perde bandı satın almış.

Leyla'ya penceresi için 1,95 metre uzunlukta bant gerekiyor.

Satın aldığı banttan penceresine uymak için kaç santimetre kesmesi gerektiğini hesapla.

5. Aşağıdaki uzunlukları en küçüğünden başlayarak sırala.

0,28 m 29 mm 27 cm 2,8 m 285 mm

6. Yaz ve tamamla.

a) 12,3 litre = ... mililitre.

b) 32,6 kilogram = ... gram.

c) 4235 santimetre = ... metre.

7. Marko bir kitabı terazide ölçmüş.

Resimde terazi gösterilmektedir.



a) Kitabın kütlesini gramla ifade et.

Marko, 7 böyle kitabı, posta iletimi olarak göndermesi için paketlemek istiyormuş.

b) Tüm 7 kitabın toplam kütlesini kilogramla hesapla.

8. Yerel sinema önünde şu afiş konulmuştur.



a) Başlangıç saatini 12-saatlik formatına dönüştür.

b) Filmin saat kaçta biteceğini hesapla.

Çözümü 24-saatlik formatta yaz.

9. Otomobil 400 metre 21,5 saniye içinde geçmiş.

Ortalama hızını, 1 ondalık basamağına yuvarlanmış şekilde hesapla.

10. Tabloda üç otobüsün hareket etme saatleri verilmiştir.

	Hareket etme saatleri		
Üsküp	13:45	14:54	16:01
Kalkandelen	14:08	15:17	16:24
Gostivar	14:22	15:31	16:38
Mavrova	14:58	16:07	17:14
Kırçova	15:20	16:29	17:36
Ohri	16:08	17:17	18:24

a) Üsküp'ten 14:54'te hareket eden otobüs, saat kaçta Kırçova'ya varacak?

b) **a)** şıkkındaki çözümü 12-saatlik formatına dönüştür.

c) Emiliya, Gostivar'da işini öğleden sonra saat 15.50'de tamamlamış.

Ohri için sıradaki otobüsü ne kadar zaman beklemelidir?

11. Sıkılmış portakal suyu üç farklı pakette satılıyor.

600 ml'lik şişe 69 denardır

1 l'lik şişe 99 denardır

2 l'lik şişe 189 denardır

a) Her paket için bir litre portakal suyun fiyatını hesapla.

b) Paketlerden hangisinin en hesaplı fiyatı var?

12. Aşağıdaki tablo şehir A, şehir B ve şehir C arasındaki uçuş sürelerini ve mesafeleri göstermektedir.

Tabloda şehir B ve şehir C arasındaki mesafe eksiktir.

	Uçuş süresi	Mesafe (km)
şehir A'dan şehir B'ye	13 saat 30 dakika	10557
şehir B'den şehir C'ye	11 saat 24 dakika	

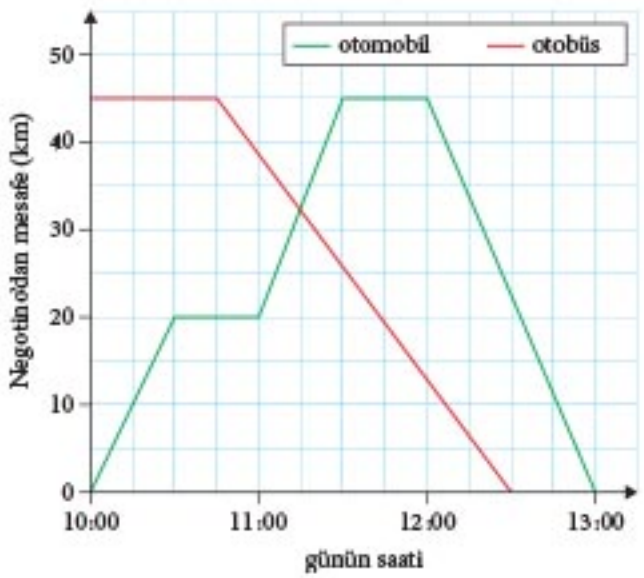
a) şehir A ve şehir B arasındaki uçağın ortalama hızını hesapla.

b) şehir B ve şehir C arasındaki ortalama hız 765 km/h'dir.

Şehir B ve şehir C arasındaki mesafeyi hesapla.

13. Grafikte yeşil renk Negotino ve Ustrumca arasında otomobille yolculuğu göstermektedir.

İki şehir arasındaki uzaklık 45 kilometredir.



Otomobil Negotino'dan saat 10:00'da kalkıyor.

a) Saat kaçta Ustrumca'ya varacak?

b) Otomobil, ne kadar zaman Ustrumca'da duraklamıştır/hareket etmiyormuş?

Kırmızı çizgi otobüsün Ustrumca'dan Negotino'ya hareket etmesini göstermektedir.

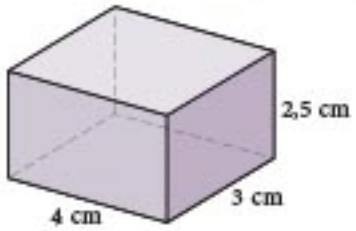
Otobüs Ustrumca'dan saat 10:45'te kalkmış.

c) Otobüsün ortalama hızını hesapla.

ç) Otobüsün ve otomobilin karşılaşacağı zamanı yaz.

14. 1,1 saati, saat ve dakikaya dönüştür.

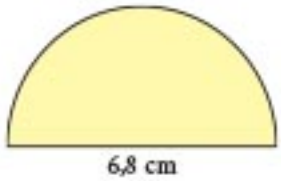
15. Verilen dikdörtgenler prizmasının 4 cm, 3 cm ve 2,5 cm boyutları vardır.



a) Dikdörtgenler prizmasının hacmini hesapla.

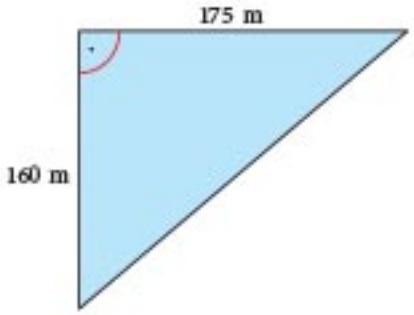
b) Dikdörtgenler prizmasının alanını hesapla.

16. Yarım dairenin 6,8 cm çapı vardır.



Yarım dairenin alanını hesapla. Çözümü 3 anlamlı rakama yuvarla.

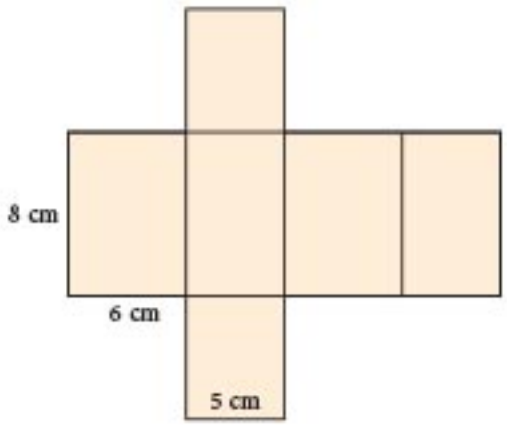
17. Resimde bir tarlanın planı gösterilmektedir.



a) Tarlanın alanını metre kare ile hesapla.

b) Çözümü hektarlara dönüştür.

18. Resimde bir 3B- formun açınımı gösterilmektedir.

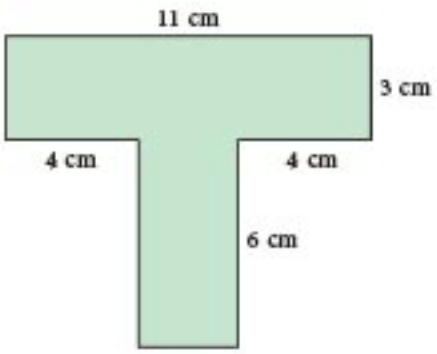


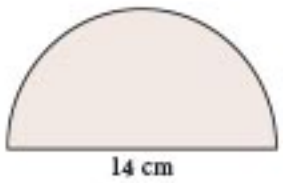
a) 3B- formun alanını hesapla.

b) 3B- formun hacmini hesapla.

19. 1 cm^3'te kaç mm^3 vardır?

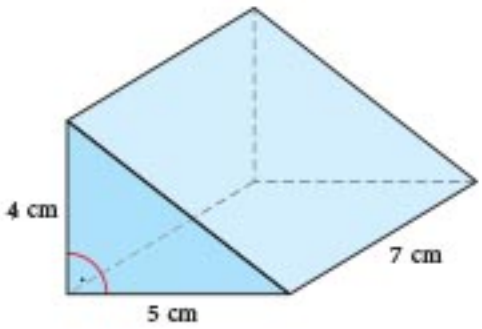
20. Verilen 2B- formlardan hangisinin çevresi daha büyük olduğunu hesaplayınız. Hesaplamanın tüm adımlarını göster.



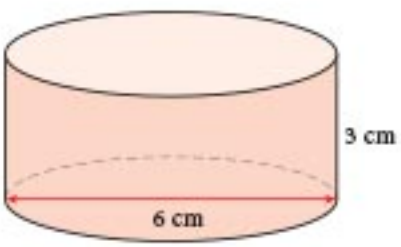


21. m^2'de kaç cm^2 vardır?

22. Resimdeki verilere göre prizmanın hacmini hesapla.



23. Resimde çapı 6 cm ve yüksekliği 3 cm olan silindir gösterilmiştir.



a) Silindirin alanını hesapla.

b) Silindirin hacmini hesapla.

Konu 5 ve 10 için öz sınama ödevleri

Verilerle Çalışmak ve Problemler Çözmek

1. Andrea, otuz kez zar atmış.

Atışların sonuçlarını yazıyormuş.

3 5 4 3 3 6 4 3 1 4

3 1 5 6 4 1 2 4 3 2

6 5 2 6 4 6 4 5 3 3

a) Andrea'nın tablosunda frekans sütununu yaz ve tamamla.

Sayı	Frekans
1	
2	
3	
4	
5	
6	
	Toplam 30

b) Belirle:

i Modu

ii Medyanı

iii Ortalamayı

2. Darko'nun dört kartı vardır. Her kartta birer sayı yazılmıştır.



a) Eğer sayıların modu 8 ise, medyanı 6 ise, eksik olan iki sayı hangisidir?

b) Sayıların aralığı 5 ve ortalaması da 5 ise, eksik olan iki sayı hangisidir?

3. Bir grup insanın santimetrelerle boy yükseklikleri verilmiştir.

162 183 175 190 176 169 181 177 171

Hesapla:

a) Yüksekliklerin medyanı.

b) Yüksekliklerin ortalaması.

4. Yovan klavyede 4 dakika içinde 132 kelime yazmuş. Marko 7 dakika içinde 224 kelime yazmış.

Kim daha hızlı yazıyormuş?

5. Otobüs istasyonuna varan otobüslerin geciktikleri dakikalar sayısı aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Gecime dakika sayısı, m	Frekans	Sınıfın ortalama değeri
$0 < m \leq 10$	16	
$10 < m \leq 20$	10	
$20 < m \leq 30$	11	
$30 < m \leq 40$	8	
$40 < m \leq 50$	5	

a) Tabloyu çiz ve sınıfın ortalama değeri sütununu tamamla.
Sınıfların ortalama değerlerini kullanarak, otobüslerin geciktikleri dakikalar sayısının ortalamasını değerlendir.

b) Otobüslerin geciktikleri dakikalar sayısının medyanını hangi sınıf içeriyor?

6. 30 öğrenci matematik testi çözüyor.

Testte en çok 50 puan alınabilir.

Damyan, notları göstermek için şu tabloyu yapmış.

Not	Frekans
0-20	3
20-25	12
25-40	14
40-50	1
Toplam	30

Tabloda iki düzensizlik bul.

7. Vesna, öğrencilerin radyo dinlemekte ne kadar zaman geçirdiklerini öğrenmek için araştırma yapmış.

Vesna anket kağıdı hazırlamış.

Sorulardan biri şudur:

Her hafta, radyoda müzik dinlemekte kaç saat geçiriyorsunuz?

Lütfen işaretleyin

- ❑ 1'den 5'e kadar
- ❑ 5'ten 10'a kadar
- ❑ 10'dan 20'ye kadar
- ❑ 20'den fazla

Vesna'nın sorusunda iki düzensizlik bul.

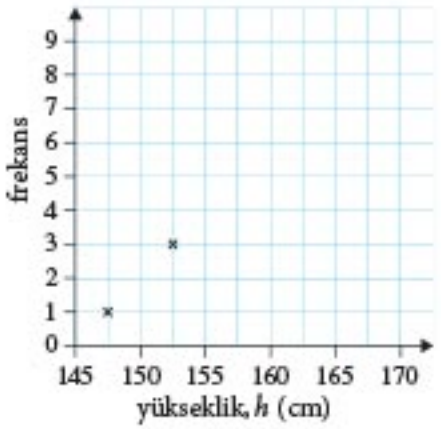
8. On üç yaşında kızlar grubunun, en yakın santimetreye yuvarlanmış boy yükseklikleri verilmiştir.

154 162 148 158 163 168 155 160
152 164 162 166 163 167 170 161

a) Kızların yükseklik frekans (sıklık) tablosunu yaz ve tamamla.

Yükseklik, h (cm)	Çizgiler	Frekans
$145 < h \leq 150$		
$150 < h \leq 155$		
$155 < h \leq 160$		
$160 < h \leq 165$		
$165 < h \leq 170$		

b) Kızların yükseklik frekansının poligonunu çiz ve tamamla.



9. Bir bilim adamı yeni suni gübre tespit ediyor. Birkaç bitki iki parselde, A ve B parsellerinde yetiştiriyor.

A parselinde yeni suni gübre kullanılıyor. B parselinde yani suni gübre kullanılmıyor.

Bir ay sonra bitkilerin yüksekliğini ölçmüş. A parselin medyanı 76,5 cm'dir, derecesi ise 46'dır.

Aldığı sonuçlar ardışık gövde-yaprak diyagramında gösterilmiştir.

Parsel A								Parsel B								
							4	0	1	1	7					
	9	7	6	4	4	1	5	1	2	2	3	3	3	4	6	8
		5	5	5	3	2	6	0	0	3	4	5	5	6	7	9
9	7	7	6	6	4	2	1	7	0	1	2	2	3	7	8	
	9	8	5	3	2	2	0	8	0	1	1	4	6			
		7	7	4	1	1	0	9								

Anahtar: 1|7|0 A parselinde bitkilerin yüksekliği 71 cm, B parselinde bitkilerin yüksekliği 70 cm olduğu demektir.

a) B parselindeki bitkilerin yüksekliğinin medyanını bul.

b) B parselindeki bitkilerin yüksekliğinin derecesini bul.

c) A ve B parsellerinde yetiştirilen bitkileri karşılaştır.
İki karşılaştırma yap.

10. Bir kutuda sadece kırmızı, yeşil, sarı ve mavi toplar vardır.
Renklerden her birinin gelişine seçilme olasılığı tabloda verilmiştir.

Renk	kırmızı	yeşil	sarı	mavi
Olasılık	0,2	0,1	0,4	

Mavi topu seçme olasılığı ne kadardır?

11. Düzgün altıgen şekline hileli olmayan çark verilmiştir.
Çift sayının gelme olasılığı, tek sayının gelme olasılığından iki kat daha büyüktür.



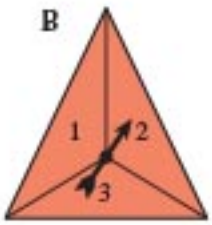
Çizimi çiz ve verilen ifadenin doğru olması için, çarkın her bölümünde tam sayı yaz.

12. Resimde iki hilesiz çark gösterilmektedir.

A



B



a) İki çarkın tüm olası sonuçları göstermen için sonuçlar tablosunu tamamla.

		Çark B		
		1	2	3
Çark A	1	1, 1	1, 2	1, 3
	3	3, 1		
	5		5, 2	
	7		7, 2	

b) Her iki çarkta sayıların toplamı tek sayı olma olasığı ne kadardır?

13. İvan, bir oyunda iki hilesiz çark kullanıyor.

İvan çarkların durduğu iki sayının toplamını yazıyormuş.

a) Tabloyu tamamla ve tüm olası sonuçları göster.

		Çark 2				
		1	2	3	4	5
ÇARK 1	1	2	3	4	5	6
	2		4	5	6	7
	3			6	7	8
	4				8	9
	5					10

b) İvan'ın şu toplamları elde etmesi olasılıklarını belirle:

i toplam 2 **ii** toplam 11

c) İvan'ın 6'dan daha büyük toplamı elde etmesi olasılığını belirle.

Çözümü kısaltılamaz kesir şeklinde yaz.

Sözlük

A

ağ 3 boyutlu cisme/şekile yukardan bakış.

anket kağıdı Yazılmış sorular grubu.

anlamlı rakamlar Sayının rakamları. Sayının birinci sıfır olmayan rakamı birinci anlamlı rakamdır ve ondan sonra tüm rakamlar anlamlı rakamlardır.

araştırma Soru sorarak veya gözetleme yaparak veri biriktirme yöntemi.

ardışık gövde-yaprak diyagramı Büyüklüğe göre sıralanmış, iki veri grubun düzenlenmesi için kullanılan diyagram.

azimut Yönü belirlemek için kullanılan, kuzeyden saat ibrelerinin hareket ettiği yönde ölçülen açı.

B

basit faiz Mevduat süresinin sonunda bir kez ödenen faiz.

benzerlik İki 2 boyutlu şeklin açıları eşit ve kenarları orantılı olduğu durumda benzerdirler.

benzerlik katsayısı Orijinalin ve büyütülmüş görüntünün kenar uzunluklarının bölümü.

birbirini eleyen sonuçlar Aynı zamanda meydana gelemeyen, sadece birinin meydana geldiği sonuçlar.

bireysel ölçek $1 : n$ veya $n : 1$ şekline olan ölçek.

birincil veriler Kendimizin biriktirdiği veriler.

birleşik dönüşüm Birden fazla dönüşüm.

büyütmek Bir 2 boyutlu şeklin verilen benzerlik katsayısına göre büyüklüğü değişen geometrik dönüşüm. Verilen 2 boyutlu şekillden daha büyük ve benzer bir form elde ediliyor.

Ç

çap Dairenin merkezinden geçen kiriş.

çarpanlara ayırma Bir ifadede her terimi için en büyük ortak bölenin (EBOB) parantez önüne alınma işlemidir. Parantezlerden kurtulma işleminin tersidir.

çift sütunlu diyagram İki veri grubun değerleri gösterilmiş olduğu sütunlu diyagram.

çokgen Doğru kenarlı 2 boyutlu şekil.

çoklu sütunlu diyagram Bir veri grubundan fazla grubu gösteren sütunlu diyagram.

D

dairenin (veya çemberin) uzunluğu Dairenin çevresi.

değişken Farklı değerler alabilen büyüklük. Genelde harfle işaretlenir.

değiştirme İfadede veya formülde harflerin yerinde verilen değerleri yazdığımız süreç.

deneme Tek bir deney, örneğin oynama zarın atılması.

denemeler ve hatalar Denklemlerin yaklaşık sonuçlarını belirleme şekli, öyle ki çözümün tahmini yapılıyor ve devamda tahmini iyileştirmek denemeleri yapılıyor.

deney Denemeler dizisi.

deneysel olasılık

$$= \frac{\text{başarılı sonuçlar sayısı}}{\text{toplam denemeler sayısı.}}$$

denk Denk olan 2 boyutlu şekillerin uzunlukları ve açıları eşittir.

denklem Değişkenli iki ifadenin eşit olduğu matematiksel bildiri.

denklem sistemi Aynı anda sistemdeki tüm denklemlerin çözümü olan değerleri olan iki veya fazla değişkenli birkaç denklem.

dik doğrular Dik açı altına kesişen doğrular.

dış açı Çokgenin kenarlarından biri uzatıldığı zaman, çokgenin dışında oluşan açı.

dışbükey İç açıları 180°'den daha küçük olan çokgen.

dizi Bir kuralla bağlı olan sayılar veya düzenler grubu.

dizide n-nci terim kuralı Dizi terimini, terimin dizideki sıra numarasıyla bağlayan kural.

dizide sıradaki terimi belirleme kuralı Dizide iki yan yana terimi bağlayan kural.

doğru orantılık İki büyüklük y ve x doğru orantılıdır, eğer $y=kx$ ise, ya da onların bölümü sabittir.

doğruluk derecesi Sayının ondalık basamaklar sayısı veya anlamlı rakamlar sayısı.

dönüşüm Bir 2 boyutlu şeklin bir şekilden diğer bir şekle hareketi ya da değişimi.

düzensiz kesir Payın paydadan daha büyük olan kesir.

düzgün çokgen Eşit kenarlı ve eşit açılı çokgen.

düzgün döşemenin (tesselasyonun) oluşması Aynı bir düzgün çokgen türünden mozaiğin oluşması.

E

eksen simetrisi Doğruya göre simetri.

en basit şekil Daha fazla basitleşemeyen kesir ya da ifade yazılışı.

enine kesit Bir 3 boyutlu şeklinin herhangi bir noktasından geçen bir düzlemle kesitinden elde edilen 2 boyutlu şeklidir.

eşdeğerli hesaplamalar Aynı sonuç veren hesaplamalar. Örneğin, $13 \cdot 0{,}03$, $13 \cdot 3 : 100$ ile eşdeğerli hesaplamadır.

eşdeğerli kesirler Aynı değerleri olan kesirler.

eşdeğerli ölçekler Aynı relatif büyüklüğün eşdeğerli olduğunu gösteren ölçekler.

eşitsizlik $<, >, \geq, \leq$ işaretlerden biriyle bağlı olan iki sayısal ifade kaydı.

eşitsizlikli denklem Eşitsizlikli denklem, değişkenli eşitsizliktir, örneğin $x > 5$ veya $y \leq -2$

F

formül İki veya fazla değişkeni bağlayan kural.

frekans poligonu Gruplandırılmış veriler için kullanılan frekans diyagram türü. Noktalar sınıfların ortalama değerleri için çiziliyor.

G

geçilen yol grafiği Belli zaman aralığında geçilen yolu gösteren grafik.

görüntü (resim) Geometrik dönüşümden sonra elde edilen son 2 boyutlu şekli.

görüşme Bir kişinin başka kişiye sorular sorduğu iki kişi arasındaki konuşma.

gövde- yaprak diyagramı Verileri büyüklüğüne göre düzenleyen frekans (sıklık) diyagramı.

gözetleme Dikkat edince (görünce) yazılan birincil verilerin biriktiği süreç ya da işlem, örneğin belli bir yerden geçen otomobillerin sayısı.

gram Kütle için temel ölçü birimi.

H

hektar 10000 metre kareye eşit, alan ölçü birimi.

hız Zaman biriminde geçilen yol.

hipotenüs Dik açılı üçgenin en uzun kenarı.

I

içbükey çokgen $180°$'den daha büyük, en azından bir iç açısı olan çokgen.

içinde çizmek Köşeleri diğer bir 2 boyutlu şeklin kenarları üzerinde bir 2 boyutlu şeklin çizimi.

ifade Eşitlik işaretini dahil etmeyen terimler grubu.

ifadenin sadeleştirilmesi İfadede benzer terimlerin toplandığı veya çıkarıldığı süreç.

iki (2) boyutlu Sadece uzunluğu ve genişliği olan, yüksekliği olmayan 2 boyutlu şeklidir.

ikincil veriler Başka birinin biriktirdiği veriler.

izometrik kağıt Aralarında $120°$'lik açı tutan, satırlara düzenlenmiş, üçgensel noktalar dizisi olan kağıt.

K

karışık sayı Tam bölümden ve kesirden oluşan sayı.

karmaşık ölçü Hız gibi, iki farklı ölçüyle hesaplanan ölçü.

kayıp Bir ürün başlangıç masraflardan daha düşük fiyata satıldığında, o zaman farka kayıp denir.

kazanç Bir ürün başlangıç masraflarından daha yüksek fiyata satıldığında, o zaman farka kazanç denir (satış – toplam masraflar = kazanç).

kesrin sadeleştir Kesrin kısaltılması.

kısaltma Payın ve paydanın aynı sayıyla bölünme süreci. Sadeleştirme için başka bir kavram.

kilo 1000 için metrik öneki.

korelasyon İki veri grubu arasındaki bağlantı.

köşe Çokgenin iki kenarının birleştiği nokta.

köşegen Çokgende yan yana olmayan iki köşeyi bağlayan doğru parçası.

L

lineer dizi Herhangi yan yana terimin arasındaki farkın eşit olduğu dizi.

lineer fonksiyon Bilinmeyenin üssü 1 olan fonksiyon. Lineer fonksiyonun grafiği doğrudur.

litre Kapasite ölçü birimi.

M

mili Temel birimden $\frac{1}{1000}$'i için metrik öneki.

Mozaiğin oluşumu Düz yüzeylerde örtüşmeden ve boşluklar bırakmadan 2 boyutlu şekilleriyle şemaların oluşturulması.

metre Uzunluk ölçü birimi.

metrik sistem Onlu sayı sistemine dayanan ölçüler sistemi.

N

***n*-nci terim** Dizinin genel terimi.

negatif korelasyon Bir büyüklüğün artmasıyla, başka büyüklüğün azalması.

noktaların geometrik yeri Belli bir kuralı yerine getiren noktalar kümesi.

noktalı diyagram İki veri grubun verilerinin değerleri nokta olarak gösterilmiş olan diyagram.

O

ondalık basamağı (o.b.) Ondalık noktadan sonra ondalık sayıda rakam. Örneğin, 1 ondalık basamağı (o.b.), ondalık noktadan sonra bir rakam demektir.

orijinal (asıl) Geometrik dönüşümden önceki 2 boyutlu şekil.

ortalama hız Belli bir zaman aralığında hesaplanan hız.

ortalamanın değerlendirilmesi Veriler grubunda sınıfların ortalama değerlerin kullanılmasıyla belirleniyor. Gerçek değerler bilinmediği zaman yapılan tahmindir.

Ö

ölçek İki veya fazla büyüklüğün relatif boyutları. Bölüm şeklinde yazılıyor.

ön projeksiyon 3 boyutlu şekline ön taraftan bakış.

örneklem Tüm popülasyonu sormak istemediğimiz zaman, popülasyondan sorduğumuz kısım.

P

parantezlerden kurtulma Bir ifadede parantezdeki tüm terimlerin parantezin dışındaki terimle çarpma süreci.

pi (π) Dairenin uzunluğu ve çapının bölümü. Yakın 3,141592654'e eşittir.

pay Kesirde kesir çizgisi üzerindeki değerin adı.

payda Kesirde kesit çizgisi altındaki değerin adı.

plan 3 boyutlu şeklin yukarıdan bakışı.

populasyon Araştırma konusu olan grubun tamamı.

pozitif korelasyon Bir büyüklük arttığı zaman, diğer büyüklük de artıyor.

prizma Enine kesiti aynı 2 boyutlu şekli olan 3 boyutlu şekli.

projeksiyon 3 boyutlu şekline bakış. Yukardan ve yan projeksiyon olabilir.

pusula Genelde kuzeyle uzlaşılan, yön belirtme aleti.

R

relatif sıklık (frekans)

$$= \frac{\text{başarılı sonuç sayısı}}{\text{toplam deneme sayısı.}}$$

S

santi Ölçü birimin $\frac{1}{100}$ için önek.

sıfır korelasyon Diyagramdaki noktalar hiçbir çeşit eğilim göstermiyor.

simetri Bir şeye göre eşleme (nokta, doğru, düzlem ya da benzer), öyle ki bir form (cismi) kendine eş forma (cisme) dönüştüren eşlemedir. Bu durumda form (cismi) ve onun görüntüsü birbirinin yansımalı görüntüsüdür.

simetri düzlemi Ayna gibi davranan ve cismi iki uyumlu bölüme ayıran düzlem veya düz yüzey. İki bölümün her biri diğerin yansımalı görüntüsüdür.

sonuçlar tablosu Bir deneyde tüm olası sonuçları gösteren tablo.

T

tam kare Tam sayının kendisiyle çarpıldığı zaman elde edilen sayı. Sayının ikinci üssü.

teorem Doğruluğu ispat edilebilen matematiksel ifade.

Tesselasyon/Mozaik döşeme Düz bir yüzeyin 2 boyutlu şekillerle örtüşmeden ve boşluk bırakmadan döşenmesi.

U

Uyumlu Uyumlu şekillerin aynı uzunlukları ve aynı açıları vardır.

Ü

üç (3) boyutlu Uzunluğu, genişliği ve yüksekliği olan nesne.

üs Bir sayının kendisiyle çarpımın kısaltılmış yazılışı.

üssü Üslü sayıda tabanın kendisiyle kaç kez çarpıldığını gösteren sayı: örneğin, 3^5'te üssü 5 sayısıdır.

üssün tabanı Derecesi hesaplanan sayı.

Y

yan projeksiyon 3 boyutlu şeklin yandan bakışı.

yan yana (komşu) kenarlar Üçgende, dik açılı üçgenin açısını oluşturan (dokunan) kenar.

yön katsayısı Doğrunun eğim ölçüsü.

yüzdelik indirim Bir değerin azaldığı yüzde